

频率变化的热光场对混态 J-C 模型中熵交换的调控

胡要花 刘 强

(洛阳师范学院物理与电子信息学院, 河南 洛阳 471022)

摘要 考虑混态光场与一个二能级原子相互作用, 运用量子约化熵理论和数值计算方法, 研究光场频率随时间作正弦变化和脉冲调制两种情况对场和原子的量子约化熵变化的影响。结果表明: 正弦调制时, 增大频率变化的幅值, 场和原子的约化熵增量演化呈现周期性的崩塌与回复现象。在脉冲调制的情况下, 随着脉冲强度的增大, 场和原子熵交换的程度明显减弱。两种调制时, 场和原子的约化熵始终处于完全交换状态。

关键词 量子光学; Jaynes-Cummings 模型; 混态; 约化熵; 熵交换

中图分类号 O431 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.1227002

Control of the Thermal Field with Time-Varying Frequency on Entropy Exchange in the J-C Model with Mixed States

Hu Yaohua Liu Qiang

(Physics and Electronic Information College, Luoyang Normal University, Luoyang, Henan 471022, China)

Abstract Considering a two-level atom interacting with a single-mode thermal field, the reduced entropy change of the atom and the field with the sinusoidal and rectangular frequency modulations is studied by using quantum reduced entropy theory and numerical computation method. Results show that, for the sinusoidal modulation, the evolution of the entropy increments of the atom and the field presents periodic collapse and revival phenomena with large amplitude of the frequency change. For the rectangular frequency modulation, the intensity of entropy exchange between the atom and the field weakens significantly when the pulse strength increases. For both of the modulations, the entropy exchange between the atom and the field always occurs.

Key words quantum optics; Jaynes-Cummings model; mixed states; reduced entropy; entropy exchange

OCIS codes 270.0270; 270.2500; 270.5580

1 引 言

熵是一个描述系统混乱程度的物理量。量子系统的熵自动包含了系统密度算符的高阶统计矩, 是一种十分灵敏的量子态纯度的操作测量, 在量子信息领域有着广泛的应用^[1-6]。Phoenix 等^[6]证明: 对于初始处于纯态的双子系量子系统, 两子系统的量子约化熵在随时间演化过程中始终相等。然而, 如果两子系统初始处于混态, 两子系统的约化熵不一定相等。最近, Boukobza 等^[7]发现混态 Jaynes-Cummings(J-C)^[8-11]模型中, 场与原子的约化熵不再始终相等, 并且两者的变化率在一定的条件下是

反关联的, 出现熵交换现象。这个令人惊奇的结果激起了人们对混态 J-C 模型中熵关系研究的强烈兴趣^[11-14]。文献[11]研究了强度相关耦合非线性 J-C 模型中场与原子熵完全交换的条件。文献[12]研究了一个超导电荷量子比特与单模热光场相互作用系统中的熵交换与纠缠。此外, Kerr 非线性介质对混态 J-C 模型中的熵交换和纠缠的影响也已见报道^[13]。本课题组的前期工作^[14]证明考虑原子运动的二能级原子与光场相互作用系统中, 光场和原子的熵增量周期性地演化, 出现熵交换现象。

尽管对混态 J-C 模型中约化熵关系研究已经取

收稿日期: 2013-07-12; **收到修改稿日期**: 2013-08-06

基金项目: NSFC-河南人才培养联合基金(U1204616)、河南省教育厅基础研究计划(13A140798)

作者简介: 胡要花(1979—), 女, 博士, 副教授, 主要从事量子光学和量子信息处理等方面的研究。

E-mail: huyaohua@sina.com

得很多进展,但是在这些研究中,一般认为场频率不随时间变化,较少涉及频率随时间变化的混态场与原子相互作用的情形。然而,通常的激光器产生的光场都是在某个频率范围内,即光场的频率将围绕某个固定频率在频率范围内进行调制。很多研究表明场频率变化将影响场与原子的相互作用,也影响场和原子相互作用系统的动力学性质^[15-20]。然而这些研究所考虑的光场都处于纯态,对于光场处于混态的情形则少见报道。因此,本文研究频率变化的光场与一个二能级原子相互作用封闭系统中,初始处于混态的光场和原子约化熵变化、场与原子之间的熵交换,重点考察光场频率随时间做正弦波变化和脉冲调制两种情况下,光场与原子约化熵的变化规律,是否出现熵交换以及出现熵完全交换的条件等。

