

Schmidt 棱镜偏振像差对成像质量的影响

卢进军 杨 凯 孙雪平 朱维兵 吕 华

(西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710032)

摘要 为了分析 Schmidt 棱镜偏振像差在自然光成像系统中对成像质量的影响,以线偏振光矢量衍射光强分布为基础,利用两种非相干叠加积分模型,获得了自然光通过 Schmidt 棱镜后完全相同的衍射光强分布关系。通过这个关系式分析得知,自然光经过屋脊棱镜的偏振像差表现为衍射光斑的对称分裂。对分裂导致的像面中心亮度比、分辨率以及所提出的像面变形度等像质评价参数进行了分析计算。结果表明,Schmidt 棱镜的成像质量受到其偏振像差的影响严重。Jones 矩阵因子 B 作为棱镜的结构特性参数,影响并决定棱镜的成像质量。 B 因子的大小就是 Schmidt 棱镜偏振像差的大小。理论分析及实验结果均表明, $B=0$ 为校正 Schmidt 棱镜偏振像差的一个条件。

关键词 几何光学;Schmidt 棱镜;矢量衍射;偏振像差;像质评价;像面变形

中图分类号 O436.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.1108001

Effect of Polarization Aberration on the Image Quality of Schmidt Prism

Lu Jinjun Yang Kai Sun Xueping Zhu Weibing Lü Hua

(School of Optoelectronics Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710032, China)

Abstract In order to analyze the effect of Schmidt prism's polarization aberration on the imaging quality with the widely used un-polarized light, based on diffraction intensity distribution of polarized light vector and by using two incoherent superposition integral methods, the same diffraction patterns as un-polarized light passing through the Schmidt prism are obtained. According to the equation of diffraction pattern, the polarization aberration consists of doubling of the image after the un-polarized passing through Schmidt prism and they are symmetrical. Analysis results of the central intensity ratio, resolution and the surface deformation defined in this paper show that the imaging quality of Schmidt prism is severely affected by the polarization aberration. B , one of the Jones matrix factors, as the structure characteristic of prism parameters, influences and determines the quality of imaging prism. The value of B indicates the size of polarization aberration of Schmidt prism. Both theoretical analysis and experimental results show that, the best condition for correction of Schmidt prism polarization aberration is $B=0$.

Key words geometric optics; Schmidt prism; vector diffraction; polarization aberration; image quality evaluation; surface deformation

OCIS codes 120.4640; 080.1940; 230.5480

1 引 言

屋脊棱镜是光学仪器中的一个重要部件,在无塔差的情况下,经常被简化为平行平板。平行平板几何像差的研究已经相当成熟^[1],屋脊棱镜的几何像差也应该和等效的平行平板一样。然而,波动光学研究发现,由于光线在棱镜反射面上的入射角不为零,反射系数和透射系数的 s、p 偏振分量不相等,

或者在全反射界面,反射相移的 s、p 偏振分量不相同,都会造成偏振像差现象^[2]。矢量衍射理论作为研究光学系统成像过程的相对准确方法^[3-4],能够有效地克服标量衍射方法的先天缺陷,获得更准确、与实验结果一致性更好的研究结果,是研究偏振像差的本质性方法。对线偏振光经过 Schmidt 棱镜的偏振效应造成的矢量衍射光斑分裂现象和机理的分

收稿日期: 2013-04-25; 收到修改稿日期: 2013-07-03

作者简介: 卢进军(1957—),男,副教授,主要从事物理光学、薄膜光学等方面的研究。E-mail: 495067253@qq.com

析与实验的吻合度非常高^[5-6]。按照矢量衍射理论,入射光波的矢量偏振特性一定会对光学系统所成像的中心亮度比、分辨率等像质参数产生明显的影响^[7]。Wolf 的随机电磁波束相干偏振统一理论^[8]完全可以用于分析 Schmidt 棱镜在自然光成像系统中的偏振像差对成像质量的影响特性。

