湍流大气中的有限孔径平面镜反射波的 二阶统计特性

王利国1 吴振森1 王明军2

1 西安电子科技大学理学院,陕西西安 710071 (² 咸阳师茄学院物理与电子工程学院,陕西 咸阳 712000

摘要 利用复高斯函数展开法,有限尺寸圆形平面镜被分解为一系列高斯孔径的叠加。在此基础上,利用 ABCD 矩阵结合 Rytov 近似,计算了湍流中有限尺寸圆形平面镜回波的平均强度及后向增强系数,揭示了反射波二阶矩 振荡区间的存在。通过计算相干度函数及相干长度,证明了振荡区间湍流会对波前产生更大的影响。 关键词 大气光学;边缘衍射效应;复高斯函数展开法;后向增强效应;相干长度 doi: 10.3788/AOS201333.1101002 中图分类号 P427.1 文献标识码 A

Second-Order Statistics for Wave Reflected by a Plane Mirror with a Finite Aperture

Wang Liguo¹ Wu Zhensen¹ Wang Mingjun²

¹ School of Science, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China ² School of Physics and Electronic Engineering, Xianyang Normal College, Xianyang, Shaanxi 712000, China

Abstract Based on complex Gaussian-function expansion method, the transmitting wave is decomposed into a series of Gaussian beam components. ABCD ray-matrix theory combined with Rytov approximation is used to derive the expressions of the mean intensity and the backscattering enhancement coefficient of the reflected wave from a finite circular mirror in the atmospheric turbulence, which reveals the existence of the oscillation zone. The degree of coherence function and coherence length are calculated and the results prove that the turbulence in the oscillation zone has a larger effect on the wave front.

atmospheric optics; edge diffraction effect; complex Gaussian-function expansion method; Kev words backscattering enhancement effect; length of coherence

OCIS codes 010.1300; 010.1330; 010.1350; 010.3310

引 1

人们很早就观察到光波通过大气湍流后会发生 漂移、闪烁等现象。在激光被发明以后,随着激光在 通信、遥感等领域的应用越来越多,人们对湍流介质 中的光传输问题的研究也日益深入。其中双程传输 问题由于其独特的理论价值和应用价值吸引了众多 研究者的兴趣。

20世纪早期,人们开始利用几何光学近似来研 究光波在湍流中的传播问题,但这种方法适用范围 有限^[1-2]。50年代后期, Tatarskii 等^[1-3]采用 Rvtov 近似法并引入现代湍流的统计理论获得了巨 大的成功,该理论至今仍是处理弱起伏条件下光波

言

收稿日期: 2013-05-30; 收到修改稿日期: 2013-07-05

基金项目: 国家自然科学基金(61172031, 61271110)、中央高校基本科研业务费专项资金(K5051207001)

作者简介: 王利国(1983—), , 博士研究生, 主要从事光波在大气湍流中的传输特性方面的研究。

E-mail: kinglywang3773@163.com

导师简介:吴振森(1946—),男,教授,主要从事目标与环境电磁及光学特性、随机介质与复杂结构的电磁传播与散射等 方面的研究。E-mail: wuzhs@mail. xidian. edu. cn(通信联系人)

传播的经典理论。其后又有多种理论如马尔可夫方 程、广义惠更斯-菲涅耳原理、费曼积分等[4-5],被用 干大气湍流中的光传输,这些方法在解决不同的问 题上都有各自的优势,但计算难度较大,应用不广。 90 年代 Andrews 等^[6-7]将 ABCD 传输矩阵法应用 于随机介质中的光传输问题中,其后又将这种方法 推广到双程传输中,计算了激光被平面镜、角反射器 反射后回波的平均强度、相干函数及闪烁指数等问 题。但这些研究都假设目标具有高斯孔径,这与真 实的目标是不相符的。Banakh 等^[8-9]利用局部格 林函数研究了湍流中不同目标回波的平均强度、互 相关函数以及后向增强效应,之后又研究了有限圆 形目标对反射波光强分布的影响,发现了后向放大 系数随着菲涅耳数的振荡现象。但 Banakh 的研究 主要是针对平面波和球面波,对于波束散射的研究 较少。