2 系统模型和密度矩阵

在旋波近似下,一个量子化光场与一个二能级原子相互作用系统(J-C模型)的哈密顿量可表示为(取 $\hbar=1$)^[21-22]

$$H = \omega a^+ a + \omega_0 S_z + g(aS_+ + a^+ S_-), \quad (1)$$

式中 a^+ (a) 是光场的产生(湮灭)算符, S_z 、 S_+ 、 S_- 是跃迁频率为 ω_0 的二能级原子的反转和跃迁算符。光场频率 ω 随时间变化,可表示为 $\omega = \omega_{01} + f(t)$ ^[20,22], ω_{01} 是共振情况下的场频率,即 $\omega_{01} = \omega_0$, $f(t)$ 是随时间变化的函数,且 $f(t) \ll \omega_{01}$ 。相应地,光场与原子相互作用的耦合常数 g 也随时间变化,可表示为 $g \approx g_0 \left[1 + \frac{f(t)}{\omega_{01}}\right]$,其中 g_0 是光场频率不随时间变化时的耦合常数。由(1)式所示的哈密顿量产生的系统时间演化算符为^[7,23]

$$U(t) = \begin{pmatrix} E^+ \left[\cos(At) - i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(At)}{A} \right] & -igE^+ a \frac{\sin(Bt)}{B} \\ -igE^- a^+ \frac{\sin(At)}{A} & E^- \left[\cos(Bt) + i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(Bt)}{B} \right] \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中 $E^\pm = \exp\left[-i\omega\left(a^+ a \pm \frac{1}{2}\right)t\right]$, $A = \left[\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + g^2 a a^+\right]^{1/2}$, $B = \left[\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + g^2 a^+ a\right]^{1/2}$,失谐量 $\Delta = \omega_{01} - \omega = -f(t)$ 。

假设原子初始处于统计混态

$$\rho_a(0) = P_g |g\rangle\langle g| + P_e |e\rangle\langle e|, \quad (0 \leq P_g \leq 1), \quad (3)$$

式中 $P_g + P_e = 1$ 。 $P_g = 1$ ($P_g = 0$) 表示原子初始处于基态(激发态), $0 < P_g < 1$ 表示原子初始处于混态, $P_g = 0.5$ 时原子处于最大混态。假设光场初始处于热态^[7,23]

$$\rho_f(0) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n |n\rangle\langle n|, \quad P_n = \frac{\bar{n}^n}{(\bar{n}+1)^{n+1}}, \quad (4)$$

式中 $\bar{n} = \{\exp[\omega/(\kappa_B T)] - 1\}^{-1}$ 表示热平衡温度为 T 的腔场平均光子数, κ_B 为玻尔兹曼常数。利用初始条件和(2)式所示的演化算符,得到任意时刻光场-原子全系统的密度矩阵为^[7,23]

$$\rho_{af}(t) = U(t)[\rho_f(0) \otimes \rho_a(0)]U^\dagger(t) = P_g \sum_n P_n \rho_g(t) + P_e \sum_n P_n \rho_e(t), \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_g(t) &= g^2 n \frac{\sin^2(B_n t)}{B_n^2} |e, n-1\rangle\langle e, n-1| - ig\sqrt{n} \frac{\sin(B_n t)}{B_n} \left[\cos(B_n t) - i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(B_n t)}{B_n} \right] |e, n-1\rangle\langle g, n| + \\ &ig\sqrt{n} \frac{\sin(B_n t)}{B_n} \left[\cos(B_n t) + i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(B_n t)}{B_n} \right] |g, n\rangle\langle e, n-1| + \left[\cos^2(B_n t) + \frac{\Delta^2}{4} \frac{\sin^2(B_n t)}{B_n^2} \right] |g, n\rangle\langle g, n|, \\ \rho_e(t) &= \left[\cos^2(A_n t) + \frac{\Delta^2}{4} \frac{\sin^2(A_n t)}{A_n^2} \right] |e, n\rangle\langle e, n| + \\ &ig\sqrt{n+1} \frac{\sin(A_n t)}{A_n} \left[\cos(A_n t) - i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(A_n t)}{A_n} \right] |e, n\rangle\langle g, n+1| - \\ &ig\sqrt{n+1} \frac{\sin(A_n t)}{A_n} \left[\cos(A_n t) + i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(A_n t)}{A_n} \right] |g, n+1\rangle\langle e, n| + \\ &g^2(n+1) \frac{\sin^2(A_n t)}{A_n^2} |g, n+1\rangle\langle g, n+1|, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_n &= \left[\left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 + g^2(n+1) \right]^{1/2}, \\ B_n &= \left[\left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 + g^2 n \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

