

# 基于纯旋转运动的摄像机统一自标定方法

李宝全 方勇纯 张雪波

(南开大学机器人与信息自动化研究所, 天津市智能机器人技术重点实验室, 天津 300071)

**摘要** 针对摄像机内参数的自标定问题, 提出一种对中心折反射摄像机与针孔摄像机均适用的统一纯旋转自标定方法。应用统一球形成像模型对该两类摄像机进行描述; 证明当摄像机坐标系做纯旋转运动时, 空间静止点对应的球面投影点之间的距离保持不变; 根据该性质构造具有统一形式的内参数约束方程组; 提出最优化目标函数并利用数值优化算法进行求解。相比现有的自标定方法, 该方法对上述两类摄像机均适用, 而且无需进行复杂的矩阵数值运算。仿真与实验结果表明, 该方法对图像噪声与微小平移具有较好的稳健性, 并且具有操作简单以及标定精度高等优点。

**关键词** 机器视觉; 针孔摄像机; 中心折反射摄像机; 内参数; 自标定; 纯旋转运动

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.1115003

## Unified Rotation-Based Self-Calibration Method for Cameras

Li Baoquan Fang Yongchun Zhang Xuebo

(Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract** A unified rotation-based self-calibration strategy, which can be applied to both central catadioptric cameras and pin-hole cameras, is proposed for camera intrinsic parameter self-calibration. The two types of cameras are described by a unified spherical projection model. It is proved that when the camera frame makes pure rotation, the distance between spherical projection points for any two static feature points remains unchanged, based on which, a set of constraint equations with respect to camera intrinsic parameters are designed. An optimization function is constructed and finally solved by numerical algorithms. Compared with existing methods, the proposed calibration scheme can be applied to both central catadioptric cameras and pin-hole cameras, and it does not need any complex matrix computation. Simulation and experimental results show that the proposed strategy presents such merits as good robustness regarding image noise and undesired small translation, easy implementation, and sufficiently high calibration precision.

**Key words** machine vision; pin-hole camera; central catadioptric camera; intrinsic parameters; self-calibration; pure rotation

**OCIS codes** 150.0155; 150.1488; 120.4640

## 1 引 言

视觉传感器以其信息量大、非接触测量、成本低廉等优势, 已广泛应用于各种智能体之中<sup>[1-2]</sup>。中心折反射摄像机与针孔摄像机是使用最广泛的两类

视觉传感器。为了实现视觉测量以及完成基于视觉的各种控制任务, 通常需要已知摄像机的内参数, 因而摄像机的标定任务非常重要<sup>[3-4]</sup>。相对于传统标定法而言, 摄像机自标定方法无需利用高精度的标

**收稿日期**: 2013-05-16; **收到修改稿日期**: 2013-06-05

**基金项目**: 国家自然科学基金(61203333)、教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20120031120040)、天津市应用基础与前沿技术研究计划(13JCQJNC03200)

**作者简介**: 李宝全(1986—), 男, 博士研究生, 主要从事机器视觉和摄像机标定等方面的研究。

E-mail: libq@robot.nankai.edu.cn

**导师简介**: 方勇纯(1973—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机器视觉、视觉伺服、非线性控制等方面的研究。

E-mail: yfang@robot.nankai.edu.cn(通信联系人)

定板等装置,仅仅通过图像特征间的对应关系即可完成标定,因此摄像机自标定已成为计算机视觉领域的研究热点之一<sup>[5]</sup>。

中心折反射摄像机由针孔摄像机与折反射镜面构成,可以具有非常大的视野,其中抛物面型与双曲面型中心折反射摄像机的应用最为广泛。为了便于对不同类型的中心折反射摄像机进行成像分析,Geyer等<sup>[6]</sup>提出了一种统一的成像模型。中心折反射摄像机的传统标定方法以文献<sup>[7]</sup>为代表。对于中心折反射摄像机的自标定问题,近年来较具代表性的成果可以参考文献<sup>[8-11]</sup>。遗憾的是,现有方法主要利用空间直线,对于点特征则很少涉及。实际上,与直线特征相比较,点特征在空间中更存在广泛,并且对其进行图像处理的算法更为稳定可靠。对于针孔摄像机而言,传统标定法以文献<sup>[12]</sup>为代表。近年来,自标定方法得到了广泛的研究<sup>[13-17]</sup>,但是现有的针孔摄像机自标定方法均以绝对二次曲线与对极几何为基础,因而不可避免地引入复杂的矩阵计算,并且一些方法需要利用多幅图像才能得到摄像机内参数。综上所述,设计一种既能避免矩阵运算又需要较少图像的自标定方法是非常有意义的。

现有自标定方法仅针对单一类型的摄像机,如何设计出对两类摄像机均适用的统一自标定方法,仍是一个具有挑战性的问题。基于此,本文利用摄像机的纯旋转运动,提出了一种对中心折反射摄像机与针孔摄像机均适用的统一自标定方法。具体而言,应用统一的成像模型对该两类摄像机进行描述;证明当摄像机坐标系做纯旋转运动时,空间静止点对应的球面投影点之间的距离不变;根据该性质构造具有统一形式的内参数约束方程组;构造最优化目标函数并利用数值优化算法进行求解;针对针孔摄像机,给出自标定算法的简化形式。

