

贝塞尔光束和自成像局域空心光束的轴上相位分析

吴逢铁 程治明 王 涛 蒲继雄

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 对贝塞尔光束和局域空心光束的轴上相位分布进行分析。用衍射理论分析了理想贝塞尔光束和用轴棱锥产生的贝塞尔光束的光强和相位变化, 得知贝塞尔光束在轴上的相位呈周期性的锯齿状分布。由两束理想贝塞尔光束干涉得到的自成像局域空心光束轴上相位分布也呈锯齿状, 但在光强为 0 的位置出现相位奇点。而仿真实验中自成像局域空心光束轴上光强最小位置处由于光强不为 0, 并没有出现相位奇点。研究结果对于用相位调制法产生暗域光强为 0 的局域空心光束具有指导意义。

关键词 物理光学; 局域空心光束; 贝塞尔光束; 相位奇点

中图分类号 O435.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0326001

Analysis of Phase on Axis of the Bessel Beam and Self-Imaged Bottle Beam

Wu Fengtie Cheng Zhiming Wang Tao Pu Jixiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract Phases of Bessel beam and self-imaged bottle beam along propagation axis are analyzed. Phases of ideal Bessel beam and Bessel beam generated by axicon along propagation axis are periodic saw-toothed distribution after analysis with diffraction theory. And phase of self-imaged bottle beam generated by interference of two Bessel beams is also saw-toothed distribution, while phase singularity is found at the zero intensity position. In simulation experiment, the minimum intensity of self-imaged bottle beam on axis is not zero, therefore there is not phase singularity on axis. The result of research is valuable in generating self-imaged bottle beam by phase modulation, whose dark field is zero.

Key words physical optics; bottle beam; Bessel beam; phase singular point

OCIS codes 260.1960; 140.3460; 290.5825; 290.5850

1 引 言

贝塞尔光束于 1987 年由美国罗契斯大学 Durnin^[1] 教授首次提出, 并用环缝等装置在实验上得到了近似贝塞尔光束, 这一发现引起了各国学者对贝塞尔光束的极大兴趣, 致使近几十年来贝塞尔光束的相关研究和应用得到迅速发展。贝塞尔光束具有传播方向上不发散、中心光斑极小(仅几十微米)、在传播过程中遇到障碍物后能够自愈^[2] 等特性, 在粒子操控^[3]、光学引导^[4] 以及最近提出的光学拉力^[5] 等方面具有广泛应用。贝塞尔光束通过变换

可以得到另一种具有奇特性质的光束——局域空心光束, 2005 年 Wei 等^[6] 用轴棱锥透镜系统得到了单个局域空心光束, 2006 年 Ahluwalia 等^[7] 提出用双轴棱锥产生自成像局域空心光束。局域空心光束在传播方向上存在光强极小甚至为 0 的区域, 该区域是由高强度光围绕而成的三维封闭空间, 可以用于囚禁粒子^[8~11]。自成像局域空心光束中周期性地分布着多个这样的区域, 可以用于多层次粒子操控。贝塞尔光束和局域空心光束的研究对实际应用具有指导意义, 本课题组也做了一些相应的工作^[12,13]。

收稿日期: 2012-08-28; **收到修改稿日期**: 2012-10-10

基金项目: 国家自然科学基金(61178015)、福建省自然科学基金(2012J01278)和泉州市科技重点项目(2011G9)资助课题。

作者简介: 吴逢铁(1958—), 男, 博士, 教授, 主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