3 变频率场对熵交换的调控

量子约化熵可以通过约化密度矩阵来定义

$$S_i = -\text{Tr}_i(\rho_i \ln \rho_i), \quad (i = f, a), \quad (7)$$

式中 ρ_i 是场或原子的约化密度矩阵。为了计算场

和原子的约化熵,需先求约化密度矩阵,然后将其对角化,求得本征值。(5)式对原子变量(场变量)求迹,便可得到场(原子)的约化密度矩阵,分别为

$$\begin{aligned} \rho_f(t) &= \text{Tr}_a \rho_{fa}(t) = \lambda_f(t) |n\rangle\langle n|, \\ \rho_a(t) &= \text{Tr}_f \rho_{fa}(t) = \lambda_g(t) |g\rangle\langle g| + \\ &\quad \lambda_e(t) |e\rangle\langle e|, \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned} \lambda_g(t) &= P_e \sum_n P_{n-1} g^2 n \frac{\sin^2(A_{n-1}t)}{A_{n-1}^2} + P_g \sum_n P_n \left[\cos^2(B_n t) + \frac{\Delta^2}{4} \frac{\sin^2(B_n t)}{B_n^2} \right], \\ \lambda_e(t) &= P_e \sum_n P_n \left[\cos^2(A_n t) + \frac{\Delta^2}{4} \frac{\sin^2(A_n t)}{A_n^2} \right] + P_g \sum_n P_{n+1} g^2(n+1) \frac{\sin^2(B_{n+1}t)}{B_{n+1}^2}, \\ \lambda_f(t) &= \lambda_e(t) + \lambda_g(t). \end{aligned} \quad (9)$$

利用(8)、(9)式确定的约化密度矩阵的本征值可以将场与原子的约化熵分别表示为

$$\begin{aligned} S_f &= -\lambda_f(t) \ln \lambda_f(t), \\ S_a &= -[\lambda_g(t) \ln \lambda_g(t) + \lambda_e(t) \ln \lambda_e(t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

借助数值计算方法,可以直观地展示频率随时间变化的混态光场与二能级原子相互作用过程中,光场的约化熵增量 $\Delta S_f(t) = S_f(t) - S_f(0)$ 、原子的约化熵增量 $\Delta S_a(t) = S_a(t) - S_a(0)$ 以及两者之和 $\Delta S(t) = \Delta S_f(t) + \Delta S_a(t)$ 随时间的演化规律。

3.1 场频率随时间作正弦变化

设频率调制函数 $f(t) = \alpha \sin(\beta t)$, 则光场频率随时间做正弦变化 $\omega = \omega_{01} + \alpha \sin(\beta t)$, α 是场频率变化的幅值, β 是变化的角频率, 且 α 和 β 都很小 ($\alpha \ll \omega_{01}$)。则

$$\Delta = -\alpha \sin(\beta t), \quad g = g_0 \left[1 + \frac{\alpha \sin(\beta t)}{\omega_{01}} \right]. \quad (11)$$