## 2 模型分析

图1给出了Geyer等<sup>[6]</sup>提出的摄像机的统一成像模型。通过调整该模型中的相应参数,可以分别表示中心折反射摄像机与针孔摄像机。该模型主要由虚拟球面、虚拟平面以及针孔摄像机三部分组成。图中 $\pi_v$ 表示针孔摄像机的图像平面,其中 $u, v$ 分别表示图像平面的横轴与纵轴, $f$ 表示针孔摄像机的焦距(单位为m)。摄像机坐标系以 $F_c$ 表示,其 $z_c$ 坐标轴与针孔摄像机的光轴方向一致, $x_c, y_c$ 坐标轴分别与图像平面的 $u, v$ 方向一致。 $S(F_c, 1)$ 表示以 $F_c$ 的原点为球心构成的单位虚拟球面。 $P$ 表示空间中

的一个静止特征点, $s$ 为 $P$ 对应应在 $S(F_c, 1)$ 上的球面投影点,其中 $P$ 与 $s$ 的坐标均在 $F_c$ 下表示。 $\pi_v$ 表示与针孔摄像机的光心相距1m的虚拟平面,它与 $F_c$ 的 $x_c, y_c$ 平面平行且距离为 $m$ 。 $z_c$ 负半轴上与 $F_c$ 原点相距 $\xi$ 处的点与 $s$ 连线构成一直线,该直线与 $\pi_v$ 相交于 $\bar{p}$ ,其中 $\bar{p}$ 的坐标在 $F_c$ 下表示。 $p$ 为 $\bar{p}$ 在针孔摄像机图像平面的投影点,即 $P$ 对应的图像特征点。

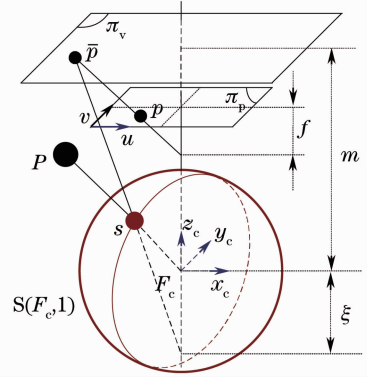


图1 摄像机的统一成像模型

Fig. 1 Unified projection model of camera

在图1中, $p$ 的齐次坐标定义为 $[u \ v \ 1]^T$ ,其中 $u, v$ 分别表示 $p$ 在 $u, v$ 坐标轴上对应的坐标,并且定义

$$a = \frac{u - u_0}{f_u(\xi + m)}, \quad b = \frac{v - v_0}{f_v(\xi + m)}, \quad (1)$$

式中 $\xi$ 又称为镜面参数, $f_u, f_v$ 分别为针孔摄像机的焦距 $f$ 对应于 $u, v$ 方向的像素点个数, $(u_0, v_0)$ 为针孔摄像机的主点。

根据该统一成像模型,图像特征点 $p$ 对应的球面投影点 $s$ 的坐标为 $[\alpha\lambda \ b\lambda \ \lambda - \xi]^T$ ,其中

$$\lambda = \frac{\xi + \sqrt{1 + (1 - \xi^2)(a^2 + b^2)}}{a^2 + b^2 + 1}. \quad (2)$$

因而摄像机的内参数可以统一表示为 $f_u(\xi + m), f_v(\xi + m), u_0, v_0$ 和 $\xi$ ,除 $\xi$ 外的4个内参数可以写成矩阵形式,即

$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} f_u(\xi + m) & 0 & u_0 \\ 0 & f_v(\xi + m) & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

对于中心折反射摄像机, $f_u(\xi + m)$ 与 $f_v(\xi + m)$ 为整体值, $f_u, f_v, m$ 无法独立获得。对于镜面参数 $\xi$ ,抛物面型中心折反射摄像机对应 $\xi = 1$ ,双曲面型与椭球面型对应 $0 < \xi < 1$ ,平面反射镜型对应 $\xi = 0$ 。

对于针孔摄像机,由于 $F_c$ 原点与针孔摄像机的光心重合,并且不存在反射镜面,因而其结构比中心折反射摄像机简单,相应地对应着 $\xi = 0$ 且 $m = 1$ 。因此对应于(3)式,针孔摄像机的内参数矩阵可以简

化为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & 0 & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

进而也可以简化(2)式  $s$  的形式。

本文的目的即为利用摄像机的纯旋转运动, 获得中心折反射摄像机的 5 个内参数, 或者针孔摄像机的如(4)式所示的 4 个内参数。

## 3 自标定算法设计

### 3.1 球面投影点在摄像机纯旋转时的性质

图 2 给出摄像机坐标系  $F_c$  做纯旋转运动时球面投影点的变化(以绕  $y_c$  轴旋转为例)。其中  $F'_c$  表示  $F_c$  纯旋转运动后的坐标系,  $P_i, P_j$  表示  $F_c$  下的第  $i, j$  个特征点,  $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $N$  为特征点的总个数。  $p_i, p_j$  与  $p'_i, p'_j$  分别表示  $P_i, P_j$  对应于  $F_c$  与  $F'_c$  的图像特征点,  $s_i, s_j$  与  $s'_i, s'_j$  分别表示  $P_i, P_j$  在  $F_c$  与  $F'_c$  下的球面投影点。

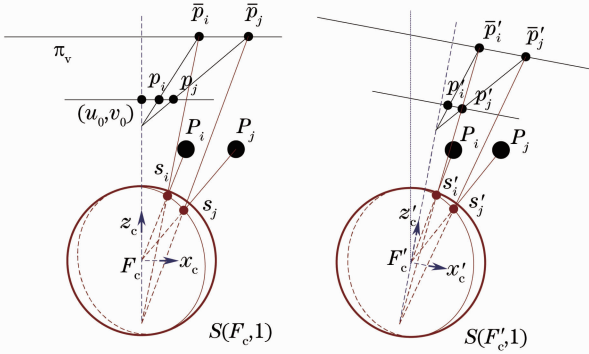


图 2  $F_c$  做纯旋转运动时球面投影点的变化  
(绕  $y_c$  轴旋转)