本文利用复高斯展开法,把发射波束表示为一

系列相应幅度的高斯波束的叠加,利用 ABCD 矩阵 结合 Rytov 近似计算了各子波束的二阶统计矩及 二阶交叉矩,把接收平面上的子波束场叠加,得到了 高斯波束被有限尺寸平面镜反射的回波的二阶特 性。由于使用 Rytov 方法,所有计算都限制在弱起 伏条件下。本文不考虑大气湍流内外尺度的影响, 只使用了最简单的 Kolmogrov 谱。

2 复高斯函数展开法

激光在双程传输路径如图 1 中左图所示,其中 激光器发射孔径位于平面 z=0 上,此处的单位振幅 高斯波束的光场为

 $U_0(\mathbf{r}, 0) = \exp[-(1/2)\alpha k |\mathbf{r}|^2],$ (1) 式中 $\alpha = 2/(kW_0^2) + i/F_0, k$ 是波数, W_0 是波束有效 半径, F_0 是相位面曲率半径(或焦距), \mathbf{r} 是垂直于传 播轴的位置矢量。



图 1 激光双程传播示意图

Fig. 1 Propagation geometry of a double-passage system in turbulence

半径为 W_{R} 的圆形平面镜位于平面z=L处,且 镜面垂直于光轴。接收器与激光器位置重合。为方 便观察,图1中左图的折叠路径可以展开成一个如 右图的单向传输系统,平面镜可以看作是一个光阑, 光阑孔径函数可以表示为^[10-11]

$$T(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & r \leqslant W_{\mathrm{R}} \\ 0, & r > W_{\mathrm{R}} \end{cases}$$
(2)

将 $T(\mathbf{r})$ 表示为一系列复高斯函数之和^[12-13]

$$T(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N} c_n \exp\left(-\frac{b_n |\mathbf{r}|^2}{W_{\rm R}^2}\right), \qquad (3)$$

式中 N 为展开项数, c_n, b_n 为复常数, 利用计算机优 化系数使得复高斯函数展开门函数的误差方差最 小,可以得到 c_n, b_n。这里采用文献[14]给出的一组 系数, 如表 1 所示。

设光阑前表面光场为 $U_{f}(\mathbf{r},L)$,则后表面光场为

$$U_{\rm b}(\boldsymbol{r},L) = T(\boldsymbol{r})U_{\rm f}(\boldsymbol{r},L) = \sum_{n=1}^{N} c_n U_{\rm f}(\boldsymbol{r},L) \exp\left(-\frac{b_n \mid \boldsymbol{r} \mid^2}{W_{\rm R}^2}\right), (4)$$

表1 复高斯函数展开系数

Table 1 Coefficients of the complex Gaussian functions

n	C_n	b_n
1	11.4280+0.9517i	4.0697+0.2273i
2	0.0600-0.0801i	1.1531-20.9330i
3	-4.2743-8.5562i	4.4608+5.1268i
4	1.6576+2.7015i	4.3521+14.9970i
5	-5.0418 + 3.2488i	4.5443+10.0030i
6	1.1227-0.6885i	3.8478+20.0780i
7	-1.0102-0.2696i	2.5280-10.3100i
8	-2.5974 + 3.2202i	3.3197-4.8008i
9	-0.1484-0.3119i	1.9002-15.8200i
10	-0.2085 - 0.2385i	$2.6340 \pm 25.0090i$