将(11)式代入(6)、(9)式,便可得到正弦波调制下 $\lambda_g(t)$ 、 $\lambda_e(t)$ 和 $\lambda_f(t)$ 的具体表示形式,然后再代入(10)式,便可求出场与原子的约化熵。借助数值计算方法展示出正弦波调制下的混态光场与原子相互作用过程中,光场的约化熵增量 $\Delta S_f(t)$ 、原子的约化熵增量 $\Delta S_a(t)$ 以及两者之和 $\Delta S(t)$ 的演化规律如图 1 所示。

在图 1 中,实线代表光场熵增量,点线代表原子熵增量,虚线代表两者之和,点虚线代表场频率的正弦调制。初始处于热态的光场平均光子数 $\bar{n} = 0.1$, 频率参数 $\omega_{01} = 2000g_0$ 。场频率为常量且等于原子

本征跃迁频率的情况(对应热光场下的标准 J-C 模型)见图 1(a), $\alpha = 0, \beta = 0$, 这时混态场的约化熵与原子的约化熵在 $P_e = 0.1$ 处完全反关联(熵交换),即场熵增量正好等于原子熵减少的值,这与 Boukobza 等^[7]的研究结果完全一致。当光场频率变化的幅值 α 和角频率 β 都很小时,光场频率调制对场和原子约化熵变化的影响很弱,如图 1(b) 所示。增大幅值 α [但仍然满足 $f(t) \ll \omega_{01}$], 发现光场频率的正弦调制对熵增量的影响显著增强[见图 1(c), $\alpha = 20g_0$], 场和原子的熵增量演化曲线呈现明显的周期性,并且出现崩塌与回复现象。在 $t = 5m\pi/g_0$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) 时刻附近,场和原子的熵增量演化均出现激烈的振荡。值得注意的是,在整个演化过程中,场和原子的约化熵始终处于完全交换的状态。此外,在 $t = 5(2m+1)\pi/(2g_0)$ 处,即 $f(t)$ 取幅值 α 附近,场和原子的约化熵增量均接近零,表明此时场和原子的约化熵均趋近于稳定值,不增不减。这是因为场频率变化值与失谐量对应 [$f(t) = \omega - \omega_{01} = \Delta$], 而失谐量的增大削弱光场与原子的耦合程度,因此场与原子约化熵稳定。比较图 1(c) 和图 1(d) 可以看出,改变光场频率变化的角频率 β 时,场和原子熵增量演化的周期随之而变,而演化规律与图 1(c) 类似。