Fig. 2 Sphere projection points variation with pure rotation of  $F_c$  (around  $y_c$  axis)

**定理 1:** 对于球面投影点之间构成的向量, 该向量的模长在  $F_c$  做纯旋转运动时保持不变, 即

$$\|s_i - s_j\|_2 = \|s'_i - s'_j\|_2. \quad (5)$$

证明: 向量  $s_i - s_j$  的模长  $d_{ij}$  为

$$d_{ij} = \|s_i - s_j\|_2 = \sqrt{2 - 2s_i^T s_j}. \quad (6)$$

对(6)式关于时间求导, 可得

$$\dot{d}_{ij} = -\frac{1}{d_{ij}}(s_j^T \dot{s}_i + s_i^T \dot{s}_j). \quad (7)$$

$P_i$  关于  $F_c$  的运动学关系为<sup>[18]</sup>

$$\dot{P}_i = -v_c - w_c \times P_i, \quad (8)$$

式中  $v_c, w_c$  分别表示  $F_c$  坐标系下摄像机的线速度与角速度。

$\|P_i\|$  的变化率为摄像机线速度在  $P_i$  方向上的投影, 即

$$\frac{d\|P_i\|}{dt} = -v_c^T s_i. \quad (9)$$

根据(8)、(9)式, 并利用关系  $P_i = s_i \|P_i\|$ , 可得

$$\dot{s}_i = -\frac{\mathbf{I}_3 - s_i s_i^T}{\|P_i\|} v_c + [s_i]_{\times} w_c. \quad (10)$$

其中  $\mathbf{I}_3$  表示 3 行 3 列的单位矩阵,  $[s_i]_{\times}$  表示  $s_i$  的反对称矩阵。类似地, 可以计算得到  $\dot{s}_j$ , 将它们代入(7)式可得

$$\dot{d}_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \left( \frac{s_j^T - s_j^T s_i s_i^T}{\|P_i\|} + \frac{s_i^T - s_i^T s_j s_j^T}{\|P_j\|} \right) v_c. \quad (11)$$

(11) 式说明  $\dot{d}_{ij}$  仅与  $v_c$  相关, 因此当摄像机做纯旋转运动时,  $d_{ij}$  保持不变。

### 3.2 摄像机内参数求解

对应(1)、(3)式,  $s_i, s_j, s'_i, s'_j$  与  $p_i, p_j, p'_i, p'_j$  的形式分别为

$$\begin{aligned} s_i &= [a_i \lambda_i \quad b_i \lambda_i \quad \lambda_i - \xi]^T, & p_i &= [u_i \quad v_i \quad 1]^T, \\ s_j &= [a_j \lambda_j \quad b_j \lambda_j \quad \lambda_j - \xi]^T, & p_j &= [u_j \quad v_j \quad 1]^T, \\ s'_i &= [a'_i \lambda'_i \quad b'_i \lambda'_i \quad \lambda'_i - \xi]^T, & p'_i &= [u'_i \quad v'_i \quad 1]^T, \\ s'_j &= [a'_j \lambda'_j \quad b'_j \lambda'_j \quad \lambda'_j - \xi]^T, & p'_j &= [u'_j \quad v'_j \quad 1]^T, \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $p_i, p_j, p'_i, p'_j$  在图像中可以直接测得。将(12)式代入(5)式, 整理与化简可得内参数约束方程为

$$\begin{aligned} a_i \lambda_i a_j \lambda_j + b_i \lambda_i b_j \lambda_j + (\lambda_i - \xi)(\lambda_j - \xi) = \\ a'_i \lambda'_i a'_j \lambda'_j + b'_i \lambda'_i b'_j \lambda'_j + (\lambda'_i - \xi)(\lambda'_j - \xi). \end{aligned} \quad (13)$$

式中的未知量即为摄像机的内参数。进而根据(13)式即可得到内参数的约束方程组。

鉴于内参数约束方程组为高次多元非线性的方程组, 因此本文采用 Levenberg-Marquardt (LM)<sup>[19]</sup> 算法对其进行数值优化求解。根据(13)式, 最优化目标函数  $J(\cdot)$  设计为

$$\begin{aligned} J[\xi, f_u(\xi + m), f_v(\xi + m), u_0, v_0] = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \{ [a_i \lambda_i a_j \lambda_j + b_i \lambda_i b_j \lambda_j + (\lambda_i - \xi)(\lambda_j - \xi)] - \\ [a'_i \lambda'_i a'_j \lambda'_j + b'_i \lambda'_i b'_j \lambda'_j + (\lambda'_i - \xi)(\lambda'_j - \xi)] \}^2. \end{aligned} \quad (14)$$

接下来求取 LM 算法的初值。首先设置镜面参数  $\xi$  的初值为 1, 即

$$\xi_{ini} = 1. \quad (15)$$

采用图像几何中心来设置  $u_0, v_0$  的初值  $u_{0ini}, v_{0ini}$ , 即

$$u_{0ini} = \frac{u_{max}}{2}, \quad v_{0ini} = \frac{v_{max}}{2}, \quad (16)$$

式中  $u_{max}, v_{max}$  对应于图像分辨率。利用图像像素在  $u, v$  方向上的长度相近这一性质, 将  $f_u(\xi+m)$  与  $f_v(\xi+m)$  的初值处理为

$$[f_u(\xi+m)]_{mi} = [f_v(\xi+m)]_{mi} = F_{ini}. \quad (17)$$

根据(13)式, 选取两对匹配点即可求取  $F_{ini}$ 。将该两对点中的  $a_i, b_i, \lambda_i$  等变量的具体形式代入(13)式, 再将(15)~(17)式代入并化简, 得

$$\frac{\Omega_1 F_{ini}^2 + (-\Omega_2 + F_{ini}^2)(-\Omega_3 + F_{ini}^2)}{(\Omega_2 + F_{ini}^2)(\Omega_3 + F_{ini}^2)} = \frac{\Omega'_1 F_{ini}^2 + (-\Omega'_2 + F_{ini}^2)(-\Omega'_3 + F_{ini}^2)}{(\Omega'_2 + F_{ini}^2)(\Omega'_3 + F_{ini}^2)}, \quad (18)$$