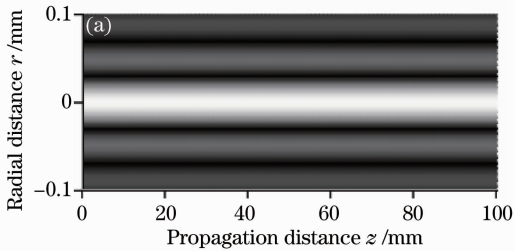
目前,对贝塞尔光束和局域空心光束的研究主要集中在光强分布、产生方法^[14]、传输变换和应用等方面,相位分布的研究却尚未涉及。光场中的相位和光强有着密切联系,对贝塞尔光束和局域空心光束相位的研究是很有必要的。本文从理论上分析了贝塞尔光束和自成像局域空心光束的轴上相位分布,发现理想贝塞尔光束和用轴棱锥产生的贝塞尔光束在传播轴上的相位均为周期性的锯齿状分布,其周期与轴向波矢分量有关。两束理想贝塞尔光束干涉得到的自成像局域空心光束的轴上相位在周期性锯齿状分布的基础上出现了多个相位奇点,相位奇点的位置与自成像局域空心光束的暗域位置一一对应。而仿真实验中自成像局域空心光束中暗域处最小光强不能够达到0,从而轴上没有出现相位奇点。暗域处的最小光强不为0会在粒子囚禁和原子冷却等应用中带来不利影响,暗域处的光强较大处对应的光强梯度较小,用于粒子囚禁时光对于处在暗域中粒子的散射力更小,不利于稳定的粒子囚禁等光学微操作^[15]。若能根据研究结果对相位进行调制以产生暗域轴上光强为0的自成像局域空心光束,提高暗域处的光强梯度,自成像局域空心光束将能更好地应用于粒子囚禁等光学微操作。

2 贝塞尔光束的相位

2.1 理想贝塞尔光束的相位

贝塞尔光束是标量亥姆霍兹波动方程在自由空间中的一组特殊解,其柱坐标系下的表达式为

$$E(r, k_r, k_z, z) = J_0(k_r r) \exp(ik_z z), \quad (1)$$



式中 k_r 和 k_z 分别为径向和纵向的波矢分量, $\sqrt{k_r^2 + k_z^2} = k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长, r 为径向距离。以轴棱锥产生贝塞尔光束为例进行讨论,对应的 k_r 、 k_z 分别为

$$k_r = k(n-1)\gamma, \quad k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2} \quad (2)$$

式中 n 和 γ 分别为轴棱锥的折射率和底角。取波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 、轴棱锥折射率 $n = 1.458$ 、轴棱锥底角 $\gamma = 1^\circ$ 。 $\arg(q)$ 函数可以求出复数 q 在 $(-\pi, \pi)$ 内的幅角,同样可以求出场强 E 的相位(即复数 E 的幅角), (1)式所表述光场对应的轴上相位分布为

$$p(z) = \arg[E(z)]. \quad (3)$$

(1)式中场强 E 是多个变量的函数,当轴棱锥的折射率、底角确定时, k_r 、 k_z 也随之确定,变量只剩 r 和 z 两个,即 $E(r, z)$, 现只求轴上的相位分布便有 $r = 0$, 从而场强可写成 $E(z)$ 。对理想贝塞尔光束的光强和相位进行模拟,图1(a)为贝塞尔光束的轴向光强分布,可见理想0阶贝塞尔光束具有不发散的特性。由于(1)式表述的光场具有线性相位因子,而相位的取值只能介于 $-\pi$ 与 π 之间,所以轴上相位分布如图1(b)所示,相位从0开始线性增大,到最大值 π 时又瞬间降到 $-\pi$, 而后又线性增大到最大,如此往复,在传播轴上显现出周期性锯齿状分布。相位变化的周期为

$$T_z = \frac{2\pi}{k_z}, \quad (4)$$

代入数据可得相位变化周期 $T_z = 632.8 \text{ nm}$ 。图1(b)显示在 $z = 0 \sim 4.43 \mu\text{m}$ 之间有7个完整周期,平均周期为 $\bar{T}_z \approx 632.8 \text{ nm}$, 与理论计算所得吻合。

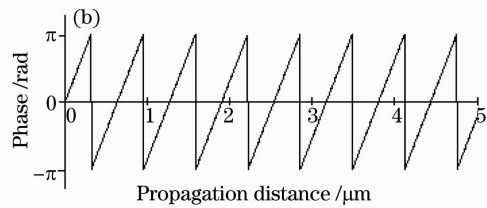


图1 理想贝塞尔光束。(a)轴向光强分布;(b)轴上相位分布

Fig. 1 Theoretical Bessel beam. (a) Intensity distribution on axis; (b) phase distribution on axis

