

探测涡旋光束轨道角动量的新方法

刘 曼

(山东轻工业学院理学院, 山东 济南 250353)

摘要 模拟了拉盖尔-高斯光束照射弱随机散射屏散射后在近场形成的光强和相位的分布,发现散射光场的光强分布图中有轮廓类似于孔雀羽毛状的光斑。这些光斑均匀分布在中心黑暗区域周围,且光斑的个数与涡旋光束的轨道角动量量子数有关,无论涡旋光束的轨道角动量量子数是整数还是分数,光斑的个数恰好是涡旋光束轨道角动量量子数的 4 倍。只是在分数轨道角动量量子数的光强分布图中,有一条狭缝沿水平方向将光斑均匀分裂成两瓣。该方法可用于探测涡旋光束的轨道角动量量子数。

关键词 物理光学;成像系统;相位;衍射

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201333.0326002

Novel Method to Detect the Orbital Angular Momentum in Optical Vortex Beams

Liu Man

(School of Science, Shandong Polytechnic University, Jinan, Shandong 250353, China)

Abstract The intensity and phase distributions of speckle fields on the near-field plane generated by the scattering of Laguerre-Gaussian beam from the weak random scattering screen are simulated. It is found that the spot profiles are similar to the peacock feather in intensity distributions of speckle fields, and those spots are uniformly distributed around the central dark spots. The number of spots is related to the orbital angular momentum quantum number of the vortex beams. The orbital angular momentum quantum number is an integer or fractional, while whether it is integer or fractional, the number spots is four times of the orbital angular momentum quantum number. In the case of fractional vortex beam, there is a spot along the horizontal direction uniformly split into two petals. This method can be used to detect the orbital angular momentum quantum number of vortex beams.

Key words physical optics; imaging systems; phase; diffraction

OCIS codes 260.1960; 110.6150; 350.5030; 050.1970

1 引 言

涡旋是自然界中一种普遍存在的现象,在物理学的众多分支领域中都具有潜在的应用价值,例如生物医学、激光光学、微粒波导、原子光学和玻色-爱因斯坦凝聚等领域^[1~3]。在过去的 20 年中,光学领域中的涡旋(即光学涡旋)越来越多地受到人们的关注^[4,5]。获得光学涡旋的方法有螺旋相位板^[6]、光从粗糙表面散射^[7]、特殊设计的合成全息图^[8,9]和光学涡旋孤子^[10,11]等。Allen 等^[12]指出,拉盖尔-高斯光

束具有螺旋相位结构,其相位分布函数中含有与旋转方位角 φ 成正比的项 $\exp(il\varphi)$ (其中 l 为光子的轨道角动量量子数,又称涡旋光束的拓扑荷数,既可以取整数也可以取分数)。涡旋周围的相位围绕着光束中心按顺时针方向递增时, l 取负值;相位围绕着光束中心按逆时针方向递增时, l 取正值。光学涡旋所携带的轨道角动量可以传递给微粒,用以驱动微粒旋转,还可实现对微米、亚微米微粒的俘获、平移,在光开关^[10]、光镊^[13,14]和相干滤波^[15]等领域

收稿日期: 2012-10-18; 收到修改稿日期: 2012-11-01

基金项目: 国家自然科学基金(10974122)资助课题。

作者简介: 刘 曼(1976—),女,博士,讲师,主要从事光学散射、散斑统计光学和近场光学等方面的研究。

E-mail: liuman76@yahoo.com.cn

有潜在的应用。探测涡旋光束的轨道角动量量子数即拓扑荷数成为近几年人们研究的热点课题^[16,17]。

本文利用基尔霍夫衍射理论计算模拟了拉盖尔-高斯(LG)光束经过弱随机散射屏[即表面轮廓凹凸起伏的标准偏差小于照明光波波长的散射屏,其出射平面光场的相位不再均匀分布在区间 $(-\pi, \pi)$ 上]散射后,在表面附近形成的光场强度和相位的分布。结果表明,涡旋光束被弱随机散射屏散射后,在光强横截面上,光强分布图中有偶数个关于中心对称的轮廓相似的光斑,光斑的个数与入射光轨道角动量量子数有关,随着轨道角动量量子数的增大,每幅图中光斑个数成倍增多,而光斑的轮廓逐渐减小。每个光斑周围有明暗相间的环状条纹分布,条纹成封闭状,内部的条纹亮度均匀,而最外面的条纹亮度不均匀,一侧较亮另一侧较暗,相邻的光斑在重叠部分要么都是左侧较亮,要么都是右侧较亮。从整体来看,最外面的亮条纹按顺时针或逆时针方向旋转,这种旋转方向和涡旋光束相位绕光束中心的旋转方向相同。无论入射光的轨道角动量量子数是整数还是分数,光强图中光斑的个数都是入射光