本文拟以相对简单的物理模型和数学方法,在线偏振光偏振和衍射双重效应的衍射积分基础上,建立自然光通过 Schmidt 棱镜时的矢量衍射光强分布模型,分析自然光成像系统的偏振像差现象和机理,研究 Schmidt 棱镜偏振像差对像面中心亮度比、分辨率以及像面变形度等像质参数的影响规律。

2 自然光的矢量衍射

自然光是大量的不同取向、彼此无关、无特殊优越取向的线偏振光的集合,在宏观测量时间内等效于同时存在各种方向的线偏振成分,且它们之间无确定的相位差^[9]。因此,自然光的矢量衍射光强既可以是取向 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围的所有线偏振光衍射光强的叠加平均值,也可以是两个互相正交的偏振分量的光强之和的平均值。

在文献[10]中,偏振方位角为 θ 的线偏振光通过 Schmidt 棱镜后的衍射光强表示为

$$I(\theta) = [E^+(x, y)E(x, y)] = \left[\frac{4ab}{f\lambda} \operatorname{sinc}\left(\frac{kxa}{f}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kyb}{2f}\right) \right]^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) + B \sqrt{1-B^2} \sin\left(\frac{kyb}{f}\right) \sin 2\theta \sin(\Delta_1 - \Delta_2) \right], \quad (1)$$

其中, $2a$ 、 $2b$ 为照射在屋脊面上的光斑沿 x 、 y 轴的长度, f 为透镜焦距, θ 为入射线偏振光振动方向与 x 轴的夹角, Δ_1 、 Δ_2 和 A 、 B 是 Schmidt 棱镜 Jones 矩阵中的 $\begin{bmatrix} A \exp(i\Delta_1) & B \exp(i\Delta_2) \\ -B \exp(-i\Delta_2) & A \exp(-i\Delta_1) \end{bmatrix}$ 矩阵元。式中的 xyz 坐标系与棱镜的关系如图 1 所示。

按照自然光通过 Schmidt 棱镜的矢量衍射光强是取向 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围的所有线偏振光衍射光强的叠加平均值^[11]的模型,可以得到自然光的衍射光强

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{4ab}{f\lambda} \operatorname{sinc}\left(\frac{kxa}{f}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kyb}{2f}\right) \right]^2 \times \left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) + B \sqrt{1-B^2} \sin\left(\frac{kyb}{f}\right) \sin 2\theta \sin \Delta_1 \right] d\theta = \left[\frac{4ab}{f\lambda} \operatorname{sinc}\left(\frac{kxa}{f}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kyb}{2f}\right) \right]^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) \right]. \quad (2)$$

由于自然光矢量衍射光强可以用两个互相正交的偏振分量的光强之和的平均值表征,因此自然光的衍射光强也可表示为

$$I = \frac{1}{2} [I(\theta) + I(90^\circ + \theta)] = \left[\frac{4ab}{f\lambda} \operatorname{sinc}\left(\frac{kxa}{f}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kyb}{2f}\right) \right]^2 \times \left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) + B \sqrt{1-B^2} \sin\left(\frac{kyb}{f}\right) \sin 2\theta \sin(\Delta_1 - \Delta_2) + B \sqrt{1-B^2} \sin\left(\frac{kyb}{f}\right) \sin(2\theta + \pi) \sin(\Delta_1 - \Delta_2) \right] = \left[\frac{4ab}{f\lambda} \operatorname{sinc}\left(\frac{kxa}{f}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kyb}{2f}\right) \right]^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) \right]. \quad (3)$$

显然,两个模型得到的结果是完全一致的。

对于最常见的 K9 玻璃制造的顶角为 $\alpha = 45^\circ$ 的 Schmidt 棱镜,计算可知 $\delta = (\delta_s - \delta_p) / 2 \approx 23^\circ$, 依据