3.2 场频率随时间作脉冲调制

光场频率以矩形波形式随时间变化时,频率调制函数可表示为

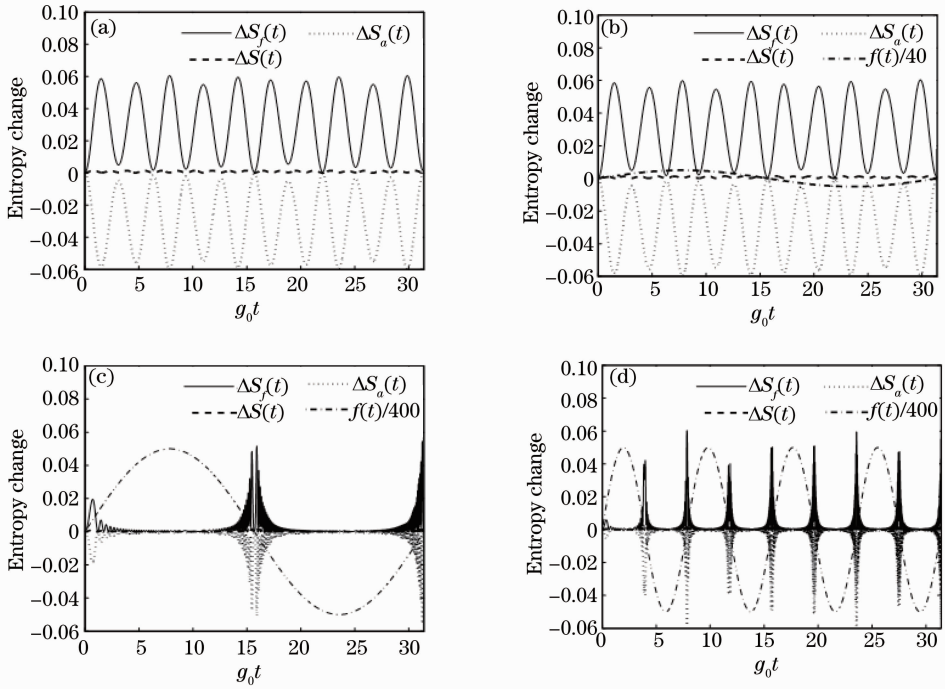


图 1 $P_e = 0.1$ 时场频率正弦调制对约化熵增量的影响。(a) $\alpha = \beta = 0$; (b) $\alpha = \beta = 0.2g_0$;
(c) $\alpha = 20g_0, \beta = 0.2g_0$; (d) $\alpha = 20g_0, \beta = 0.8g_0$

Fig. 1 Effect of sinusoidal frequency modulation on reduced entropy change with $P_e = 0.1$. (a) $\alpha = \beta = 0$;
(b) $\alpha = \beta = 0.2g_0$; (c) $\alpha = 20g_0, \beta = 0.2g_0$; (d) $\alpha = 20g_0, \beta = 0.8g_0$

$$f(t) = \begin{cases} \alpha, & t \in [mT_0 + t_0, mT_0 + t_0 + \tau], \quad m = 0, 1, 2, \dots, \\ 0, & \text{others,} \end{cases} \quad (12)$$

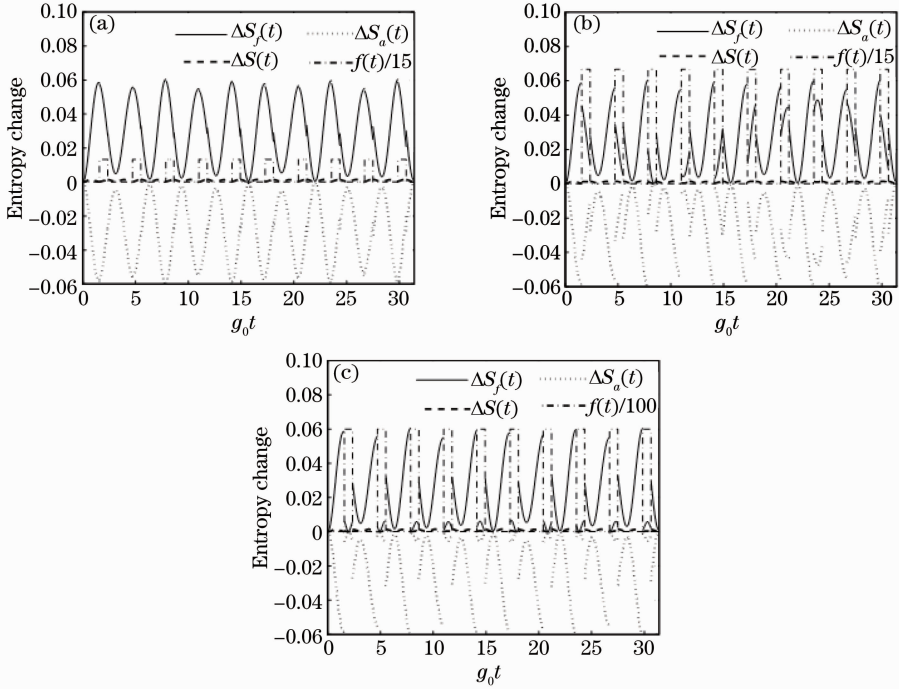


图 2 $P_e = 0.1$ 时场频率脉冲调制对约化熵增量的影响。(a) $\alpha = 0.2g_0$; (b) $\alpha = g_0$; (c) $\alpha = 10g_0$

Fig. 2 Effect of rectangular frequency modulation on reduced entropy change with $P_e = 0.1$. (a) $\alpha = 0.2g_0$;
(b) $\alpha = g_0$; (c) $\alpha = 10g_0$

式中 T_0 、 τ 、 α 和 t_0 分别是脉冲调制的周期、脉冲宽度、脉冲强度和第一个脉冲出现的时刻。假设脉冲调制强度 α 很小, 满足 $f(t) \ll \omega_{01}$, 图 2 展示了脉冲调制下光场和原子的约化熵增量随时间演化的规律。