轨道角动量量子数的4倍,但是在分数轨道角动量量子数的光强分布图中有一条黑色的狭缝穿过其中一个光斑,将光斑均匀分成两瓣。利用涡旋光束散射后的光斑个数和分布就能准确、方便地探测涡旋光束的轨道角动量量子数。结果为涡旋光束本质结构的研究以及轨道角动量量子数传输信息的利用提供了一定的参考。

2 近场散斑场的模拟方法

下面对拉盖尔-高斯光束经弱随机散射屏散射后的近场散斑场的分布特性进行理论分析。在垂直于传播方向上任一点 \mathbf{r}_0 的光场复振幅可以表示为^[17]

$$U_0(\mathbf{r}_0) \propto \left(\frac{r_0}{\sigma}\right)^{|l|} \exp\left(-\frac{r_0^2}{\sigma^2}\right) \exp(il\varphi), \quad (1)$$

式中 σ 为光斑大小, l 为轨道角动量量子数, \mathbf{r}_0 和 φ 分别为位置矢量和方位角。

根据基尔霍夫格林函数积分方法^[18],拉盖尔-高斯光束经过弱随机散射屏后在观察面上任一点 (x, y) 处光场复振幅的表达式可写作

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\kappa} \iint U_0(\mathbf{r}_0) P(\mathbf{r}_0) \frac{1}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-h)^2]^{1/2}} \times \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}[(n-1)h + \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-h)^2}]\right\} \times \left\{\frac{i2\pi(n-1)}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\partial h}{\partial x_0}\right)^2 - \left(\frac{\partial h}{\partial y_0}\right)^2\right] - \frac{h-z-(x_0-x)\partial h/\partial x_0 - (y_0-y)\partial h/\partial y_0}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-h)^2}}\right\} + \frac{h-z-(x_0-x)\partial h/\partial x_0 - (y_0-y)\partial h/\partial y_0}{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-h)^2} \} d\mathbf{r}_0, \quad (2)$$

式中 x_0, y_0 分别为 \mathbf{r}_0 的横、纵坐标, $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\mathbf{r} = (x, y)$, $\kappa = [1 + (\partial h/\partial x_0)^2 + (\partial h/\partial y_0)^2]^{1/2}$, $h(\mathbf{r}_0)$ 为弱随机散射屏的表面高度分布函数,可表示为

$$h(\mathbf{r}_0) = 2\omega^2/(\xi^2\pi)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta(u_x, u_y) du_x du_y \times \exp\{-2[(x_0-u_x)^2 + (y_0-u_y)^2]/\xi^2\}, \quad (3)$$

式中 $\eta(u_x, u_y)$ 为均值为0的白噪声随机过程, ω 为表面的均方根粗糙度, ξ 为表面的横向相关长度, n 为散射屏的折射率。 $P(\mathbf{r}_0)$ 为孔径函数,满足

$$P(\mathbf{r}_0) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \leq 50.0 \mu\text{m} \\ 0, & \text{else} \end{cases}. \quad (4)$$

利用上述理论,计算模拟了 l 和 ω 分别取不同值时,拉盖尔-高斯光束经弱随机散射屏散射后,在离开表面几个波长处的光场的分布情况。光斑的大小参数取 $\sigma=20.0 \mu\text{m}$,横向相关长度取 $\xi=3.0 \mu\text{m}$,弱随机

散射屏表面的范围设定为 $100.0 \mu\text{m} \times 100.0 \mu\text{m}$,其中包括 500×500 个取样点,同时取 $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$, $n=1.532$, $z=5.0 \mu\text{m}$ 。

图1(a)为表面参数均方根粗糙度取 $\omega=0.01 \mu\text{m}$ 、横向相关长度取 $\xi=3.0 \mu\text{m}$ 的弱随机散射屏表面高度的分布情况。图1(b)为轨道角动量量子数 $l=+3.0$ 、光斑大小 $\sigma=20.0 \mu\text{m}$ 的拉盖尔-高斯光束横截面上的光强分布,图1(c)为与图1(b)相应的相位分布图,相位围绕着涡旋光束的中心按逆时针方向递增。