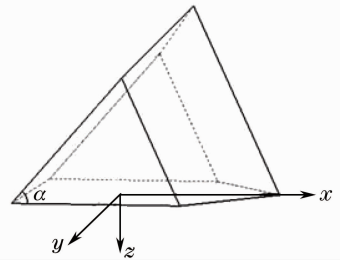


图 1 Schmidt 棱镜中的坐标系

Fig. 1 Coordinate system in Schmidt prism

文献[3]可以计算得到 $B = 0.84$, 代入(2)式计算出自然光的衍射光强空间分布如图 2 所示。

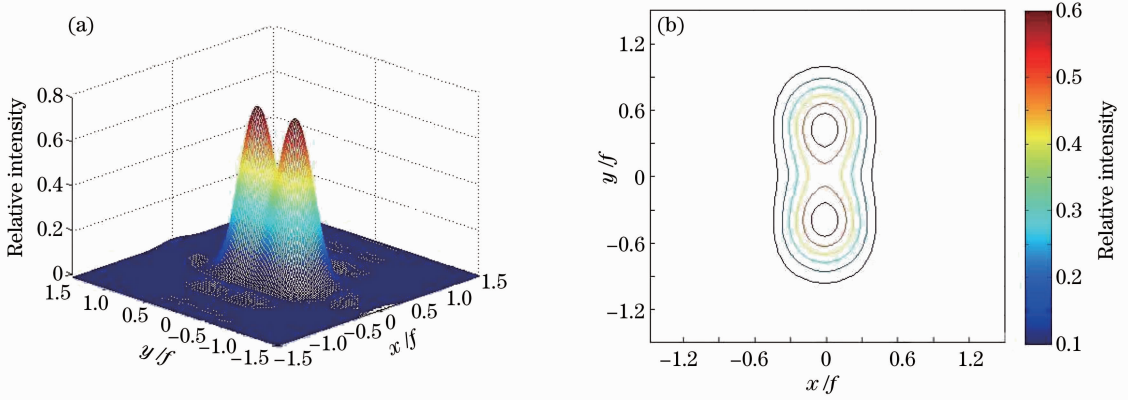


图2 $\alpha=45^\circ, B=0.84$ 衍射光强分布图。(a) 3D图；(b) 2D图

Fig. 2 Light intensity distribution of diffraction with $\alpha=45^\circ, B=0.84$. (a) 3D diagram; (b) 2D diagram

图2中两个横向空间坐标分别为 $x/f, y/f$, 单位是 $\lambda/a, \lambda/b$, 坐标值表示的是实际值相对理想衍射极限 $\lambda/a, \lambda/b$ 的相对大小。纵坐标是实际光强与理想衍射光强的相对大小。由图2可知, 自然光通过Schmidt 棱镜的偏振像差表现为: 衍射光斑相对屋脊的对称分裂, 就是衍射结果形成了双像; 像的亮度也较理想衍射像的亮度低, 最高相对亮度只有 0.6。

3 棱镜特性对成像质量的影响

按照(2)式, 只有垂直于屋脊 y 轴方向的光强分布受到了矩阵因子 B 的影响。根据文献[5], 当棱镜结构参数一定时, $\alpha=45^\circ$, 决定 B 因子大小的唯一因素是棱镜屋脊面上 s, p 偏振分量的反射相移差 $\delta_s - \delta_p$ 。因此, 矩阵因子 B 是作为棱镜的特性参数影响并决定着光强的分布, 即成像质量的。因此可以明确地说, 矩阵因子 B 的大小就是 Schmidt 棱镜偏振像差的大小。

3.1 B 因子对光强分布的影响

矩阵因子 B 的变化范围在 $0 \sim 1$ 之间。依据(2)式可得到垂直于屋脊的 y 轴方向的光强分布随 B 值的变化规律, 如图3所示。

由图3可知, 在 B 值从 0 向 1 变化的过程中, y 轴方向的光强由 1 个单峰逐渐展宽, 到分裂成双峰, 直至演变成清晰的分裂的两个极大值——双像。因此, 当 $B=0$ 时, 得到的是峰值光强最高、宽度最窄的单个光斑——单像; 当 $B \neq 0$ 时, 峰值光强降低, 光斑宽度增宽; 当 $B > 0.7$ 以后, 出现双峰, 且双峰间距随着 B 值的增大而增大; 当 $B=1$ 时, 双峰间距达到最大, 同时, 双像现象最为明显。