即光阑前表面的光场 U_i 被分解为N个高斯波束。第 n个子波束的复振幅为 c_n ,通过半径为 $W_n = W_R/$ $\sqrt{\operatorname{Re}(b_n)}$,焦距为 $F_n = kW_R^2/[2\operatorname{Im}(b_n)]$ 的高斯透镜 G_n ,Re(•)和Im(•)分别表示取实部和取虚部。所有 通过对应透镜的子波束再叠加即得到光阑后表面的 光场 U_b 。令 $\alpha_n = 2/(kW_n^2) + i/F_n$,则有 $\alpha_n = 2b_n/(kW_R^2)^{[15]}$ 。上述操作等效于在发射面上波束被 分解,第n个发射波束表示为 $U_{0n}(\mathbf{r}, 0) = c_n U_0(\mathbf{r}, 0)$, 它通过湍流以及路径中间的透镜 G_n 到达接收面,最 后所有波束叠加可得到接收平面上的场。

由于透镜 G_n 是一个 ABCD 元件,它的 ABCD 传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_{G_n} & B_{G_n} \\ C_{G_n} & D_{G_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ i\alpha_n & 1 \end{bmatrix}.$$
 (5)

第n条路径的 ABCD 传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ i\alpha_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + i\alpha_n L & L(2 + i\alpha_n L) \\ i\alpha_n & 1 + i\alpha_n L \end{bmatrix}.$$
 (6)

第 n 个波束分量在接收面上的场为

$$U_{n}(\boldsymbol{r},2L) = \frac{c_{n}}{p_{n}(2L)} \exp(ik2L) \times \exp\left[-\frac{1}{2}\beta_{n}(2L)k \mid \boldsymbol{r} \mid^{2}\right], \quad (7)$$

式中

$$p_n(2L) = A_n + i\alpha B_n, \quad \beta_n(2L) = \frac{\alpha D_n - iC_n}{A_n + i\alpha B_n}.$$
(8)

接收面上的总光场为

$$U(\boldsymbol{r},2L) = \sum_{n=1}^{N} U_n(\boldsymbol{r},2L).$$
(9)

3 湍流中平面镜回波的互相关函数

若系统处于湍流之中,把折叠路径展开后,光阑 两侧湍流是对称的。作波束分解后,每个子波束通 过相同的湍流。利用 Rytov 近似,第 *n* 个光束分量 在接收面上的光场可以表示为

 $U_{a,n}(\mathbf{r},2L) = U_n(\mathbf{r},2L)\exp[\phi_n(\mathbf{r},2L)],(10)$ 式中 ϕ_n 为湍流对光场的复扰动。接收场仍为 N 个 光束分量的叠加,即

$$U_{a}(\boldsymbol{r},L) = \sum_{n=1}^{N} U_{a,n}(\boldsymbol{r},2L).$$
(11)

总光场的互相关函数可以表示为[16]

$$\Gamma_{2}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},2L) = \langle U_{a}(\mathbf{r},2L)U_{a}^{*}(\mathbf{r},2L)\rangle = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \langle U_{a,i}(\mathbf{r}_{1},2L)U_{a,j}^{*}(\mathbf{r}_{2},2L)\rangle = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \Gamma_{2,ij}^{0}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},2L)\exp[2E_{1}(0,0) + E_{2,ij}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2}) + E_{2,ij}^{iR}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2})], \quad (12)$$

式中 $\Gamma_{2,ij}^{0}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},2L)$ 是无扰动时第i个光束分量与第j个光束分量的交叉互相关函数,

$$\Gamma_{2,ij}^{0}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},2L) = U_{i}(\mathbf{r}_{1},2L)U_{j}^{*}(\mathbf{r}_{2},2L).$$
(13)

当i = j = n时, $\Gamma_{2,m}^{0}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},2L)$ 即为无扰动时第n个光束分量的互相关函数。