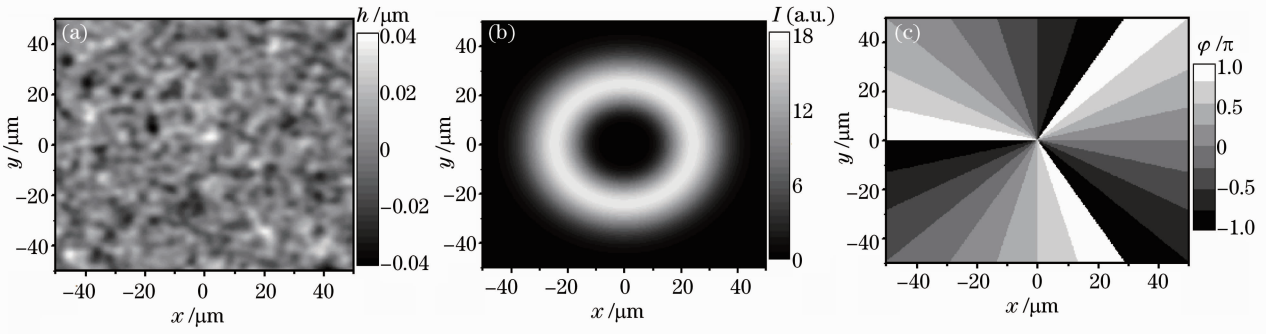


图 1 (a) $\omega=0.01 \mu\text{m}$ 时的弱随机散射屏表面的高度分布图; (b) 拉盖尔-高斯光束的光强分布图; (c) 与(b)相对应的相位分布图

Fig.1 (a) Surface height distribution patterns produced by weak random scattering screens when $\omega=0.01 \mu\text{m}$; (b) light intensity distribution of LG beams; (c) phase distribution patterns corresponding to the intensity distribution in (b)