3.2 自然光经棱镜后的光斑质量

成像光束经由系统后的像面光斑的能量集中度

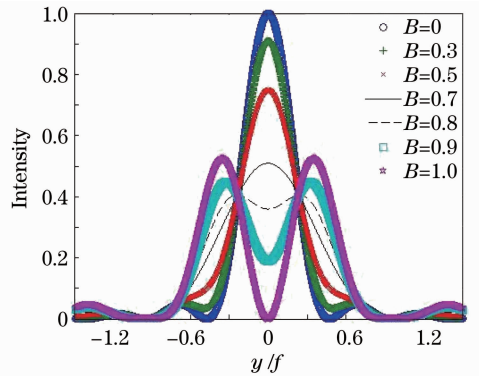


图3 Schmidt 棱镜衍射光强分布图

和分辨率是衡量系统成像能力的重要参数。按照这里得到的像面光强分布式(2)式, 可以分析自然光经 Schmidt 棱镜后的能量集中度和分辨率值与棱镜偏振像差大小的关系。

3.2.1 能量集中度——中心亮度比

在光学系统存在像差时, 衍射斑中央亮度与无像差理想衍射斑中央亮度之比 V_{SD} , 常被用于衡量系统成像质量。

由(2)式, 对应衍射斑中心坐标 $(0, 0)$, 有像差时

$$I(0) = \left(\frac{4ab}{f\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2}\right), \text{ 无像差时 } I(0) = \left(\frac{4ab}{f\lambda}\right)^2, \text{ 二者之比, 即中心亮度比为}$$

$$V_{SD} = 1 - B^2. \tag{4}$$

显然, 对应 $0 \leq B \leq 1$, 中心亮度比 $1 \geq V_{SD} \geq 0$ 。对应最常见的 K9 玻璃制造的顶角为 $\alpha=45^\circ$ 的 Schmidt 棱镜 $B=0.84$, 中心亮度比 $V_{SD} \approx 0.3$, 像质之差可见一斑。

3.2.2 像面分辨率

光学系统分辨物体细节的能力用分辨率来表

征。按照瑞利判据,光学系统的分辨率就是其零级衍射光斑角半径的倒数。

按照本文讨论的光强分布特性,偏振面像差仅表现在垂直于屋脊的 y 轴方向。为简单起见,只考虑 y 轴方向的光强分布,由(2)式可得

$$I(y) = \left[\frac{2b}{\sqrt{f\lambda}} \text{sinc}\left(\frac{kyb}{2f}\right) \right]^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) \right]. \quad (5)$$

当 $B=0$ 时,

$$I(y) = \frac{(2b)^2}{f\lambda} \text{sinc}^2\left(\frac{ky_0b}{2f}\right) \cos^2\left(\frac{ky_0b}{2f}\right) = \frac{(2b)^2}{f\lambda} \text{sinc}^2\left(\frac{ky_0b}{f}\right),$$

y_0 为 $B=0$ 时的零级中央像的宽度,对应 $I(y)=0$ 可以得到 $\frac{ky_0b}{f} = \pm\pi$, 光斑 y 轴方向的角半径为

$$\frac{y_0}{f} = \frac{\pi}{kb} = 0.5 \frac{\lambda}{b}. \quad (6)$$

当 $B=1$ 时,

$$I(y) = \frac{(2b)^2}{f\lambda} \text{sinc}^2\left(\frac{ky_1b}{2f}\right) \sin^2\left(\frac{ky_1b}{2f}\right),$$

y_1 为 $B \neq 0$ 时的零级中央像的宽度,对应 $I(y)=0$ 得到 $\frac{ky_1b}{2f} = \pm\pi$, 光斑 y 轴方向的角半径为

$$\frac{y_1}{f} = \frac{2\pi}{kb} = \frac{\lambda}{b}. \quad (7)$$

当 $0 < B < 1$ 时,(5)式中

$$\left[\frac{1}{2} + \frac{1-2B^2}{2} \cos\left(\frac{kyb}{f}\right) \right] \neq 0,$$