 $E_1(0,0), E_{2,ij}(r_1,r_2), E_{2,ij}^{iR}(r_1,r_2)$ 都是由湍流引起的扰动构成的基本统计矩。

$$E_1(0,0) = -2\pi^2 k^2 \int_{0}^{L_{\infty}} \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{z}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\kappa} \mathrm{d}\boldsymbol{z}, \qquad (14)$$

$$E_{2,ij}^{iR}(\boldsymbol{r}_{1},\boldsymbol{r}_{2}) = -4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}_{n}(\boldsymbol{\kappa},\boldsymbol{\xi}) \exp\left\{-\frac{\mathrm{i}L\boldsymbol{\kappa}^{2}}{2k} \left[\boldsymbol{\gamma}_{i}^{R}(1-\boldsymbol{\xi})-\boldsymbol{\gamma}_{j}^{i}\boldsymbol{\xi}\right]\right\} J_{0}(\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\gamma}_{i}^{R}\boldsymbol{r}_{1}) d\boldsymbol{\kappa} d\boldsymbol{\xi} - 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}_{n}(\boldsymbol{\kappa},\boldsymbol{\xi}) \exp\left\{-\frac{\mathrm{i}L\boldsymbol{\kappa}^{2}}{2k} \left[\boldsymbol{\gamma}_{i}^{i*}\boldsymbol{\xi}-\boldsymbol{\gamma}_{j}^{R*}(1-\boldsymbol{\xi})\right]\right\} J_{0}(\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\gamma}_{j}^{R}\boldsymbol{r}_{2}) d\boldsymbol{\kappa} d\boldsymbol{\xi},$$

$$(15)$$

式中 ϕ_n 为折射率起伏谱密度函数, $J_0(\cdot)$ 为第一类贝塞尔函数,

$$\gamma_{n}^{i} = 1 - \xi + (1 + \xi + i\alpha_{n}\xi) / p_{n}(2L), \quad \gamma_{n}^{\kappa} = \xi - \xi / p_{n}(2L).$$

$$E_{2,ij}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2}) = 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,1}B_{i,1}(\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,1}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2} - \gamma_{j,2}^{*}] [L(1-\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,2}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,1}B_{i,1}(\xi) - \gamma_{j,2}^{*}L(1-\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,1}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,2}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,2}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \int_{0-\infty}^{\infty} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{j,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{j,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}L(1-\xi) - \gamma_{i,1}^{*}B_{j,1}^{*}(\xi)]\right\} J_{0}(\kappa \cdot |\gamma_{i,2}\mathbf{r}_{1} - \gamma_{i,1}^{*}\mathbf{r}_{2}|) d\kappa d\xi + 4\pi k^{2} L \int_{0-\infty}^{1} \Phi_{n}(\kappa,\xi) \exp\left\{-\frac{i\kappa^{2}}{2k} [\gamma_{i,2}^{*}\mathbf{r}_{2} - \gamma_{i,2}^{*}\mathbf{r}_$$

式中

$$\gamma_{n,1} = \frac{1 + i\alpha z}{1 - \alpha\alpha_n L^2 + iL(\alpha_n \eta + 2\alpha)}, \quad \gamma_{n,2} = \frac{1 + i\alpha_n z' + i\alpha[L + z'(1 + i\alpha_n L)]}{1 - \alpha\alpha_n L^2 + iL(\alpha_n \eta + 2\alpha)}, \quad (18)$$

$$B_{n,1}(z,L) = L + L\xi + i\alpha_n L^2 \xi, \quad B_{n,2}(z',2L) = L - z' = L(1-\eta).$$
⁽¹⁹⁾

4 回波的平均光强及相干度

利用(12)式,反射波的平均强度可以表示为

$$\langle I(\mathbf{r}, 2L) \rangle = \Gamma_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}, 2L) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \Gamma_{2,ij}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}, 2L) \exp[2E_1(0, 0) + E_{2,ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + E_{2,ij}^{iR}(\mathbf{r}, \mathbf{r})].$$
(20)