图 2 中, 原子处于混态 ($P_e = 0.1$), 光场也处于混态 (热平衡态, 平均光子数 $\bar{n} = 0.1$), 频率参数 $\omega_{01} = 2000g_0$ 。实线代表光场熵增量, 点线代表原子熵增量, 虚线代表两者之和, 点虚线代表场频率的脉冲调制。在无脉冲调制的区域, 场与原子之间的相互作用是共振的, 而在有脉冲调制的区域, $\omega_{01} \neq \omega_0$, 即场与原子之间的相互作用是非共振的, 存在失谐。从图 2 可以看出, 在变频率混态光场与原子相互作用系统中, 场和原子的约化熵交换与脉冲调制强度有关。当脉冲调制强度很弱时, 场和原子的约化熵交换受脉冲调制的影响很小, 如图 2(a) 所示。然而, 稍微加大脉冲调制强度, 如图 2(b), $\alpha = g_0$, 脉冲强度的增加导致场和原子的约化熵交换的程度明显减弱, 即场熵的增加量减少, 同时原子熵变化减弱。此外, 从图 2(b) 的第 3、4、5、6 个脉冲调制区域内的熵增量演化可以看出, 由于光场频率的变化, 导致原来熵增量演化曲线下落处变为上升。继续增大脉冲调制强度, 在脉冲存在的区域, 场和原子的约化熵交换变得很小, 如图 2(c) 所示。值得注意的是, 在系统的参数选择合适时 (文中选取 $\bar{n} = 0.1$, $P_e = 0.1$), 无论光场频率脉冲如何调制, 场和原子的约化熵始终处于完全交换状态。

4 结 论

考虑混态光场与一个二能级原子相互作用, 研究光场频率随时间作正弦变化和脉冲调制两种情况对场和原子的量子约化熵变化、熵交换的影响。结果表明, 只要系统的参数选择合适 (如 $\bar{n} = 0.1$, $P_e = 0.1$), 混态场的约化熵与原子的约化熵就能完全交换。当光场频率随时间作正弦变化时, 场和原子的约化熵变化、熵交换与光场频率调制的幅值有关; 幅值小时影响小, 幅值大时影响显著。正弦调制的幅值较大时, 场和原子的熵增量演化呈现周期性的崩塌与回复现象, 其周期由正弦调制的角频率决定。此外, 在演化过程中, 场和原子的熵增量均出现激烈的振荡。在脉冲调制的情况下, 场和原子的约化熵交换主要与脉冲调制强度有关。当脉冲调制强度很弱时, 场和原子的熵交换受脉冲调制的影响很小。然而, 稍微加大脉冲调制强度, 就会发现脉冲强度的增加导致场和原子熵交换的程度明显减弱。