2.2 模拟实验中贝塞尔光束的相位

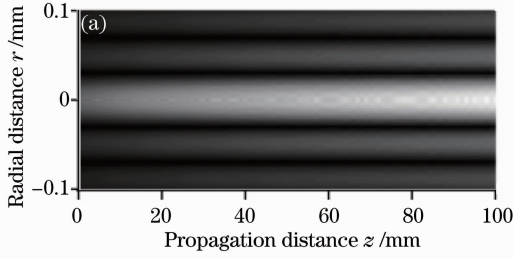
模拟实验中采用轴棱锥产生贝塞尔光束,平面波通过轴棱锥的场强分布可由柯林斯公式和轴棱锥的透过率函数 $t(r) = \exp[-ik(n-1)\gamma r]$ 求得^[16]:

$$E(r_2, z) = \left(-\frac{ik}{z}\right) \exp(ikz + \frac{ikr_2^2}{2z}) \int_0^R J_0\left(\frac{kr_1 r_2}{z}\right) \times \exp\left[\frac{ikr_1^2}{2z} - ik(n-1)\gamma r_1\right] r_1 dr_1, \quad (5)$$

式中 r_1 为轴棱锥入射面的径向坐标, r_2 为接收面的径向坐标。光强分布为

$$I(r_2, z) = |E(r_2, z)|^2. \quad (6)$$

分别根据(6)式对轴向光强进行仿真计算,与上文选取相同的参量,可得轴棱锥后的轴向光强分布



如图 2(a)所示,光束半径在一段距离内没有发散。图 2(b)为轴上相位分布,锯齿状相位变化的周期约为 632.8 nm,与上文由(4)式计算所得相符。

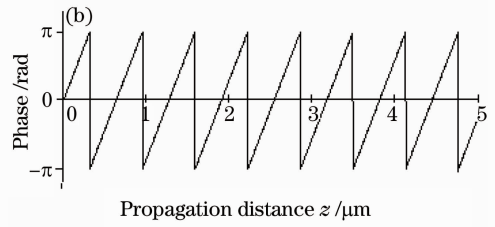


图 2 模拟实验贝塞尔光束。(a)轴上光强分布;(b)轴上相位分布

Fig. 2 Bessel beam in simulation experiment. (a) Intensity distribution on axis; (b) phase distribution on axis

3 自成像局域空心光束的相位分布

3.1 理想自成像局域空心光束相位分析

由文献[13]可知,频率相同波矢分量不同的两束贝塞尔光束干涉便可得到自成像局域空心光束。取波长 $\lambda=632.8$ nm,轴棱锥折射率 $n=1.458$,两轴棱锥的底角分别为 $\gamma=1^\circ$ 、 $\gamma'=0.5^\circ$,此时两束贝塞尔光束干涉的光强 I 为干涉场强 E_0 模的平方:

$$I = |E_0|^2 = |E + E'|^2 = |J_0(k_r \rho) \times \exp[i(k_z - \omega t)] + J_0(k'_r \rho) \exp[i(k'_z - \omega t)]|^2. \quad (7)$$

