

基于 0-1 稀疏循环矩阵的测量矩阵分离研究

程 涛^{1,2} 朱国宾¹ 刘玉安¹

(¹ 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079)

² 广西工学院汽车工程系, 广西 柳州 545006

摘要 当前压缩感知中测量矩阵的优化是测量阶段和重构阶段采用同一矩阵的事前优化。采用了以行变换为主的测量矩阵优化算法和过渡矩阵将压缩感知的测量矩阵和重构矩阵相分离, 在测量阶段采用单像素相机的 0-1 稀疏矩阵, 在重构阶段采用近似矩阵, 这是区别于传统思路的测量数据和测量矩阵的事后优化方法。理论分析和实验结果表明, 优化矩阵的性能好于稀疏循环矩阵, 近似矩阵和优化矩阵具有相近的性能。研究成果降低了测量矩阵工程设计和实现的难度。

关键词 压缩感知; 测量矩阵; 重构矩阵; 过渡矩阵; 相关性

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0220001

Separation Research of Measurement Matrices Based on 0-1 Sparse Circulant Matrix

Cheng Tao^{1,2} Zhu Guobin¹ Liu Yu'an¹

(¹ State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing,
Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China
² Department of Automotive Engineering, Guangxi University of Technology,
Liuzhou, Guangxi 545006, China)

Abstract Current optimization of measurement matrix of compressive sensing is optimization beforehand by using the same matrix in measurement and reconstruction stages. Transition matrix and optimization algorithm mainly based on row transformation are proposed to separate the measurement matrix and reconstruction matrix of compressive sensing. 0-1 sparse matrix of single-pixel camera is adopted during measurement, while approximate matrix is adopted during reconstruction. It is a kind of afterwards optimization method of measurement data and measurement matrix, different from traditional thinking. Theory analysis and experiment results demonstrate that the characteristics of optimal matrix are better than circulant sparse matrix, and approximate matrix and optimal matrix have similar characteristics. The research results reduce the difficulty of engineering design and implementation of measurement matrix.

Key words compressive sensing; measurement matrix; reconstruction matrix; transition matrix; relevance

OCIS codes 200.3050; 230.4040; 210.1635; 100.3010

1 引 言

压缩感知中测量矩阵的设计、优化和性质是信号重构的关键因素。随机矩阵(高斯矩阵、伯努利矩阵等)虽有较好的信号重构能力和普适性,但是难以硬件实现,因此人们转而研究性能较差、易于硬件实

现的确定性矩阵[托普利兹(Toeplitz)矩阵、循环矩阵、多项式矩阵等]^[1,2]。单像素相机的数字微镜(DMD)只能表示 0-1,所以单像素相机的测量矩阵只能采用 0-1 稀疏矩阵。但是稀疏矩阵的行列不相关性较差,而且采用稀疏矩阵会导致测量值中各元

收稿日期: 2012-08-01; **收到修改稿日期**: 2012-09-13

基金项目: 国家自然科学基金(40871201)资助课题。

作者简介: 程 涛(1976—),男,博士研究生,副教授,主要从事压缩感知和云计算等方面的研究。

E-mail: ctnp@163.com

导师简介: 朱国宾(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事遥感、地理信息系统等方面的研究。

E-mail: gbzhuu@gmail.com(通信联系人)

素只能包含信号的一部分信息,各元素不再处于同等地位,抗丢包能力变差^[3~5]。

在压缩感知中有测量矩阵(Φ)和传感矩阵(A^{CS}),其中 $A^{CS} = \Phi\psi$, ψ 为信号的稀疏变换基^[6]。如果信号本身就是稀疏的,则无需再做稀疏变换,这时测量矩阵就是传感矩阵(文献[6]译 A^{CS} 为压缩感知信息算子,本文为表述方便采用“传感矩阵”的译法^[1])。矩阵设计优化的准则主要是各列和各行互相关性最小化^[7]。Elad 等^[8~12]在稀疏变换基已知的情况下,以各列相关性最小化或平均化为目标优化传感矩阵。尽管取得了较好的优化效果,但存在方法复杂、操作不便的弊端,而且是非直接优化。文献[5,13~15]通过矩阵的行向量正交化以及列向量单位化来优化矩阵。目前尚未发现关于矩阵各行单位化的研究报道。