值得注意的是, 当系统的参数选择合适时, 无论光场频率如何调制, 场和原子始终处于熵交换状态。

参 考 文 献

- 1 S M Barnett, S J D Phoenix. Entropy as a measure of quantum optical correlation [J]. Phys Rev A, 1989, 40(5): 2404–2409.
- 2 R Lundgren, V Chua, G A Fiete. Entanglement entropy and spectra of the one-dimensional Kugel-Khomskii model [J]. Phys Rev B, 2012, 86(22): 224422.
- 3 X Ma, F Xu, H X, *et al.*. Postprocessing for quantum random-number generators: entropy evaluation and randomness extraction [J]. Phys Rev A, 2013, 87(6): 062327.
- 4 D P Chi, J S Kim, K Lee. Generalized entropy and global quantum discord in multiparty quantum systems [J]. Phys Rev A, 2013, 87(6): 062339.
- 5 Fang Maofa. Evolution of field entropy in the intensity-dependent coupling J-C model [J]. Acta Optica Sinica, 1995, 15(3): 296–300.
方卯发. 依赖强度耦合 J-C 模型场熵的演化 [J]. 光学学报, 1995, 15(3): 296–300.
- 6 S J D Phoenix, P L Knight. Fluctuations and entropy in models of quantum optical resonance [J]. Ann Phys, 1988, 186(2): 381–407.
- 7 E Boukobza, D J Tannor. Entropy exchange and entanglement in the Jaynes-Cummings model [J]. Phys Rev A, 2005, 71(6): 063821.
- 8 E T Jaynes, F W Cummings. Comparison of quantum and semi-classical radiation theories with application to the beam maser [J]. Proc IEEE, 1963, 51(3): 89–109.
- 9 Feng Chuan, Sachuerfu, Li Hongxing. Entanglement of an atom interacting with Glauber-Lachs state in multiphoton Jaynes-Cummings model [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0527001.
冯川, 萨楚尔夫, 李红星. 多光子 Jaynes-Cummings 模型中原子与 Glauber-Lachs 场态相互作用的量子纠缠 [J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0527001.
- 10 Liao Qinghong, Liu Ye, Jia Shulei. Study of entanglement sudden death between two atoms in the one-photon and two-photon Jaynes-Cummings models [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(6): 0618001.
廖庆洪, 刘晔, 贾书磊. 单光子和双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子间纠缠突然死亡和研究 [J]. 中国激光, 2012, 39(6): 0618001.
- 11 X Q Yan, Y G Lü. A condition for entropy exchange between atom and field [J]. Commun Theor Phys, 2012, 57(2): 209–213.
- 12 K Hünkar. Entropy correlations and entanglement of a superconducting charge qubit in a resonant cavity in the presence of noise [J]. Commun Theor Phys, 2011, 56(1): 139–143.
- 13 Zhang Yuqing, Tan Lei, Zhu Zhonghua, *et al.*. Partial entropy change and entanglement in the mixed state for a Jaynes-Cummings model with Kerr medium [J]. Chin Phys B, 2010, 19(2): 024210.
- 14 Hu Yaohua. Entropy exchange and entanglement in the intensity-dependent coupling J-C model with atomic action [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0527002.
胡要花. 运动强度相关耦合 J-C 模型中的熵交换和纠缠 [J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0527002.
- 15 Y P Yang, J P Xu, G X Li, *et al.*. Interactions of a two-level atom and a field with a time-varying frequency [J]. Phys Rev A, 2004, 69(5): 053406.
- 16 Cai Xunming, Fan Menghui. The entanglement of two atoms in a coherent field of time-varying frequency [J]. Acta Optica Sinica,

- 2009, 29(9): 2570–2576.
蔡勋明, 范梦慧. 频率变化的相干态光场中两原子纠缠演化[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2570–2576.
- 17 L Wang, J Xu, Y Gao. Interaction of a two-level atom and a field with a time-varying frequency in a Kerr-like medium [J] J Phys B, 2010, 43(4): 095102.
- 18 B Alkurtass, G Sadiq, S Kais. Entanglement dynamics of one-dimensional driven spin systems in time-varying magnetic fields [J]. Phys Rev A, 2011, 84(2): 022314.
- 19 Cui Congcong, Xie Shuangyuan, Yang Yaping. The dynamic effect of a field with a time-varying frequency on the atom-atom entanglement in a double J-C model [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(12): 124206.
崔丛丛, 谢双媛, 羊亚平. 频率变化的光场对双 J-C 模型中原子-原子纠缠的调控[J]. 物理学报, 2012, 61(12): 124206.
- 20 Lu Daoming. Evolution of field entropy with a time-varying frequency in the multiphoton Jaynes-Cummings model [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(11): 2142–2147.
卢道明. 原子与频率随时间变化场相互作用系统中场熵的演化[J]. 光子学报, 2007, 36(11): 2142–2147.
- 21 Y Wu, X Yang. Jaynes-Cummings model for a trapped ion in any position of a standing wave [J]. Phys Rev Lett, 1997, 78(16): 3086–3088.
- 22 M O Scully, M S Zubairy. Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 196–198.
- 23 Peng Jinsheng, Li Gaoxiang. Introduction to Modern Quantum Optics [M]. Beijing: Science Press, 1996. 20–79.
彭金生, 李高翔. 近代量子光学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 1996. 20–79.

栏目编辑: 史 敏