干涉后的轴向光强分布如图 3 所示。在图 3 的光强分布图中可观察到 4 个完整周期的自成像局域

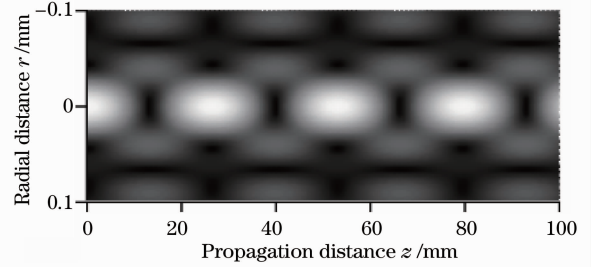


图 3 理想自成像局域空心光束轴向光强分布图

Fig. 3 Intensity distribution of theoretical self-imaged bottle beam on axis

空心光束,分别在 $z=13.262$ 、 39.786 、 66.3105 、

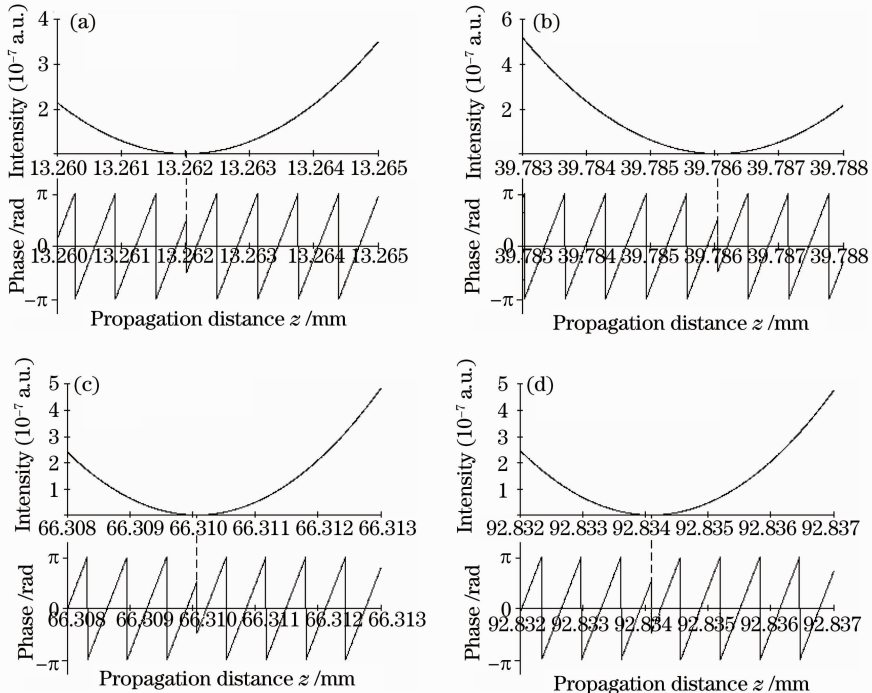


图 4 理想自成像局域空心光束轴上相位和光强分布图

Fig. 4 Phase and intensity distributions of theoretical self-imaged bottle beam on axis

92.8341 mm附近出现封闭的暗域。

图4为轴上光强和相位分布图,图4(a)~(d)分别对应图3中4个暗域位置附近的光强和相位分布。从中可以看出4个出现暗域的点都对应一个轴上相位的异常变化,如图4(a)的相位图中在 $z=13.262$ mm附近相位没有增大到 π 就出现陡降,并且相位没有降到 $-\pi$ 又开始线性增大。这与图1(b)中相位有规律地从 π 降到 $-\pi$ 不同,视为突变(即相位奇点)。本应为线性增大的相位在奇点位置的纵坐标出现一条竖直向下的线段,从而奇点位置的相位可以取该线段对应的任意相位,奇点处相位不确定,对应位置的光强为0。

3.2 仿真实验中自成像局域空心光束相位分析

仿真实验中用两个不同底角的轴棱锥产生贝塞尔光束,并使两束贝塞尔光束相干叠加产生自成像局域空心光束。两个轴棱锥的底角分别为 $\gamma=1^\circ$ 、 $\gamma'=0.5^\circ$,将两底角分别代入(5)式即可得到轴棱锥后的光场分布 $E(r_2, z)$ 、 $E'(r_2, z)$,总光场 E_0 为

$$E_0(r_2, z) = E(r_2, z) + E'(r_2, z), \quad (8)$$

从而光强

$$I(r_2, z) = |E_0(r_2, z)|^2. \quad (9)$$

根据(8),(9)式,用计算机仿真可得轴棱锥后一段距离内的轴向光强分布如图5所示,图中显示在100 mm内出现了4个轴上光强很小的暗域空间。4个光强最小处对应的轴上光强和相位分布图分别如图6(a)~(d)所示,可见 $z=124.4184$ 、 152.097 、 178.4252 、 205.3138 mm 4个位置处光强虽然很小,但并未达到0,这一现象与2008年吴逢铁等^[13]实验