式中

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= 4(u_1 - u_{0ini})(u_2 - u_{0ini}) + 4(v_1 - v_{0ini})(v_2 - v_{0ini}), \\ \Omega_2 &= (u_1 - u_{0ini})^2 + (v_1 - v_{0ini})^2, \\ \Omega_3 &= (u_2 - u_{0ini})^2 + (v_2 - v_{0ini})^2, \end{aligned} \quad (19)$$

且

$$\begin{aligned} \Omega'_1 &= 4(u'_1 - u_{0ini})(u'_2 - u_{0ini}) + 4(v'_1 - v_{0ini})(v'_2 - v_{0ini}), \\ \Omega'_2 &= (u'_1 - u_{0ini})^2 + (v'_1 - v_{0ini})^2, \\ \Omega'_3 &= (u'_2 - u_{0ini})^2 + (v'_2 - v_{0ini})^2. \end{aligned} \quad (20)$$

对(18)式进行整理并化简, 可得

$$A_4 F_{ini}^4 + A_2 F_{ini}^2 + A_0 = 0, \quad (21)$$

式中

$$\begin{aligned} A_4 &= +2\Omega'_3 + 2\Omega'_2 - \Omega'_1 - 2\Omega_3 - 2\Omega_2 + \Omega_1, \\ A_2 &= +\Omega_1\Omega'_3 + \Omega_1\Omega'_2 - \Omega_3\Omega'_1 - \Omega_2\Omega'_1, \\ A_0 &= -2\Omega_3\Omega'_2\Omega'_3 - 2\Omega_2\Omega'_2\Omega'_3 + 2\Omega_2\Omega_3\Omega'_3 + 2\Omega_2\Omega_3\Omega'_2 + \Omega_1\Omega'_2\Omega'_3 - \Omega_2\Omega_3\Omega'_1. \end{aligned} \quad (22)$$

(21)式含有绝对值相等的 1 个正实根与 1 个负实根, 以及 2 个实部为 0 的复数根, 因此取正实根作为  $F_{ini}$  的解即可。

特别地, 对于抛物面型中心折反射摄像机, 由于其  $\xi=1$ , 因而目标函数  $J(\bullet)$  可以简化为

$$J_{para}[\xi = 1, f_u(\xi+m), f_v(\xi+m), u_0, v_0] = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \{ [a_i\lambda_i a_j\lambda_j + b_i\lambda_i b_j\lambda_j + (\lambda_i - 1)(\lambda_j - 1)] - [a'_i\lambda'_i a'_j\lambda'_j + b'_i\lambda'_i b'_j\lambda'_j + (\lambda'_i - 1)(\lambda'_j - 1)] \}^2. \quad (23)$$

$J_{para}(\bullet)$  中参数的初值仍按(16)~(22)式进行处理。

利用 4 个空间点可以得到 6 个(13)式所示形式的方程, 当存在 5 个线性无关方程时, 即可求解出 5 个内参数。但是当某两个空间点与摄像机光心共线时, 至多存在 3 个线性无关方程, 即出现了退化情况。因此为避免方程组的退化, 本文假设任意两空间点与摄像机光心不共线。

### 2.3 适用于针孔摄像机的算法简化形式

对于针孔摄像机, 由于  $\xi=0$  且  $m=1$ , 因而(13)式所示的内参数约束方程可以简化为

$$\frac{\mathbf{r}_{1ij} + f_u^2}{\sqrt{\mathbf{r}_{2ij} + f_u^2} \sqrt{\mathbf{r}_{3ij} + f_u^2}} = \frac{\mathbf{r}'_{1ij} + f_u^2}{\sqrt{\mathbf{r}'_{2ij} + f_u^2} \sqrt{\mathbf{r}'_{3ij} + f_u^2}}, \quad (24)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{1ij} = (u_i - u_0)(u_j - u_0) + (v_i - v_0)(v_j - v_0)(f_u/f_v)^2, \\ \mathbf{r}_{2ij} = (u_i - u_0)^2 + (v_i - v_0)^2(f_u/f_v)^2, \\ \mathbf{r}_{3ij} = (u_j - u_0)^2 + (v_j - v_0)^2(f_u/f_v)^2, \end{cases} \quad (25)$$

且

$$\begin{cases} \mathbf{r}'_{1ij} = (u'_i - u_0)(u'_j - u_0) + (v'_i - v_0)(v'_j - v_0)(f_u/f_v)^2, \\ \mathbf{r}'_{2ij} = (u'_i - u_0)^2 + (v'_i - v_0)^2(f_u/f_v)^2, \\ \mathbf{r}'_{3ij} = (u'_j - u_0)^2 + (v'_j - v_0)^2(f_u/f_v)^2. \end{cases} \quad (26)$$

因而根据(24)式,目标函数  $J(\cdot)$  可以简化为  $J_{\text{pin}}(\cdot)$ , 即

$$J_{\text{pin}}(\xi = 0, f_u, f_v, u_0, v_0) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left( \frac{\mathbf{r}_{1ij} + f_u^2}{\sqrt{\mathbf{r}_{2ij} + f_u^2} \sqrt{\mathbf{r}_{3ij} + f_u^2}} - \frac{\mathbf{r}'_{1ij} + f_u^2}{\sqrt{\mathbf{r}'_{2ij} + f_u^2} \sqrt{\mathbf{r}'_{3ij} + f_u^2}} \right)^2. \quad (27)$$