无论测量矩阵如何优化设计,不变的是在测量和重构两个阶段都采用同一个矩阵(测量矩阵)。如果在测量阶段采用易于硬件实现的未优化的确定性矩阵,在重构阶段就无法保证信号的重构效果;如果在重构阶段采用优化矩阵,就无法保证在测量阶段测量矩阵容易实现。在测量阶段采用硬件容易实现、性能较差的确定性矩阵,在重构阶段采用硬件不易实现、性能较好的高斯矩阵是研究的主要问题。将传统的测量矩阵分离为测量阶段的测量矩阵(Φ)和重构阶段的重构矩阵(Φ_r ,又称为近似矩阵),并在测量矩阵和重构矩阵之间以过渡矩阵(T)建立起两者的映射变换关系。

测量矩阵中的循环矩阵易于电路硬件实现,可采用离散傅里叶变换快速求解;单像素相机的 0-1 稀疏矩阵不但易于硬件实现而且所需存储空间小、运算速度快。因此将两者混合,以 0-1 稀疏循环矩阵(简称稀疏循环矩阵)为研究对象。为便于与同行研究成果做对比,稀疏循环矩阵的大小设为 128×256 ,初始行向量是包含 32 个随机分布的 1 的稀疏行向量,各行向量都是前一个行向量各元素依次右移 2 位的结果。

2 贪婪追踪算法的影响因素分析

根据已有研究成果^[5,13~15]可知,测量矩阵行向量的正交化,列向量不相关性的提高以及列向量单位化都对信号重构效果有促进作用。

设 $x = (x_1, \dots, x_N)^T$ 为稀疏信号, $x \in R^N$ 。而且 $y = \Phi x$, $y \in R^M$, Φ 为测量矩阵, $\Phi \in R^{M \times N}$, Φ_i 表示 Φ 的行向量, $1 \leq i \leq M$; Φ_j 表示 Φ 的列向量, $1 \leq j \leq$

N 。根据压缩感知理论,可以重构出稀疏信号 x ,即

$$f_{\min}(\|x\|_0), \quad y = \Phi x, \quad (1)$$

$$f_{\min}(\|x\|_1), \quad y = \Phi x, \quad (2)$$

其中 $f_{\min}|\cdot|$ 为取最小值。正交匹配追踪(OMP)、正则化正交匹配追踪(ROMP)、分段正交匹配追踪(StOMP)、子空间追踪(SP)和压缩采样匹配追踪(CoSaMP)等贪婪追踪算法都是在匹配追踪(MP)算法的基础上发展而来的。其核心思想就是通过寻找与 y 相似的测量矩阵列向量 Φ_j ,从而逐步确定采集信号时实际使用的支撑集 Φ_1, Φ_i 为支撑集 Φ_1 的第 i 行。以 SP^[16]算法为例, $y_r = y - \Phi_1 \Phi_1^\dagger y$, y_r 为在迭代过程中的残差, Φ_1^\dagger 为 Φ_1 的广义逆;以 α_j 为 Φ_j 与 y_r 的夹角; y_i 为 $y - y_r$ 的第 i 个元素; $x_p = \Phi_1^\dagger y$, 由于 x_p 中元素的个数小于 N ,可在非支撑集对应的位置补“0”,扩充后的 x_p 以 x_q 表示; β_i 表示 Φ_i 与 x_q 的夹角。在寻找相似向量和重构信号过程中都会涉及到 $\Phi_j^\dagger y_r$ 和 $\Phi_i x_p$ 两种基本运算。这两种基本运算可进一步分解,即