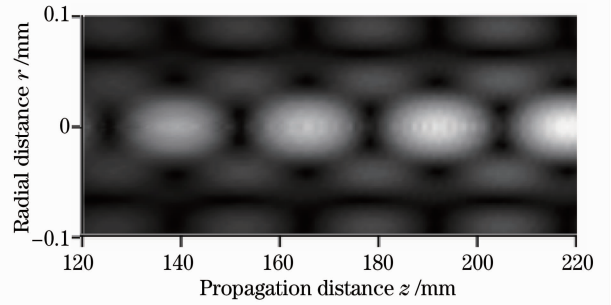


图5 局域空心光束轴向光强分布

Fig. 5 Intensity distribution of bottle beam on axis

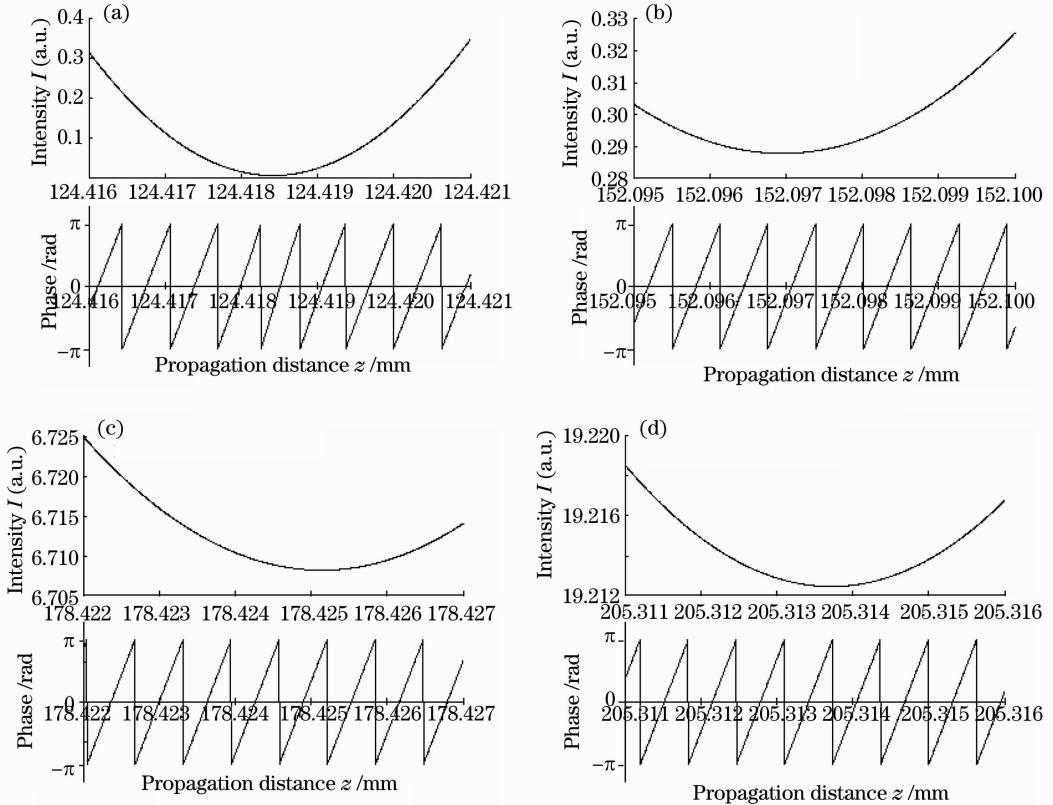


图6 模拟实验中自成像局域空心光束轴上光强和相位分布

Fig. 6 Intensity and phase distributions of self-imaged bottle beam in simulation experiment

得到的局域空心光束相符,暗域中心光强也不为0。相位也没有出现与图4类似的相位奇点。出现相位奇点是光强为0的充分条件^[17],局域空心光束应用于原子冷却等领域时暗域中的光强会带来不利的影响,因此若能通过相位调制使特定位置出现相位奇点,将产生暗域光强为0的局域空心光束,可以避免局域空心光束应用于原子冷却时产生热效应,拓宽其应用领域。