接下来求取 LM 算法的初值。 $u_0, v_0$  初值的获得方式与(16)式相同。 $f_u, f_v$  的初值设置与(17)式相同, 即  $f_{u\text{ini}} = f_{v\text{ini}} = F_{\text{ini}}$ 。为了求取  $F_{\text{ini}}$ , 将  $u_{0\text{ini}}, v_{0\text{ini}}$  以及选取的两对匹配点代入(24)式, 整理可得

$$A_6 F_{\text{ini}}^6 + A_4 F_{\text{ini}}^4 + A_2 F_{\text{ini}}^2 + A_0 = 0, \quad (28)$$

式中

$$\begin{aligned} A_6 &= 2\mathbf{r}_{112} - 2\mathbf{r}'_{112} + (\mathbf{r}'_{212} + \mathbf{r}'_{312}) - (\mathbf{r}_{212} + \mathbf{r}_{312}), \\ A_4 &= \mathbf{r}'_{212}\mathbf{r}'_{312} - \mathbf{r}_{212}\mathbf{r}_{312} + 2\mathbf{r}'_{112}(\mathbf{r}'_{212} + \mathbf{r}'_{312}) - 2\mathbf{r}'_{112}(\mathbf{r}_{212} + \mathbf{r}_{312}) + \mathbf{r}_{112}^2 - (\mathbf{r}'_{112})^2, \\ A_2 &= \mathbf{r}_{112}^2(\mathbf{r}'_{212} + \mathbf{r}'_{312}) - (\mathbf{r}'_{112})^2(\mathbf{r}_{212} + \mathbf{r}_{312}) + 2\mathbf{r}_{112}\mathbf{r}'_{112}\mathbf{r}'_{312} - 2\mathbf{r}'_{112}\mathbf{r}_{212}\mathbf{r}_{312}, \\ A_0 &= \mathbf{r}_{112}^2\mathbf{r}'_{212}\mathbf{r}'_{312} - (\mathbf{r}'_{112})^2\mathbf{r}_{212}\mathbf{r}_{312}. \end{aligned} \quad (29)$$

类似地,取(28)式的正实根作为  $F_{\text{ini}}$  的解即可。

## 4 仿真与实验

### 4.1 仿真结果

首先针对双曲面型中心折反射摄像机进行仿真验证。设定其图像分辨率为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ , 内参数为

$$\xi = 0.75, \mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} 251.6 & 0 & 315.8 \\ 0 & 242.1 & 232.9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

(图像分辨率与  $\mathbf{K}_m$  为实验中所用的抛物面型中心折反射摄像机的真值)随机选取的 4 个特征点在  $F_c$  下的坐标(单位为 m)分别为  $(-6.5, -5.5, 2.0)$ ,  $(4.0, 3.8, 3.0)$ ,  $(5.2, -5.1, 1.4)$ ,  $(5.6, 4.6, 1.3)$ 。

获得图像特征点的过程为:首先使摄像机在  $F_c$  下拍摄第一幅图像;然后使摄像机先绕  $F_c$  的  $y_c$  轴旋转  $\pi/50 \text{ rad}$ ,再绕旋转后的  $x_c$  轴转  $\pi/20 \text{ rad}$ (这里考虑到要保证特征点在视野内,下文中对应的抛物面型与针孔摄像机的旋转角度为  $\pi/10 \text{ rad}$ ),此时再拍摄第二幅图像。

为定量分析本文方法对图像噪声的稳健性,对每个图像点均加入标准差为  $0 \sim 2.0 \text{ pixel}$  的高斯白噪声,并对每个噪声水平进行 100 次独立仿真以得到误差均值,所得结果如图 3(a)所示[其他 3 个内参数的结果与  $f_u(\xi+m)$  以及  $f_v(\xi+m)$  在变化趋势上相似]。另外在实际应用中,当云台等机构控制摄像机做纯旋转运动时,经常会伴有微小平移(平移噪

声)。为了定量分析本文方法对平移噪声的稳健性,在摄像机做纯旋转运动的基础上,加入标准差为  $0 \sim 0.01 \text{ m}$  的高斯平移白噪声,并且对每个噪声水平进行 100 次独立仿真,结果如图 3(b)所示。为了定量评价算法精度,图 3 中给出了相应的误差虚线,并注明了相应的误差量。如图 3 所示,自标定误差总体上随噪声水平的增加而变大,但是对于  $2 \text{ pixel}$  之内的图像噪声或  $0.5 \text{ cm}$  之内的平移噪声,标定误差一般保持在  $5\%$  以内,可见自标定精度较高。当采用数量更多的特征点时,算法对图像噪声的稳健性更强;若采用深度更大的特征点时,算法对平移噪声的稳健性更强。

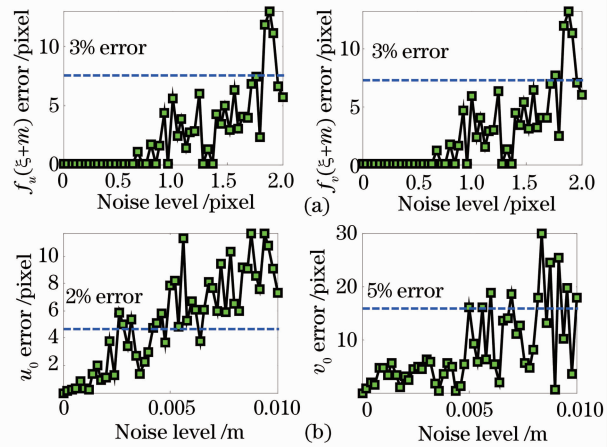


图 3 双曲面型中心折反射摄像机自标定仿真结果。

(a) 加入图像噪声结果; (b) 加入平移噪声结果

Fig. 3 Simulation results of the hyperbolic central catadioptric camera self-calibration. (a) Image noises are added; (b) translation noises are added