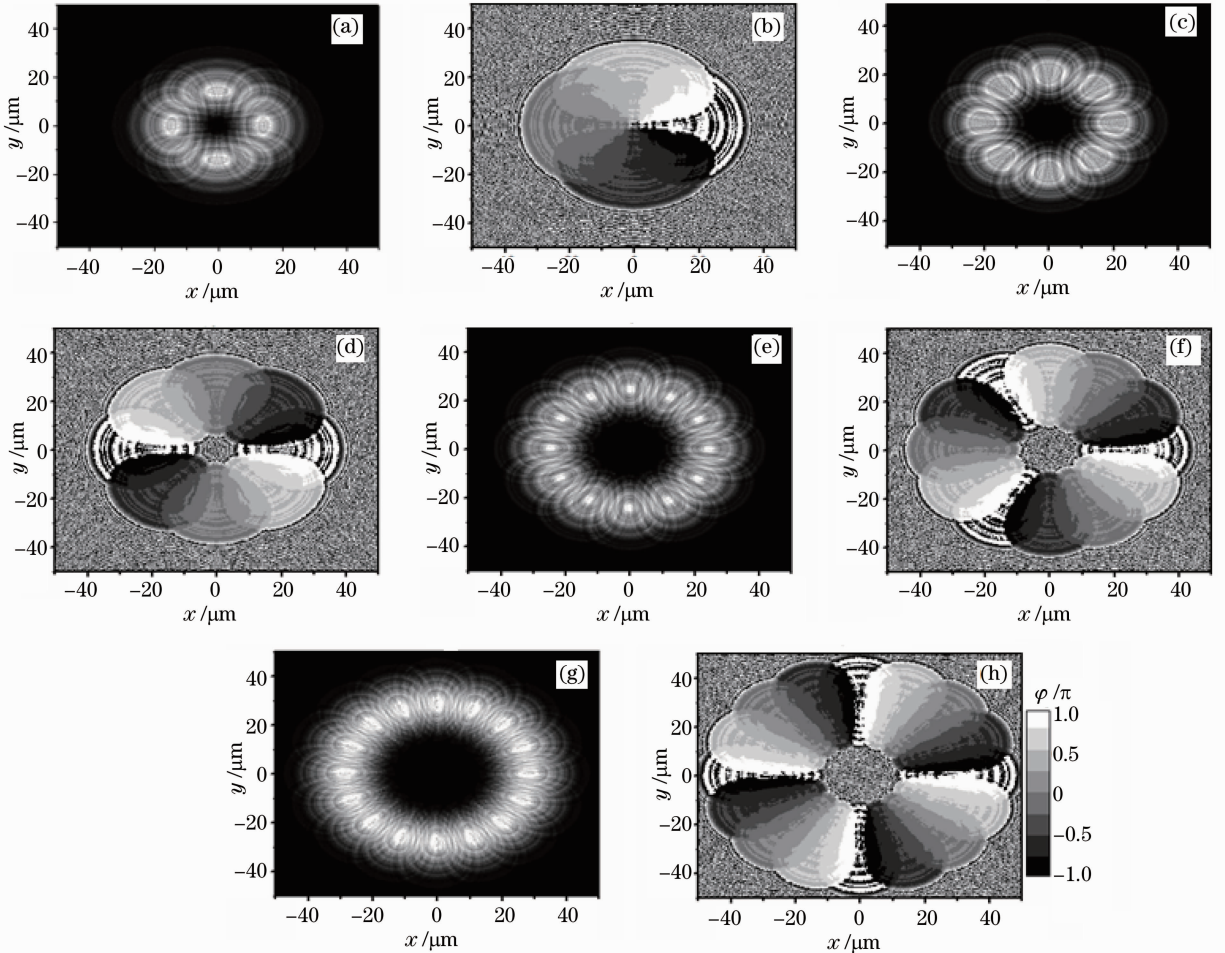


图 2 (a)和(b), (c)和(d), (e)和(f), (g)和(h)分别为 $l=+1.0, l=+2.0, l=+3.0, l=+4.0$ 的拉盖尔-高斯光束经弱散射屏散射后 $z=5.0 \mu\text{m}$ 处的光强和相位的分布图

Fig.2 (a) and (b), (c) and (d), (e) and (f), (g) and (h) are the light intensity distribution patterns and the phase distribution patterns of LG beams scattered by weak scattering screen with orbital angular momentum quantum numbers of $l=+1.0, l=+2.0, l=+3.0, l=+4.0$, respectively

3 模拟结果的分析

为了分析拉盖尔-高斯光束的轨道角动量量子数和光强分布的关系,分析了 $\omega=0.01\ \mu\text{m}$ 条件下, l 分别取 $+1.0$ 、 $+2.0$ 、 $+3.0$ 、 $+4.0$ 时 $z=5.0\ \mu\text{m}$ 处散斑场的光强和相位分布图,如图2所示,其中图2(a)、(c)、(e)和(g)为光强分布图,光强分布图是用32个灰度等级显示的,计算过程中光强值取任意单位。图2(b)、(d)、(f)和(h)分别为与图2(a)、(c)、(e)和(g)相对应的相位分布图,相位图是用8个灰度等级进行输出显示的,即把相位区间 $(-\pi, \pi)$ 分成8个区域进行显示。

由图2(a)可知,中心黑暗区域外有4个关于中心对称的形状相同的光斑,在每个光斑的周围有明暗相间的环状条纹,每个光斑从第二个环状条纹开

始与相邻光斑周围的环状条纹相重叠。由图2(c)可知,中心黑暗区域周围有8个对称分布的相同的光斑,光斑周围的环状条纹也有重叠现象。由图2(e)和(g)可知,中心黑暗区域周围光斑的轮廓类似于孔雀羽毛形状,并且光斑形状相似,光斑的个数分别为12和16。

由图2(a)、(c)、(e)和(g)可知,中心黑暗区域的范围随着入射光轨道角动量量子数的增大逐渐增大,而光斑轮廓随着轨道角动量量子数的增大逐渐减小,并且每幅图中光斑的个数恰好是入射光束轨道角动量量子数的4倍。分别对比图2(a)与(b)、图2(c)与(d)、图2(e)与(f)、图2(g)与(h),可知,光强图中光斑的个数与相应的相位图中相位区域的个数相同,相位围绕着涡旋中心按逆时针方向递增。