4 结 论

分析了贝塞尔光束和自成像局域空心光束的轴上相位与光强分布的关系,得知贝塞尔光束的轴上相位为周期性的锯齿状分布,而理想的自成像局域空心光束轴上相位是在贝塞尔光束的相位分布基础上出现多个相位奇点,相位奇点的位置与轴上光强的最低点一一对应。仿真实验中自成像局域空心光束轴上没有出现相位奇点,暗域处轴上最小光强不为0。研究结果对局域空心光束的相位调制等方面具有一定的指导意义。

参 考 文 献

- 1 J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(4): 651~654
- 2 Zhang Qian'an, Wu Fengtie, Zheng Weitao *et al.*. Self-reconstructing properties of high-order Bessel-Gauss beam [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2011, **41**(10): 1131~1137
- 张前安, 吴逢铁, 郑维涛等. 高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2011, **41**(10): 1131~1137
- 3 D. G. Grier. A revolution in optical manipulation [J]. *Nature*, 2003, **424**(6950): 810~816
- 4 M. D. Summers, J. P. Reid, D. McGloin. Optical guiding of aerosol droplets [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(14): 6373~6380
- 5 J. Chen, J. Ng, Z. F. Lin *et al.*. Optical pulling force [J]. *Nature Photon.*, 2011, **5**(9): 531~534

- 6 M. D. Wei, W. L. Shiao, Y. T. Lin. Adjustable generation of bottle and hollow beams using an axicon [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **248**(1-3): 7~14
- 7 B. P. S. Ahluwalia, W. C. Cheong, X. C. Yuan *et al.*. Design and fabrication of a double-axicon for generation of tailorable self-imaged three-dimensional intensity voids [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 987~989
- 8 Xu Peng, He Xiaodong, Wang Jin *et al.*. Trapping a single atom in a blue detuned optical bottle beam trap [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(13): 2164~2166
- 9 Vladlen G. Shvedov, Cyril Hnatovsky, Andrei V. Rode *et al.*. Robust trapping and manipulation of airborne particles with a bottle beam [J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(18): 17350~17356
- 10 Peng Zhang, Ze Zhang, Prakash Jai *et al.*. Trapping and manipulating aerosols with optical bottle beams generated by moiré technique [C]. QELS, 2011, QWI6
- 11 G. Li, S. Zhang, L. Isenhower *et al.*. Crossed vortex bottle beam trap for single-atom qubits [J]. *Opt. Lett.*, 2012, **37**(5): 851~853
- 12 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Zhang Qian'an *et al.*. Liquid axicon for generating single bottle beam with size adjustable [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1008001
- 程治明, 吴逢铁, 张前安等. 液体轴棱锥产生尺寸可调的单个局域空心光束 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(10): 1008001
- 13 Wu Fengtie, Zeng Xiahui. Bottle beam with Talbot effect generated by interfering Bessel beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 174~178
- 吴逢铁, 曾夏辉. 相干贝塞尔光产生具有塔尔博特效应的局域空心光束 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 174~178
- 14 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Fan Dandan *et al.*. Non-diffraction Bessel-like beam generated by green LED source [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2012, **42**(8): 805~811
- 程治明, 吴逢铁, 范丹丹等. 绿光LED产生无衍射Bessel光束 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2012, **42**(8): 805~811
- 15 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Fang Xiang *et al.*. Multi-bottle beam generated by vaulted axicon [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(21): 214201
- 程治明, 吴逢铁, 方翔等. 圆顶轴棱锥产生多个Bottle beam [J]. *物理学报*, 2012, **61**(21): 214201
- 16 A. T. Friberg. Stationary-phase analysis of generalized axicons [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(4): 743~750
- 17 Liu Pusheng. Study of Some Effects in Coherent and Correlation Singular Optics [D]. Chengdu: Sichuan University, 2007. 2~3
- 刘普生. 相干和相关奇点光学效应研究 [D]. 成都: 四川大学, 2007. 2~3

栏目编辑: 李文喆