对于抛物面型中心折反射摄像机, 设定其  $K_m$  与(30)式相同, 所得结果如图 4 所示 [仅给出了  $f_u(\xi+m)$  的结果], 从中可以看出算法表现出较好的稳健性。

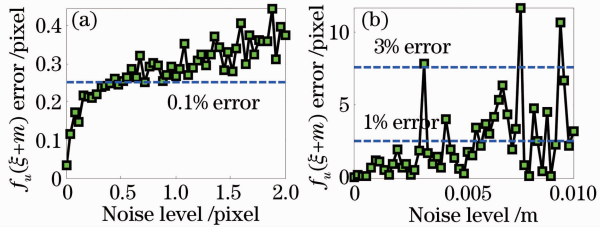


图 4 抛物面型中心折反射摄像机自标定仿真结果。

(a) 加入图像噪声; (b) 加入平移噪声

Fig. 4 Simulation results of the parabolic central catadioptric camera self-calibration. (a) Image noises are added; (b) translation noises are added

对于针孔摄像机, 设置其内参数与实验所用的摄像机相同, 即

$$K = \begin{bmatrix} 1003.1 & 0 & 369.8 \\ 0 & 995.4 & 306.3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

图像分辨率为  $740 \text{ pixel} \times 582 \text{ pixel}$ 。随机设置的 4 个特征点在  $F_c$  下的坐标 (单位为 m) 分别为  $(0.4, 0.3, 1.5), (0.1, 0.2, 1.5), (0.4, -0.3, 1.3), (0.2, -0.15, 1.4)$ 。所得自标定误差结果如图 5 所示 (仅给出了  $u_0$  的结果), 反映出该标定方法具有较好的稳健性。

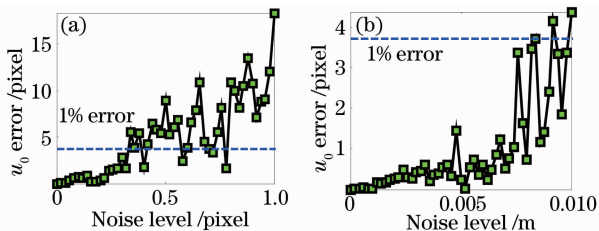


图 5 针孔摄像机自标定仿真结果。(a) 加入图像

噪声; (b) 加入平移噪声

Fig. 5 Simulation results of the pin-hole camera self-calibration. (a) Image noises are added; (b) translation noises are added

#### 4.2 实验结果

采用抛物面型中心折反射摄像机进行实验验证, 摄像机为 ActivMedia 公司的 ACT0108 型摄像机, 通过模拟视频接口与 MV-U2000 型图像采集盒相连, 继而通过 USB 接口线与上位机相连。该抛物面型中心折反射摄像机的实物如图 6(a) 所示, 可以看出该摄像机由下方的针孔摄像机与上方的相应反射镜面组成。图 6(b) 给出了自标定实验中以手持