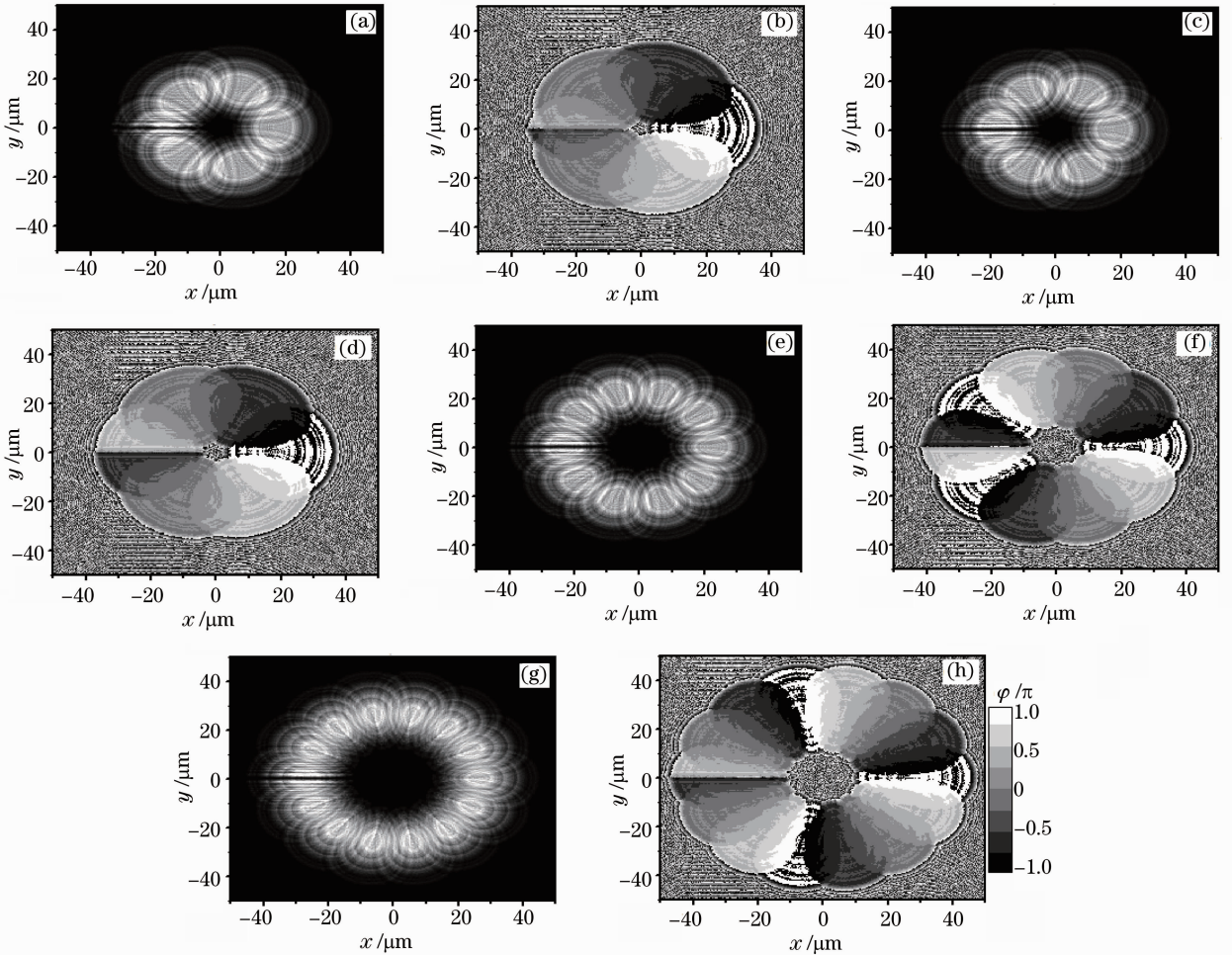


图3 (a)和(b),(c)和(d),(e)和(f),(g)和(h)分别为 $l=+4/3$ 、 $l=+1.5$ 、 $l=+2.5$ 、 $l=+3.5$ 的拉盖尔-高斯光束经弱散射屏散射后 $z=5.0\ \mu\text{m}$ 处的光强和相位的分布图

Fig.3 (a) and (b), (c) and (d), (e) and (f), (g) and (h) are the light intensity distribution patterns and the phase distribution patterns of LG beams scattered by weak scattering screen with orbital angular momentum quantum numbers of $l=+4/3$, $l=+1.5$, $l=+2.5$, $l=+3.5$ respectively

图 3(a)、(c)、(e) 和 (g) 为 $w=0.01 \mu\text{m}$, $l=+4/3, +1.5, +2.5, +3.5$ 时的拉盖尔-高斯光束经弱随机散射屏散射后在 $z=5.0 \mu\text{m}$ 处的光强分布图, 图 3(b)、(d)、(f)、(h) 是分别与图 3(a)、(c)、(e) 和 (g) 相对应的相位分布图。