$$\Phi_j^\dagger y_r = |\Phi_j| \cdot |y_r| \cos \alpha_j, \quad (3)$$

$$y_i = \Phi_i x_p = \Phi_i x_q = |\Phi_i| \cdot |x_q| \cos \beta_i. \quad (4)$$

由(3)式和(4)式可知, $\Phi_j^\dagger y_r$ 可分解为 $|\Phi_j|$ 、 $|y_r|$ 和 $\cos \alpha_j$ 三项; $\Phi_i x_p$ 可分解为 $|\Phi_i|$ 、 $|x_q|$ 和 $\cos \beta_i$ 三项。 $|\Phi_j|$ 的变化会导致无法准确确定支撑集; $|\Phi_i|$ 的变化也会将不确定性带入 y_r ,在后续的迭代中影响到支撑集的准确确定,从而无法准确重构信号。因此,只要测量矩阵各行的模 $|\Phi_i|$ 相等,同时各列的模 $|\Phi_j|$ 也相等,就能提高筛选支撑集的正确率,使影响计算结果的因素由 3 项减少为 2 项。因此,构建各行模相等和各列模相等的矩阵是改善信号重构能力的关键之一。这表明,对于贪婪追踪算法影响其重构能力的因素有 4 个:各列不相关性好;各行不相关性好;各列模近乎相等;各行模近乎相等。部分哈达玛(Hadamard)矩阵就是这样的矩阵(部分哈达玛矩阵各列不相关性好于高斯矩阵,各行完全正交、各列模相等、各行模相等),在这 4 个因素的共同作用下具有非常好的信号重构能力。因此适应贪婪追踪算法的测量矩阵应同时具备这 4 个优点。

3 矩阵分析及优化方法

为了研究矩阵的性质,表 1 列出了稀疏循环、优化和近似矩阵的各种统计学参数(表 1 中各行数据,除“Jarque-Bera 检验”外,“/”号左边的数据表示最小值,“/”号右边的数据表示最大值;“Jarque-Bera

检验”行，“/”号左边的数据表示符合“Jarque-Bera 检验”的列数，“/”号右边的数据表示符合“Jarque-

Bera 检验”的行数)。 μ_{cmax} 为列间相关系数绝对值的最大值； μ_{rmax} 为行间相关系数绝对值的最大值。

表 1 3 类矩阵的相关参数

Table 1 Parameters of 3 matrices

	Sparse circulant matrix Φ	Optimal matrix Φ_0	Approximate matrix Φ_r
Jarque-Bera test	0/0	248/126	249/125
μ_{cmax}	0.579	0.254	0.243
μ_{rmax}	0.344	0	0.002
Norm of column	3.162/4.69	1/1	0.869/1.106
Norm of row	$\sqrt{32}/\sqrt{32}$	$\sqrt{2}/\sqrt{2}$	1.408/1.411
Mean of column	0.078/0.172	-0.025/0.024	-0.027/0.023
Mean of row	0.125/0.125	-0.019/0.018	-0.018/0.018
Variance of column	0.073/0.143	$(7.254 \times 10^{-3})/(7.874 \times 10^{-3})$	$(5.870 \times 10^{-3})/(9.624 \times 10^{-3})$
Variance of row	0.11/0.11	$(7.494 \times 10^{-3})/(7.843 \times 10^{-3})$	$(7.448 \times 10^{-3})/(7.802 \times 10^{-3})$
1/M		7.813×10^{-3}	