对应 $I(y)=0$ 只能是 $\text{sinc}^2\left(\frac{ky_1b}{2f}\right) = 0$, 得到 $\frac{ky_1b}{2f} =$

$$\pm\pi, \frac{y_1}{f} = \frac{2\pi}{kb} = \frac{\lambda}{b}.$$

显然 $y_1 = 2y_0$ 。这表明, $B \neq 0$ 时的零级中央像的宽度是 $B=0$ 时像宽的两倍, $B \neq 0$ 时的像面分辨率就只有 $B=0$ 时的 $1/2$ 。

3.2.3 像面变形度

在讨论 Schmidt 棱镜偏振像差对成像质量影响的过程中,用以往任何一个参数来表征此时的像质都不能表现出 Schmidt 棱镜偏振像差的光斑变形——“分裂”、“双像”的实际特点。需要一个描述有像差时衍射光斑形状与理想衍射光斑形状差异大小(相似程度)的参数。因此拟以实际零级衍射斑的最大半径 r_{\max} 与最小半径 r_{\min} 之差相对最小半径之比来表征系统成像质量,可称为像面变形度,即

$$\frac{\Delta r}{r_{\min}} = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\min}}. \quad (8)$$

对于 K9 玻璃制造的顶角 $\alpha=45^\circ$ 的 Schmidt 棱镜,按照本文用 x, y 两个方向的 sinc^2 函数乘积表达的光斑,如果入射光束满足 $a=b$,依据(2)式可得: $r_{\min} = 0.5\lambda f/a, r_{\max} = \lambda f/b$, 那么

$$\frac{\Delta r}{r_{\min}} = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\min}} = 100\%, \quad (9)$$

即 Schmidt 棱镜的像面变形度高达 100%。

3.3 消除偏振像差的条件和实现途径

在上述分析过程中, Schmidt 棱镜结构特性对总体光强分布,或对像质评价参数的影响,都是通过其 Jones 矩阵 B 因子表现出来的。而且,上述分析已经表明,当 $B=0$ 时,中心亮度比将达到最大值 $V_{\text{SD}}=1$,像面分辨率也将达到最大值 $2b/\lambda$,像面变形度 $\Delta r/r_{\min}=0$,总体达到完全消除偏振像差的结果。

依据文献[5]可以计算得知,对应 $B=0$ 的棱镜屋脊面上 s, p 偏振分量的反射相移差 $\delta_s - \delta_p = \pi$ 。因此,改变屋脊面反射相移差,使其等于 π ,既是消除线偏振光经 Schmidt 棱镜时偏振像差的最佳途径[5],也是消除自然光经 Schmidt 棱镜时偏振像差的一个途径。

4 实验结果

实验平台如图 4 所示。采用 He-Ne 激光器作为光源,ARTCAM-500P 型面阵 CCD 采集衍射图。为了改善衍射图像效果,实验中在 Schmidt 棱镜后加有圆孔光阑。

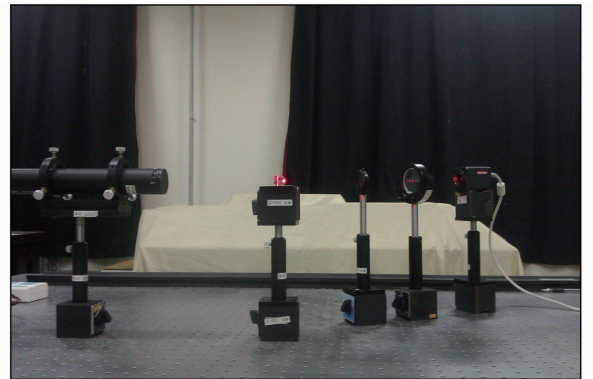


图 4 实验平台

Fig. 4 Experimental platform

实验获得的图像及其处理后的光强分布等高线图如图 5、图 6 所示。显然,对于自然光而言,实际光斑的光强分布是 x, y 两个方向光强分布叠加的结果, y 轴方向的扩展和 x 轴方向的不扩展,使得双像现象在图 5 中并不十分清晰。因此,偏振像差现