由图 3(a)、(c)、(e)、(g) 可知, 当拉盖尔-高斯光束的轨道角动量量子数取分数时, 光斑的个数分别是 6、6、10、14, 并且每幅图中都有一个光斑发生了分裂, 有一条黑色的狭缝通过散斑场的中心, 并穿过其中一个光斑, 将光斑均匀分裂成两瓣。对比图 3(a) 与图 3(c)、(e) 和 (g) 可知, 当轨道角动量量子数为半整数时, 分裂光斑的大小与其他光斑一样, 而当轨道角动量量子数为 $l=+4/3$ 时, 发生分裂的光斑比其他 5 个光斑小, 对比可知, 分裂光斑约为其

他光斑的 1/3。同样在 3(b) 中分裂光斑所对应的相位区域比其他相位区域小大约 2/3。对比图 3 中的光强图和相位图可知, 光斑分裂的位置与相位发生跃变的位置相对应, 并且光斑的个数也是入射光轨道角动量量子数的 4 倍。

图 4 为拉盖尔-高斯光束经弱随机散射屏散射后在 $z=5.0 \mu\text{m}$ 处形成的光强分布图, 其中图 4(a)、(c)、(e) 对应的入射光的轨道角动量量子数分别取 $l=+2.0, l=+2.5, l=+3.0$, 图 4(b)、(d)、(f) 对应的入射光的轨道角动量量子数分别取 $l=-2.0, l=-2.5$ 和 $l=-3.0$ 。图 4(a) 和图 4(b) 中最外围的白色曲线是为了表示光斑周围环状条纹的旋转方向而添加的, 图中 8 个光斑分别用阿拉伯数字给予标记。

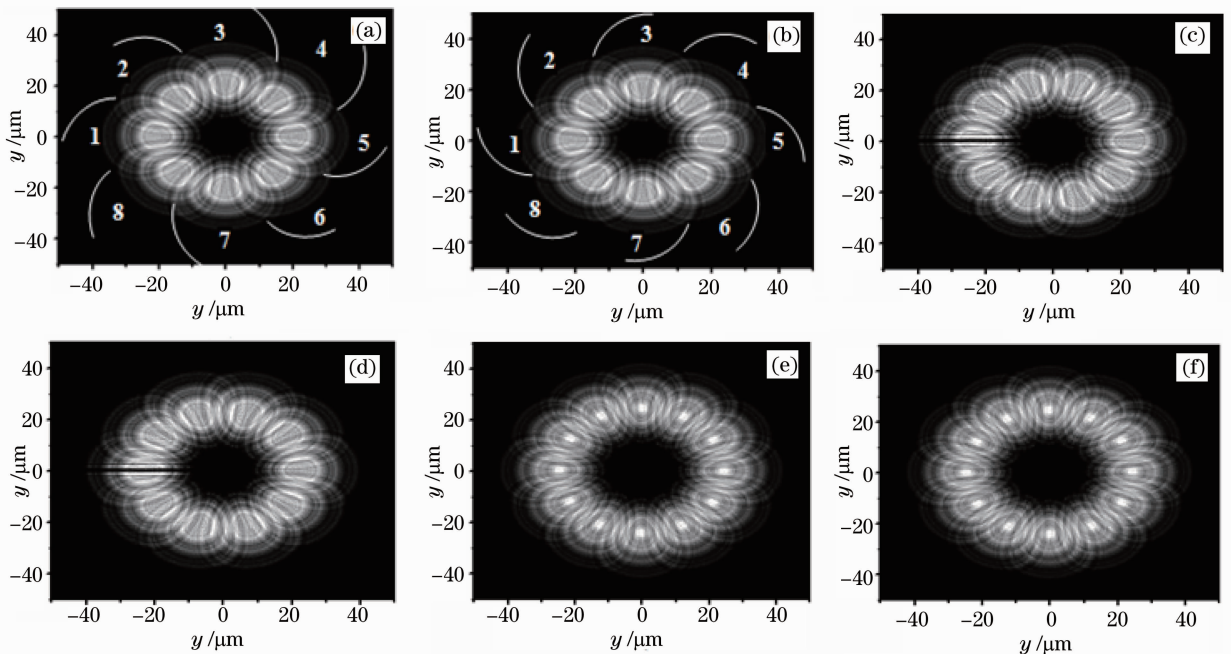


图 4 不同轨道角动量量子数的拉盖尔-高斯光束经弱散射屏散射后 $z=5.0 \mu\text{m}$ 处的光强分布图。(a) $l=+2.0$;
(b) $l=-2.0$;(c) $l=+2.5$;(d) $l=-2.5$;(e) $l=+3.0$;(f) $l=-3.0$