根据已有的研究成果^[5,13~15]可知,对测量矩阵做正交化处理在保持矩阵各行正交化的同时,也能有效改善高斯矩阵的列不相关性。而欲使矩阵各行或各列的模相等只需通过简单的单位化运算即可实现。如对稀疏循环矩阵各行正交规范化后,再作各列单位化处理就可使矩阵各行不再满足单位化和正交化,从而使矩阵各行再次正交规范化成为可能。这样就可对稀疏循环矩阵连续进行各行正交规范化、各列单位化的循环迭代,以期使稀疏循环矩阵的性质趋于稳定收敛,基本具备上述的 4 个优点。实验结果表明,以行正交规范化和列单位化为核心的循环迭代可以很好地达到这一目的,相应的稀疏循环矩阵优化算法如下。

输入:稀疏循环矩阵 Φ 。

初始化:设定迭代次数 i 的初始值为 0,最大值 i_{max} 默认为 67。

迭代:在第 i 次迭代执行以下步骤。

1) 以 Jarque-Bera 检验计算 Φ 各列和各行服从高斯分布的行数 J_{ri} 和列数 J_{ci} ;

2) 计算 Φ 各列向量间的相关系数,取出其绝对值的最大值 μ_{cimax} ;计算各行向量间的相关系数,取出其绝对值的最大值 μ_{rimax} ;

3) 计算 Φ 各行向量的模,取出其最大值 n_{rimax} 和最小值 n_{rimin} ;

4) 正交规范化 Φ 各行向量,单位化 Φ 各列向量;

5) 使 $i=i+1$,判断 $i>i_{max}$,如果是,退出迭代,否则返回执行步骤 1)。

输出:优化后的稀疏循环矩阵 Φ_0 。

图 1 为矩阵各行模极值与迭代次数的关系,图 2 为矩阵各行列相关系数绝对值的最大值与迭代次数的关系,图 3 为矩阵服从高斯分布行列数与迭代次数的关系,图 4 为近似矩阵各列模极值与迭代次数的关系。稀疏循环矩阵的优化过程和结果如图 1(a),图 2(a),图 3(a)和表 1 所示。图 1 和图 4 中,由于迭代 0 处的 y 值过大,故图中只能表现出迭代 0-1 段的部分曲线,0 处的 y 值可由表 1 查出。图 1 中的参考线是 y 值为 $\sqrt{2}$ 的水平线。由图 1(a)可知,稀疏循环矩阵的行模极值在迭代过程中迅速收敛,在第 13 次迭代后已和参考线重合为一条直线。由图 2(a)可知,稀疏循环矩阵的各行列相关系数绝对值的最大值在迭代过程中迅速变小收敛,在第 7 次迭代后数值不再变化,曲线变成直线。由表 1 可知,优化矩阵的行相关系数为 0,即各行完全正交;优化矩阵的列相关系数也由 0.579 减小到 0.254。由图 3(a)可知,稀疏循环矩阵的各行列服从高斯分布的数量在第 55 次迭代后迅速攀升,并在第 67 次迭代中各行列基本都服从高斯分布(各行列服从高斯分布的数量各为 248 和 126,如表 1 所示),说明稀疏循环矩阵已演变为高斯矩阵,这是迭代过程中大数定律发挥作用的结果。因为矩阵各行列的元素数量都大于 50,所以采用适用于大样本的 Jarque-Bera 检验判断矩阵中服从高斯分布的行列数。通过 Jarque-Bera 检验的进一步计算证明优化矩阵服从 $(0,1/M)$ 高斯分布,因此各行模的平方服从 χ^2 分布,即各行模的数学期望为 $\sqrt{N/M} = \sqrt{2}$ 。由图 1(a)可知,在后期迭代过程中行模极值都收敛于 $\sqrt{2}$,与其数学期望值相同。