在双程传输过程中,会出现后向增强效应,定义后问增强糸数为

$$N(\boldsymbol{r}, 2L) = I(\boldsymbol{r}, 2L) / I_{\rm b}(\boldsymbol{r}, 2L), \qquad (21)$$

式中 I_b(r,2L)为同等条件下双站系统反射波强度,其计算公式为

$$I_{b}(\boldsymbol{r}, 2L) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \Gamma_{2,ij}^{0}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}, 2L) \exp[2E_{1}(0, 0) + E_{2,ij}^{b}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r})], \qquad (22)$$

式中 $E_{2,ij}^{b}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r})$ 为(17)式中前两项之和,即不考虑前向及后向路径中湍流效应的交叉相关项。

对(15)式和(17)式中的二重积分可利用数值计 算得到其值。需要注意的是计算只在 $r < \min\{W_1, W_2, \dots, W_n\}$ 时可以保证是有效的,其中 $W_n = W_0 | p_n(2L) |$ 是无湍流时第n个子波束在接收平面 上的波束宽度。同时,前面所应用的 Rytov 方法对 聚焦波束无效,所以还必须保证所有子波束的聚焦 点远离接收平面。通过计算可知,本文方法对于球 面波完全有效。对于准直高斯波束,定义波束参数 $\Omega = 2L/(kW_0^2)$,当参数满足 $\Omega \ge 1$ 时,本方法有效。 对于发散波束,有效范围有所扩大,对于收敛波束则 相反。

设定传输距离 L = 2000 m, $\lambda = 1.38 \mu \text{m}$,湍流 结构常数 $C_n^2 = 1.7 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$,发射波型为球面 波或准直高斯波束。回波的性质同时受传播距离、 激光波长及平面镜尺寸的影响,引入参数 $\Omega_R =$ $2L/(kW_R^2)$,由于L和 λ 不变,所以 Ω_R 反应了平面镜的相对尺寸。

图 2 描述了接收场中心平均强度随着 $\Omega_{\rm R}$ 的变 化曲线,其中 $I_0(0,2L) = U_0(0,2L)U_0^*(0,2L) =$ $1/|1+i\alpha 2L|^2$ 为发射波在真空中单程传输距离 2L 后的在轴光强。按图中曲线起伏性质可以把 $\Omega_{\rm R}$ 分为 三个区间。 $\Omega_{\rm R} < 0.03$ 可以称为近场区,在此区间 内, $\Omega_{\rm R}$ 对平均光强影响不大。 $0.03 < \Omega_{\rm R} < 0.3$ 可以 称为振荡区,此时光强随着 $\Omega_{\rm R}$ 的增大而强烈振荡, 而湍流效应则平滑了这些振荡。在单站系统中,这种 平滑效应更为显著。比较图 2(a)和图 2(b)发现,振 荡区波峰和波谷的位置与发射波波型及湍流强度无 关,而只由 $\Omega_{\rm R}$ 确定。最后 $\Omega_{\rm R} > 0.3$ 称为远场区,且 随着 $\Omega_{\rm R}$ 的增加,平均强度减小,二者呈对数线性关 系。在所有区间上,湍流对球面波的回波平均强度 影响都不大,只在振荡区有较大影响。但对于准直 高斯波束的回波强度则始终有较大影响。



图 2 接收场的中心平均强度随着 $\Omega_{\mathbb{R}}$ 的变化曲线。(a)球面波入射;(b)高斯波束 $\Omega=1$ 入射 Fig. 2 On-axis mean intensity of the received wave versus the mirror size parameter $\Omega_{\mathbb{R}}$. (a) Spherical wave; (b) Gaussian beam with $\Omega=1$