Fig. 4 Light intensity distribution patterns of LG beams scattered by scattering screen of different orbital angular momentum quantum numbers at $z=5.0 \mu\text{m}$. (a) $l=+2.0$;(b) $l=-2.0$;(c) $l=+2.5$;(d) $l=-2.5$;(e) $l=+3.0$;
(f) $l=-3.0$

对比图 4(a)、(c)、(e) 和图 4(b)、(d)、(f) 可知, 当轨道角动量量子数的值大小相等时, 光斑的个数相同, 光斑的分布相似, 但两幅图也有细微的区别。我们以图 4(a) 和 (b) 为例来说明轨道角动量量子数取正值和负值时的区别。观察图 4(a), 可以发现光斑 1 的右侧重叠在光斑 2 的左侧上面, 光斑 2 右侧重叠在光斑 3 的左侧上面, 光斑 3 的右侧重叠在光斑 4 的左侧上面, 如此循环一圈, 光斑 8 的右侧重叠

在光斑 1 的左侧上面, 每一个光斑右侧最外面的环状条纹比其左侧的条纹要亮, 光斑右侧最外面的环状条纹分别沿着图 4(a) 白色曲线从里向外逐渐变暗, 这与涡旋光束的轨道角动量量子数取正值时涡旋周围相位递增的方向相同。同样地, 观察图 4(b), 发现光斑 2 的左侧重叠在光斑 1 的右侧上面, 光斑 3 的左侧重叠在光斑 2 的右侧上面, 最后光斑 1 的左侧重叠在光斑 8 的右侧上面, 光斑左侧最

外面的环状条纹分别沿着图 4(b) 白色曲线从里向外逐渐变暗,这与涡旋光束的轨道角动量量子数取负值时涡旋周围相位递增的方向相同。

分析结果表明,最外面的亮条纹的亮度按顺时针或逆时针方向旋转,这种旋转方向和涡旋光束相位绕光束中心递增的方向相同,因此,可以直接用高分辨率的 CCD 放在靠近弱随机散射屏的地方,通过探测涡旋光束散射后的光强的分布,就可以准确确定入射的涡旋光束携带的轨道角动量量子数,这种

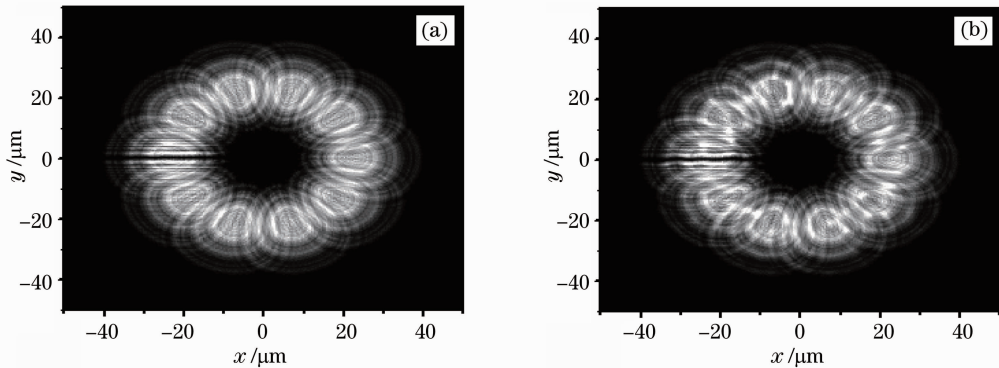


图 5 $l=+2.5$ 时不同 w 的拉盖尔-高斯光束经弱散射屏散射后的光强分布。(a) $w=0.03 \mu\text{m}$; (b) $w=0.1 \mu\text{m}$
Fig. 5 Light intensity distribution patterns of LG beams scattered by weak scattering screen for different w when orbital angular momentum quantum number $l=+2.5$. (a) $w=0.03 \mu\text{m}$; (b) $w=0.1 \mu\text{m}$