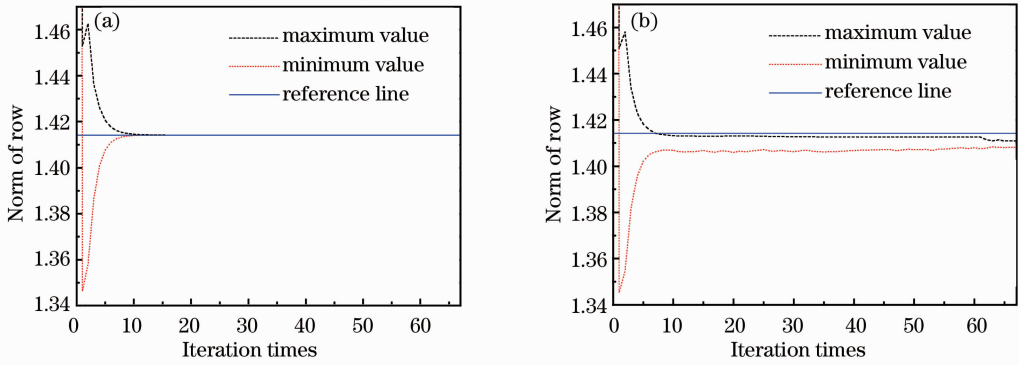


图 1 矩阵各行模的极值与迭代次数的关系。(a)优化矩阵;(b)近似矩阵

Fig. 1 Row norm extreme value of matrix versus iteration times. (a) Optimal matrix; (b) approximate matrix

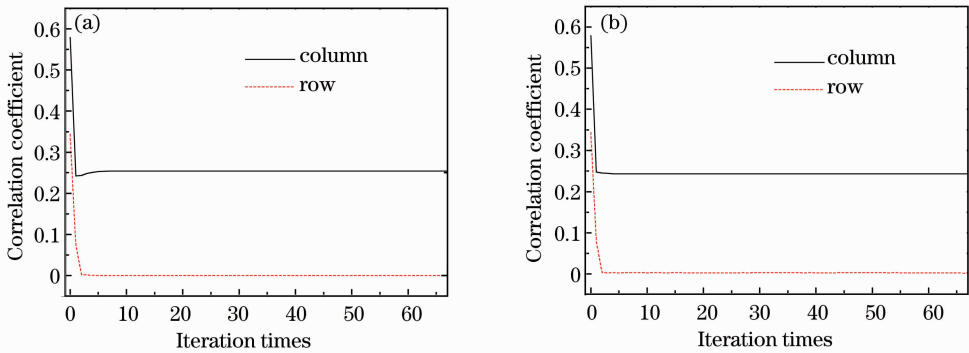


图 2 矩阵各行列相关系数绝对值的最大值与迭代次数的关系。(a)优化矩阵;(b)近似矩阵

Fig. 2 Maximum of absolute value of correlation coefficient of matrix rows and columns versus iteration times. (a) Optimal matrix; (b) approximate matrix

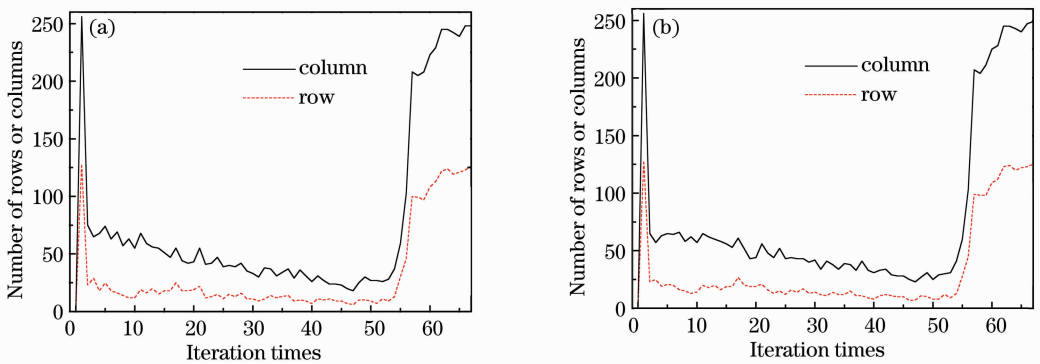


图 3 矩阵服从高斯分布行列数与迭代次数的关系。(a)优化矩阵;(b)近似矩阵

Fig. 3 Number of rows and columns which follow the Gauss distribution versus iteration times. (a) Optimal matrix; (b) approximate matrix