方式使摄像机做纯旋转运动的实验场景, 场景中的定位杆提供了摄像机位置的参考, 目的是减少因手动旋转而给摄像机带来的平移噪声, 特征点采用两方块对顶处的角点。

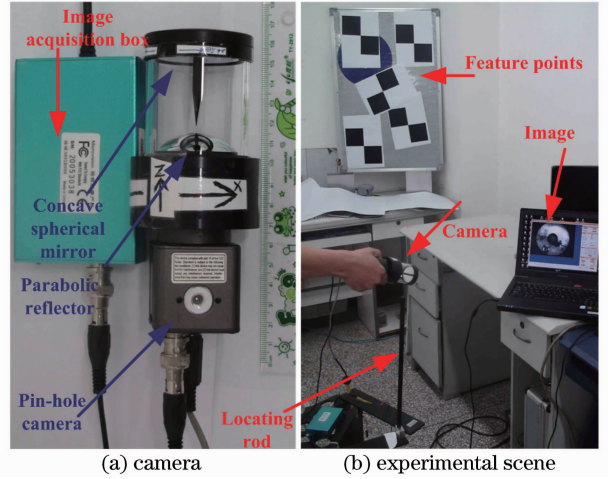


图 6 抛物面型中心折反射摄像机自标定实验

Fig. 6 Self-calibration experiment of the parabolic central catadioptric camera

为了测试特征点个数以及特征点间的间距对算法结果的影响, 设计 3 组对比实验, 并且每组实验均进行 10 次。第 1 组实验对应于 5 个特征点且点间

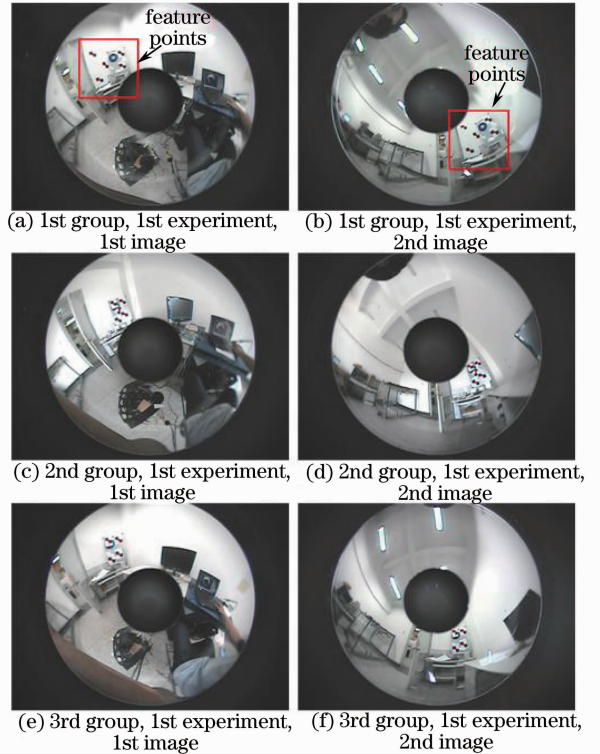


图 7 抛物面型中心折反射摄像机自标定实验所采集到的图像

Fig. 7 Collected images of the parabolic central catadioptric camera self-calibration experiment

距较大的情况,第2组实验对应于5个特征点但点间距较小的情况,第3组实验对应于4个特征点且点间距较小的情况。图7为3组对比实验中采集到的图像。图7(a)、(b)对应于第1组实验中的第1次实验,并且所用到的5个特征点已在图像中标出;图7(c)、(d)对应于第2组实验中的第1次实验;图7(e)、(f)对应于第3组实验中的第1次实验。实验结果如图8~10所示,内参数的真值采用 Mei 等<sup>[7]</sup>开发的标定工具箱得到(图中粗虚线所示)。可以看出,第1组实验结果精度最高,误差一般在5%以内。易知当特征点数量较多且其间距足够大时,算法对图像噪声与平移噪声的稳健性较强,标定结果具有较高的精度。

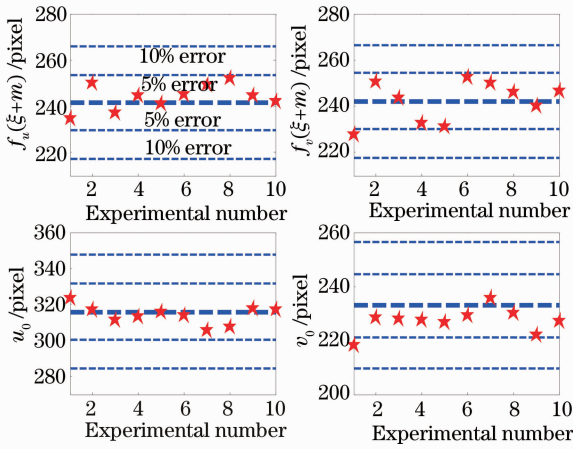


图8 抛物面型中心折反射摄像机自标定实验：  
第1组实验结果

Fig. 8 Parabolic central catadioptric camera self-calibration: the 1st group of experimental results

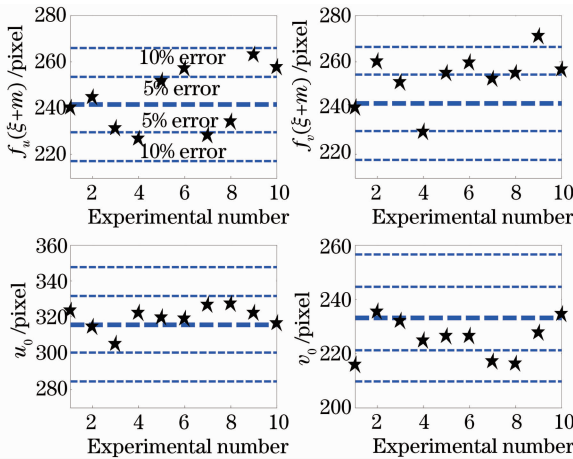


图9 抛物面型中心折反射摄像机自标定实验：  
第2组实验结果

Fig. 9 Parabolic central catadioptric camera self-calibration: the 2nd group of experimental results

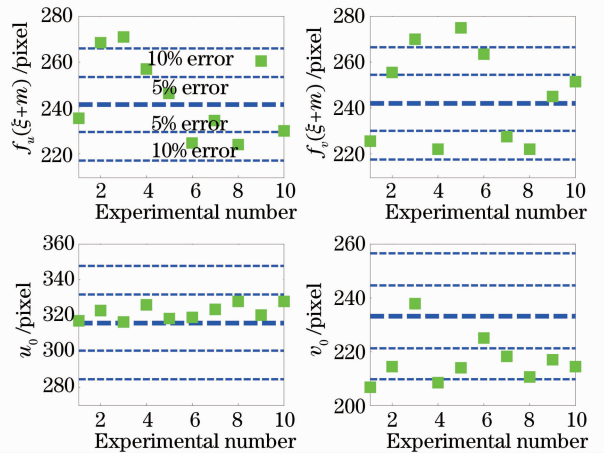


图10 抛物面型中心折反射摄像机自标定实验：  
第3组实验结果

Fig. 10 Parabolic central catadioptric camera self-calibration: the 3rd group of experimental results

对于针孔摄像机的自标定实验,待标定摄像机采用大恒公司 SV400FC 型数字摄像机,通过 IEEE1394 接口线与上位机相连。在实验中也以手持方式使摄像机做纯旋转运动。为了测试特征点深度以及摄像机旋转角度对自标定结果的影响,设计3组对比实验,每组实验均进行5次。第1组实验对应特征点深度大且摄像机旋转角度大的情况,第2组实验对应特征点深度小且旋转角度小的情况,第3组实验对应特征点深度小而旋转角度大的情况。实验结果如图11所示,图中星形、三角形与方块分别对应第1,2,3组实验的结果。内参数真值采用张正友平面标定法<sup>[12]</sup>的结果。从图11可以看出