4 结 论

通过计算模拟,理论上研究了拉盖尔-高斯光束经弱随机散射屏散射后在近场的光强和相位的分布特性,发现光强的中心黑暗区域周围的光斑的个数和入射的拉盖尔-高斯光束的光子携带的轨道角动量量子数有关。无论涡旋光束的光子携带的轨道角动量量子数取整数还是分数,散射光场中光斑的个数都是入射光束光子携带的轨道角动量量子数的四倍。在轨道角动量量子数取分数的光强分布图中,有一光斑在水平方向均匀分裂为两瓣,光斑裂口的方向和入射光相位发生跃变的位置相对应。模拟结果为轨道角动量量子数传输信息的利用以及对涡旋光束轨道角动量量子数的实验探测提供了一定的参考价值。

参 考 文 献

- 1 M. Babiker, V. E. Lembessis, W. K. Lai *et al.*. Atom dynamics in multiple Laguerre-Gaussian beams [J]. *Phys. Rev. A*, 1996, **54**(5): 4259~4270
- 2 J. P. Yin, Y. F. Zhu, Y. Z. Wang. Evanescent light-wave atomic funnel: a tandem hollow-fiber, hollow-beam approach [J]. *Phys. Rev. A*, 1998, **57**(3): 1957~1966
- 3 S. Inouye, S. Gupta, T. Rosenband *et al.*. Observation of vortex phase singularities in Bose-Einstein condensates [J].

方法方便、简捷。

图 5(a)和(b)分别为 $w=0.03 \mu\text{m}$ 和 $w=0.1 \mu\text{m}$ 时, $l=+2.5$ 的拉盖尔-高斯光束经弱散射屏散射后的光强分布。由图 5 可知,当 w 逐渐增大时,拉盖尔-高斯光束经弱散射屏散射后的光强有所增大,但光斑的个数和分布与 $w=0.01 \mu\text{m}$ 的情况是相同的,这说明对于一般弱散射屏,上述方法测量拉盖尔-高斯光束的轨道角动量量子数具有普遍性。

Phys. Rev. Lett., 2001, **87**(8): 080402

- 4 Zhang Shuai, Qiao Na, Zhang Bin *et al.*. Propagation properties of annular beams in atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3103~3109
- 张 帅, 乔 娜, 张 彬 等. 环状光束在大气湍流中的传输特性 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3103~3109
- 5 Li Hailian, Yang Dexing, Ren Xiaoyuan *et al.*. Experimental investigation of optical vortex generated by volume holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 503~505
- 李海莲, 杨德兴, 任小元 等. 体全息产生光学涡旋的实验研究 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 503~505
- 6 J. F. Nye, M. V. Berry. Dislocations in wave trains [J]. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1974, **336**(1605): 165~190
- 7 M. V. Berry, M. R. Dennis. Phase singularities in isotropic random waves [J]. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 2000, **456**(2001): 2059~2079
- 8 N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith *et al.*. Laser beams with phase singularities [J]. *Opt. Quantum Electron.*, 1992, **24**(9): S951~S962
- 9 E. Abramochkin, V. Volostnikov. Spiral-type beams: optical and quantum aspects [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **125**(4-6): 302~323
- 10 G. A. Swartzlander Jr., C. T. Law. Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(17): 2503~2506
- 11 A. W. Snyder, L. Poladian, D. J. Michell. Stable black self-guided beams of circular symmetry in a bulk Kerr medium [J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(11): 789~791
- 12 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11): 8185~8189

- 13 K. T. Gahagan, G. A. Swartzlander Jr.. Optical vortex trapping of particles [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(11): 827~829
- 14 N. B. Simpson, L. Allen, M. J. Padgett. Optical tweezers and optical spanners with Laguerre-Gaussian modes [J]. *J. Mod. Opt.*, 1996, **43**(12): 2485~2491
- 15 G. A. Swartzlander Jr. Peering into darkness with a vortex spatial filter [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(8): 497~499
- 16 G. C. G. Berkhout, M. W. Beijersbergen. Using a multipoint interferometer to measure the orbital angular momentum of light in astrophysics [J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2009, **11**(9): 094021
- 17 C. S. Guo, S. J. Yue, G. X. Wei. Measuring the orbital angular momentum of optical vortices using a multipinhole plate [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2009, **94**(23): 231104
- 18 Liu Man. Intensity distribution and topological charge generated by four-pinhole aperture diffraction screens in near-field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(9): 0926001
- 刘 曼. 四孔径衍射屏在近场形成的光强分布及拓扑荷[J]. *光学学报*, 2012, **32**(9): 0926001

栏目编辑：李文喆