由表 1 可知,优化矩阵的行列均值和方差[行列均值的极值分别为 $-0.025/0.024$ 和 $-0.019/0.018$;行列方差的极值分别为 $(7.254 \times 10^{-3})/(7.874 \times 10^{-3})$ 和 $(7.494 \times 10^{-3})/(7.843 \times 10^{-3})$,如表 1 所示]都非常接近于样本均值为 0 和样本方差为 $1/M(7.813 \times 10^{-3})$ 的理想状态。优化算法中迭代次数的最大值视图 1(a),图 2(a)中曲线的迭代

收敛稳定程度以及图 3(a)中符合高斯分布的行列数而定。由图 1(a),图 2(a)可知最大迭代次数取 67 时图 1(a),图 2(a)的曲线都已收敛稳定,图 3(a)中几乎所有的行列都服从高斯分布。对于不同的稀疏循环矩阵,迭代次数最大值只要取一个能够使图 1、图 2 和图 4 中曲线随迭代收敛稳定,使图 3 服从高斯分布行列数大于矩阵行列数的 95%(即绝大多数

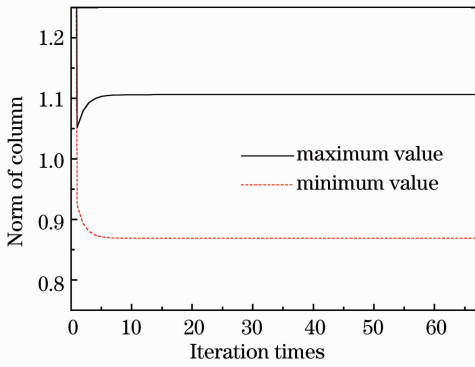


图 4 近似矩阵各列模极值与迭代次数的关系

Fig. 4 Column norm extreme value of approximate matrix versus iteration

的行列都服从高斯分布)的较大值即可。

4 基于过渡矩阵的稀疏循环矩阵优化算法

稀疏循环矩阵优化后尽管具有很好的性质,但是不能将测量矩阵和重构矩阵分离,在测量和重构过程中只能采用相同的矩阵。优化前后的两矩阵由于具有相同的秩(M),所以存在可逆矩阵 \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} 使

$$\mathbf{P}\Phi\mathbf{Q} = \Phi_0, \quad (5)$$

在物理意义上, \mathbf{P} 为矩阵初等变换中的行变换; \mathbf{Q} 为矩阵初等变换中的列变换。优化算法中的行单位化和正交化都属于初等变换的范畴;列单位化只起较小的作用。因此(5)式可近似表示为

$$\Phi_T = \mathbf{T}\Phi \approx \Phi_0, \quad \mathbf{T} = \Phi_0\Phi^T(\Phi\Phi^T)^{-1}. \quad (6)$$

在这里期望 Φ_T 和 Φ_0 具有相近的性质(行列的模基本相等、各行基本正交、各列不相关性好)。由表 1 可知, Φ_T 和 Φ_0 的性质非常接近,已经达到目的。图 1(b),图 2(b),图 3(b)和图 4 是对应稀疏循环矩阵优化迭代过程计算出的近似矩阵的性质变化过程。由图 1(b)可知,近似矩阵行模极值尽管不再收敛于 $\sqrt{2}$,但是其极值已非常接近,符合各行模基本相等的要求。由表 1 可知,近似矩阵的列相关系数(0.243)低于优化矩阵(0.254);行基本不相关(0.002),行模基本相等(1.408/1.411),但是列模极值相差较大(0.869/1.106)。由图 4 可知近似矩阵的列模极值尽管最后收敛,但是其值不再为 1。图 1,图 2,图 3 中(a)和(b)的曲线构型非常相似,说明本文提出的优化算法和基于(6)式的近似矩阵计算方法可很好地保留优化矩阵的性质,而且经过 Jarque-Bera 检验近似矩阵也是高斯随机矩阵。