象的总体表现应当是：光斑沿 y 轴方向扩展，导致点物所成的像是无柄哑铃形；零级光斑的展宽必然

导致分辨率的下降。“变形 + 分辨率下降”是 Schmidt 棱镜偏振像差的突出特点。

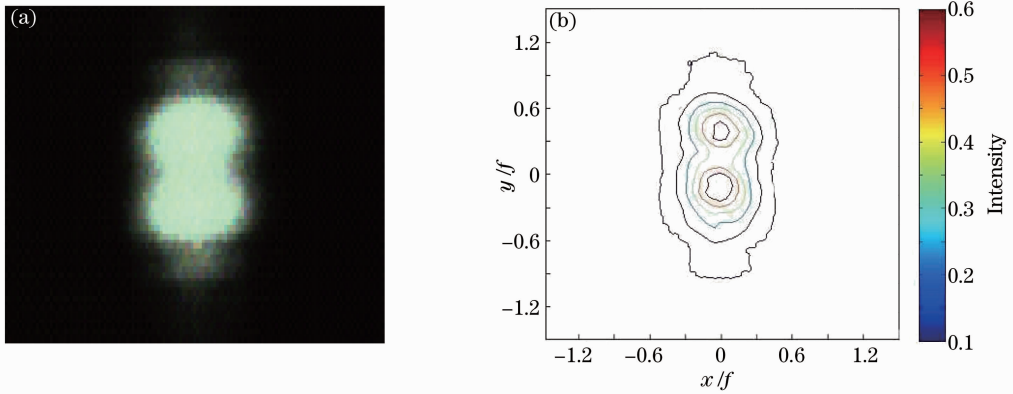


图 5 裸棱镜($B=0.84$)的衍射光斑图像和光强分布图。(a)衍射光斑图；(b)光强分布图

Fig. 5 Uncovered prism ($B=0.84$) diffraction image and light intensity distribution. (a) Diffraction image; (b) light intensity distribution

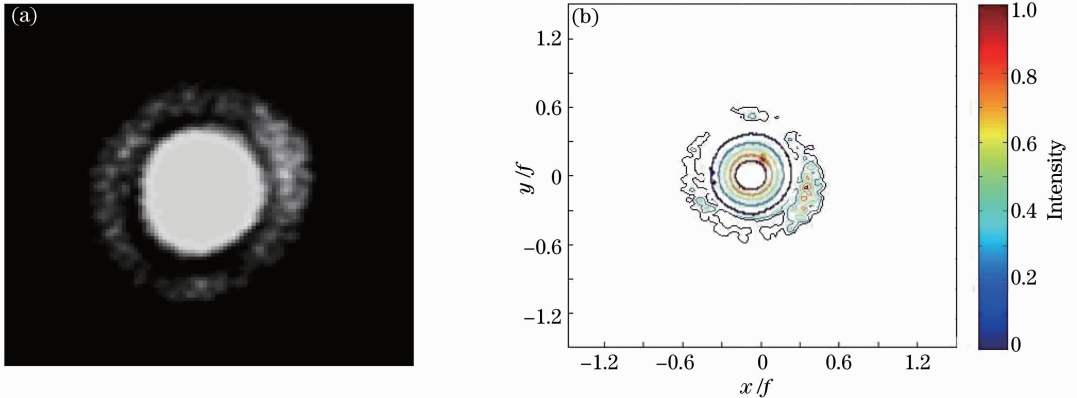


图 6 相位膜层($B=0$)的衍射光斑图像和光强分布图。(a)衍射光斑图；(b)光强分布图

Fig. 6 Phase coatings ($B=0$) of the diffraction image and light intensity distribution. (a) Diffraction image; (b) light intensity distribution