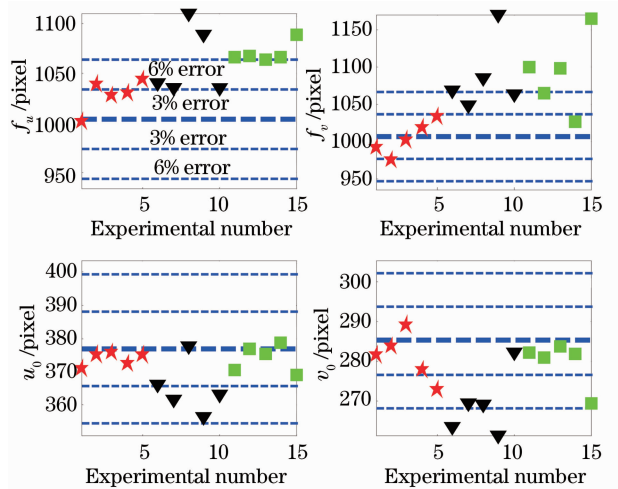


图11 针孔摄像机自标定实验结果

Fig. 11 Experimental results of pin-hole camera self-calibration

出,第1组实验的精度最高,并且最大误差在4%以内。易知这是由于当特征点深度增大以及摄像机旋转角度增大时,增加了算法对图像噪声与平移噪声的稳健性。

值得指出的是,实验中以手持方式使摄像机进行纯旋转运动,这样做会带来较大的平移噪声。然而根据上述对自标定实验结果的定量分析可知:即使在这种情况下,算法仍然能够获得很好的自标定结果,可见本文方法具有简单实用且标定精度高的优点。

## 5 结 论

基于纯旋转运动的摄像机统一自标定方法应用范围广,既适用于中心折反射摄像机,又适用于针孔摄像机。利用该方法,在手持状态下做一次纯旋转运动即可完成对摄像机内参数的自标定,可见其简便实用。该方法对于在线标定与离线标定均适用,并且无需进行复杂的矩阵数值运算。仿真与实验结果均很好地验证了该方法的有效性。后续工作将从理论上分析微小平移对自标定结果的影响以及该方法的退化情况。

## 参 考 文 献

- 1 R Hartly, A Zisserman. Multiple View Geometry in Computer Vision (2nd Edition) [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- 2 Liu Xi, Li Dahai, Wang Qionghua, *et al.*. Depth measurement based on desktop vision system [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2011, 48(12): 83-91.  
刘 曦, 李大海, 王琼华, 等. 采用桌面视觉系统实现深度测量的方法[J]. 激光与光电子学进展, 2011, 48(12): 83-91.
- 3 Yuan Yun, Zhun Zhaokun, Zhang Xiaohu, *et al.*. Calibration method for large field of view camera based on infinite homography [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(7): 0715002.  
苑 云, 朱肇昆, 张小虎, 等. 基于无穷单应的大视场摄像机标定方法[J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0715002.
- 4 Jiao Hongwei, Qin Shiqiao, Hu Chunsheng, *et al.*. Research on the coordinates calibration of pulse lidar and camera [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(1): 0108006.  
焦宏伟, 秦石乔, 胡春生, 等. 一种脉冲激光雷达与摄像机标定方法的研究[J]. 中国激光, 2011, 38(1): 0108006.

- 5 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 465-472.  
霍 炬, 杨 卫, 杨 明. 基于消失点几何特征的摄像机自标定方法[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 465-472.
- 6 C Geyer, K Daniilidis. Catadioptric projective geometry [J]. International J Computer Vision, 2001, 45(3): 223-243.
- 7 C Mei, P Ravis. Single view point omnidirectional camera calibration from planar grids [C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007. 3945-3950.
- 8 X Ying, Z Hu. Catadioptric camera calibration using geometric invariants [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(10): 1260-1271.
- 9 J P Barreto, H Araujo. Geometric properties of central catadioptric line images and their application in calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(8): 1327-1333.
- 10 X Ying, H Zha. Identical projective geometric properties of central catadioptric line images and sphere images with applications to calibration [J]. International Journal of Computer Vision, 2008, 78(1): 89-105.
- 11 F Espuny, J I B Gil. Generic self-calibration of central cameras from two rotational flows [J]. International Journal of Computer Vision, 2011, 91(2): 131-145.
- 12 Z Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- 13 R I Hartley. Self-calibration of stationary cameras [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(1): 5-23.
- 14 Guo Tao, Da Feipeng, Fang Xu. Camera calibration under small field of view [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(8): 0808001.  
郭 涛, 达飞鹏, 方 旭. 小视场环境下的摄像机标定[J]. 中国激光, 2012, 39(8): 0808001.
- 15 L Wang, S B Kang, H-Y Shum, *et al.*. Error analysis of pure rotation-based self-calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(2): 275-280.
- 16 H Zhang, K-Y K Wong. Self-calibration of turntable sequences from silhouettes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(1): 5-14.
- 17 Fang Yongchun, Liu Xi, Li Baoquan, *et al.*. A global exponential observer for camera calibration [J]. Control Theory and Applications, 2011, 28(9): 1082-1090.  
方勇纯, 刘 玺, 李宝全, 等. 一种全局指数收敛的摄像机内参数观测器[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(9): 1082-1090.
- 18 A D Luca, G Oriolo, P R Giordano. Feature depth observation for image-based visual servoing: theory and experiments [J]. International Journal of Robotic Research, 2008, 27(10): 1093-1116.
- 19 J Nocedal, S J Wright. Numerical Optimization [M]. New York: Springer, 1999.

栏目编辑: 何卓铭