因此,可以过渡矩阵 \mathbf{T} 将测量矩阵和重构矩阵相分离。在测量阶段采用易于电路实现的稀疏循环矩阵,以(1)式中的约束方程的形式采集信号;在重构阶段以过渡矩阵 \mathbf{T} 将(1)式的测量值 $\mathbf{y}(\mathbf{y}_T = \mathbf{T}\mathbf{y})$ 和测量矩阵 $\Phi(\Phi_T = \mathbf{T}\Phi)$ 完善优化以下式重构信号。

$$f_{\min}(\|\mathbf{x}\|_0), \quad \text{s. t. } \mathbf{y}_T = \Phi_T\mathbf{x}. \quad (7)$$

5 信号重构结果对比及分析

为了进一步验证本文方法的有效性,图 5 以 OMP 算法给出了稀疏循环矩阵和优化矩阵对相同信号的测量重构结果;同时以过渡矩阵乘以稀疏循环矩阵的测量值($\mathbf{y}_T = \mathbf{T}\mathbf{y}$),以近似矩阵($\Phi_T = \mathbf{T}\Phi$)重构信号[如(7)式所示],同样将实验结果标示于图 5。信号采用高斯稀疏信号,对每个稀疏度 K 值重复试验 500 次,然后计算信号精确重构概率。为更清晰地表达实验结果,图上只表示各曲线重构概率为 1 的最后一个点和重构概率为 0 的第一个点,以及两点之间的曲线部分。

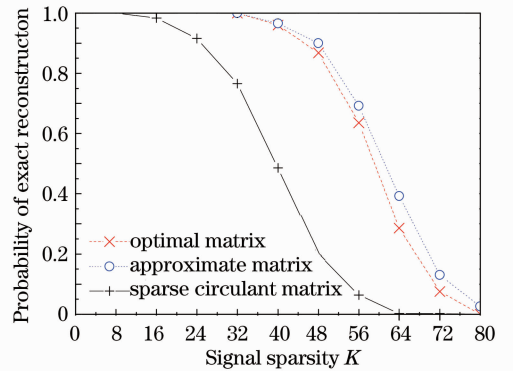


图 5 3 类矩阵的重构概率与稀疏度的关系

Fig. 5 Probability of exact reconstruction versus the sparsity for 3 matrices

由图 5 可知,优化矩阵的重构效果明显好于稀疏循环矩阵,整条曲线都位于稀疏循环矩阵的右侧,说明本文的优化算法和对测量矩阵应具备 4 个特点的分析是正确的。优化矩阵和近似矩阵的重构效果基本一致,两条曲线几乎重合。而且近似矩阵的曲线基本位于优化矩阵的右侧,信号重构效果好于优化矩阵,这是因为近似矩阵的列不相关性好于优化矩阵,如表 1 所示(优化矩阵的相关系数为 0.254;近似矩阵为 0.243)。在列的不相关性和列模相等性两因素中,列的不相关性起主导作用。

6 结 论

针对当前性能好的测量矩阵难以硬件实现和易

于硬件实现的测量矩阵性能很差的难题,提出了基于过渡矩阵的测量数据和测量矩阵的事后优化模型,从而将压缩感知的测量过程和重构过程、测量矩阵和重构矩阵分离。该模型可在测量阶段采用易于硬件实现的 0-1 稀疏循环矩阵,在重构阶段采用性能好的高斯随机矩阵。本模型大大降低了测量矩阵的工程设计和实现难度,同时保证了信号的重构效果。