图 6 测量用的样品与文献[6]中的是同一件。在文献[6]的实验中只检测了单色线偏振光的衍射图,图 6 是单色自然光的衍射图。二者的效果一致(区别仅在于本文实验中增加了光阑,衍射效果更好一些)。

的严重影响。Schmidt 棱镜 Jones 矩阵因子 B 作为棱镜的结构特性参数,影响并决定其成像质量。矩阵因子 B 的大小就是 Schmidt 棱镜偏振像差的大小。 $B=0$ 作为校正 Schmidt 棱镜偏振像差的一个条件,得到了理论分析和实验结果的一致支持。

5 结 论

通过理论分析和实验验证表明,Schmidt 棱镜的偏振像差,不仅对于偏振光经过时存在,对于非偏振的自然光经过时也存在。

推导公式阐述了 Schmidt 棱镜的偏振像差对成像质量的影响,突出表现为,裸棱镜偏振像差导致成像质量的严重问题,中心亮度比只有约 0.3,分辨率几乎只有理想分辨率的 1/2,像面变形度高达 100%。Schmidt 棱镜的成像质量受到其偏振像差

参 考 文 献

- 1 Liu Jun, Gao Ming. Optical Design [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2006. 10-28.
- 2 刘 钧,高 明. 光学设计[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2006. 10-28.
- 3 Zhou Yuan, Li Yanqiu, Liu Guangcan. Study on pellicle optimization and polarization aberration induced by pellicle in hyper numerical aperture lithography [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(4): 0407001.
- 4 周 远,李艳秋,刘光灿. 超大数值孔径光刻中掩模保护膜优化及偏振像差研究[J]. 中国激光,2011, 38(4): 0407001.
- 5 Jiang Wenbo, Hu Song, Zhao Lixin, et al.. Design and analysis of amplitude photon sieves based on vector diffraction theory [J].

- Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 428–432.
- 蒋文波, 胡 松, 赵立新, 等. 基于矢量衍射理论的振幅型光子筛设计与分析[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 428–432.
- 4 Xu Jiajun, Xing Tingwen. Analysis of two-dimensional pinhole vector diffraction in visible light [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(12): 1205003.
- 许嘉俊, 邢廷文. 可见光二维小孔矢量衍射分析[J]. 光学学报, 2011, 31(12): 1205003.
- 5 Lu Jinjun, Sun Xueping, Li Xiangyang. The characters of Schmidt prism under the effect of polarization and diffraction of ridge [J]. Acta Photonica Sinica, 2012, 41(8): 949–955.
- 卢进军, 孙雪平, 李向阳. 偏振和衍射双重效应影响的 Schmidt 棱镜特性[J]. 光子学报, 2012, 41(8): 949–955.
- 6 Lu Jinjun, Zhu Weibing, Sun Xueping. The effect of Jones matrix elements on the polarization aberrations in Schmidt prism [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(2): 0208001.
- 卢进军, 朱维兵, 孙雪平. 施密特棱镜 Jones 矩阵元对偏振像差的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(2): 0208001.
- 7 Pang Wubin, Cen Zhaofeng, Li Xiaotong, *et al.*. The effect of polarization light on optical imaging system [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(23): 234202.
- 庞武斌, 岑兆丰, 李晓彤, 等. 偏振对光学系统成像质量的影响 [J]. 物理学报, 2012, 61(23): 234202.
- 8 E Wolf. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams [J]. Phys Lett A, 2003, 312(5-6): 263–267.
- 9 Zhong Xihua. Modern Fundamentals of Optics [M]. Beijing: Peking University Press, 2003. 99.
- 钟锡华. 现代光学基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003. 99.
- 10 Kubota Hiro. Wave Optics [M]. Beijing: Science Press, 1983. 353.
- [日]久保田广. 波动光学[M]. 北京: 科学出版社, 1983. 353.
- 11 Liang Quanting. Physical Optics [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008. 298–299.
- 梁铨廷. 物理光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008. 298–299.

栏目编辑: 张 腾