本文提出的 0-1 稀疏循环矩阵的性质受到较多因素的影响,例如矩阵的规模大小、初始行向量中 1 的数量和分布性质、各列中 1 的数量和分布情况以及各行向量的循环移位步长等。当前各类矩阵重构精度的计算模型多是基于列向量的不相关性。基于本文提出的行模相等、列模相等、行不相关和列不相关性好 4 因素的矩阵重构精度模型及其理论分析和推导过程也未能在本文加以论述。这些问题的分析、推导、论述繁琐复杂,只能在后续论文中分作几个专题进行论述。因此,本文的研究仅限于 128×256 的 0-1 稀疏循环矩阵。初始行向量包含 32 个随机分布的 1,各行向量都是前一个行向量各元素依次右移 2 位的结果。

参 考 文 献

- 1 Wu Haijia, Zhang Xiongwei, Chen Weiwei. Measurement matrixes in compressed sensing theory [J]. *J. Military Communications Technology*, 2012, **33**(1): 90~94
吴海佳,张雄伟,陈卫卫. 压缩感知理论中测量矩阵的构造方法[J]. *军事通信技术*, 2012, **33**(1): 90~94
- 2 Zhang Cheng, Yang Hairong, Wei Sui. Compressive double lens imaging using deterministic phase mask [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(6): 949~954
张成,杨海蓉,韦穗. 确定性相位掩膜可压缩双透镜成像[J]. *光子学报*, 2011, **40**(6): 949~954
- 3 M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar *et al.*. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, **25**(2): 83~91
- 4 M. Akcakaya, P. Jinsoo, V. Tarokp. A coding theory approach to noisy compressive sensing using low density frames [J]. *IEEE*

- Trans. Signal Processing*, 2011, **59**(11): 5369~5379
- 5 Fu Qiang, Li Qiong. The research of constructing the measurement matrix in compressive sensing [J]. *Computer & Telecommunication*, 2011, **47**(9): 39~41
付强,李琼. 压缩感知中构造测量矩阵研究[J]. *电脑与电信*, 2011, **47**(9): 39~41
- 6 Jiao Licheng, Yang Shuyuan, Liu Fang *et al.*. Development and prospect of compressive sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, **39**(7): 1651~1662
焦李成,杨淑媛,刘芳等. 压缩感知回顾与展望[J]. *电子学报*, 2011, **39**(7): 1651~1662
- 7 Liu Jiying. Application of Compressed Sensing in Imaging [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010
刘吉英. 压缩感知理论及在成像中的应用[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010
- 8 M. Elad. Optimized projections for compressed sensing [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2007, **55**(12): 5695~5702
- 9 J. M. Duarte-Carvajalino, G. Sapiro. Learning to sense sparse signals: simultaneous sensing matrix and sparsifying dictionary optimization [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2009, **18**(7): 1395~1408
- 10 Xiao Xiaochao, Zheng Baoyu, Wang Chenhao. Compressed channel estimation based on optimized measurement matrix [J]. *Signal Processing*, 2012, **28**(1): 67~72
肖小潮,郑宝玉,王臣昊. 基于最优观测矩阵的压缩信道感知[J]. *信号处理*, 2012, **28**(1): 67~72
- 11 Zhao Ruizhen, Qin Zhou, Hu Shaohai. An optimization method for measurement matrix based on eigenvalue decomposition [J]. *Signal Processing*, 2012, **28**(5): 653~658
赵瑞珍,秦周,胡绍海. 一种基于特征值分解的测量矩阵优化方法[J]. *信号处理*, 2012, **28**(5): 653~658
- 12 Yu Lifeng, Li Gang, Chang Liping. Optimizing projection matrix for compressed sensing systems[C]. 2011 8th International Conference on Information, Communications and Signal Processing (ICICS), 2011
- 13 D. L. Donoho, Y. Tsaig, I. Drori *et al.*. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2012, **58**(2): 1094~1121
- 14 E. J. Candes, T. Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2006, **52**(12): 5406~5425
- 15 D. L. Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289~1306
- 16 D. Wei, O. Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2009, **55**(5): 2230~2249

栏目编辑:李文誌