图 3 为后向放大系数随着 Ω_R 的变化曲线。作 为比较,图中同时给出了同尺寸高斯孔径平面镜后 向回波增强系数的曲线。在近场区及远场区,有限 圆形孔径与高斯孔径情况下的曲线基本一致,但是 在振荡区有限圆形孔径对应的曲线会出现独有的振 荡,其起伏趋势与图 2 中曲线恰好相反,在图 2 中波 峰的位置,图 3 中出现波谷,反之亦然。实际上根据 对图 2 的分析可知,振荡区后向增强系数的起伏和 真正的后向增强效应不完全相同,在这里湍流效应 平滑了平均强度的起伏,从而使谷低抬升,使后向增 强系数看起来变大了,对波峰处则相反。而后向增 强效应只是进一步增强了这种平滑效应。



图 3 后向放大系数随着 Ω_R 的变化曲线

Fig. 3 Backscattering enhancement coefficient versus \varOmega_{R}

利用(20)式还可以计算平均光强在接收平面上 沿半径的分布,其分布曲线如图 4 所示。其中 4 条 曲线分别为远场区($\Omega_R = 1$)、振荡区波峰($\Omega_R =$ 0.11)、振荡区波谷($\Omega_R = 0.078$)、近场区($\Omega_R =$ 0.01)光强随着半径的变化,可见在远场区和近场 区,平均光场强度轮廓线大致仍为高斯型,而振荡区 的平均强度曲线则随着半径的增大而起伏,可以预 测在振荡区接收平面上会形成环光轴的明暗条纹。

空间相关特性是反射场的另一个重要的统计特性,它直接反应了湍流对光场波前的破坏程度。光场相干度定义为

 $\gamma(r_1, r_2, 2L) =$

其

 $\Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 2L) / [\langle I(\mathbf{r}_1, 2L) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2, 2L) \rangle]^{1/2}, (23)$ 为便于分析,在计算相干度时通常令 $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2 = \mathbf{r},$ 此时(23)式转化为

$$\gamma(\rho, 2L) = \gamma(\mathbf{r}, -\mathbf{r}, 2L) =$$

$$\Gamma_2(\mathbf{r}, -\mathbf{r}, 2L)/I(\mathbf{r}, 2L), \quad (24)$$

$$\oplus \rho = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = 2r_{\circ}$$

仿照图 4,图 5 描绘了 4 种典型情况下接收场 相干度随着两点距离的变化曲线。可以看出,在同 等湍流条件下,处于振荡区的接收场相干度下降更 快,即相比于近场区及远场区,振荡区的接收场受到 的湍流扰动更大。

为了更全面地了解波前破坏程度随着 $\Omega_{\rm R}$ 的变化,定义相干长度为





图 4 接收平面上平均光强沿距光轴半径的分布。 发射场为 Ω=1.0 的准直高斯波

Fig. 4 Mean intensities of the received wave versus the transverse distance from the axis. The initial wave is a collimated Gaussian wave with $\Omega = 1.0$





图 6显示了相干长度随着 Ω_R 的变化曲线。类 似于图 3,在近场区及远场区,有限圆形孔径对应的 曲线与高斯孔径对应的曲线相趋近,而在振荡区有 限圆形孔径对应的相干长度同样会发生较大起伏, 且整体上低于高斯孔径情况,这与图 5 中所显示的 振荡区波前破坏程度更大是一致的。

5 结 论

利用复高斯函数展开法表示了有限大小圆形平





面镜的孔径函数,在此基础上,结合 ABCD 传输矩 阵及 Rytov 近似,计算了激光在湍流中双程传输后 接收场的二阶统计特性。其结果与 Andrews 所计 算的高斯孔径平面镜反射场做了比较,在远场区和 近场区二者都是相近并趋同的,但是在 0.03<Ω_R< 0.3 时,有限圆形平面镜反射场所有二阶统计量都 表现出了一致的振荡特性,且其波峰波谷位置不受 湍流强度及发射波波型的影响。在振荡区,湍流对 平均强度的振荡有较强的平滑作用,从而使后向增 强系数出现相当大的峰值。湍流对接收场的相干度 影响极大,尤其是在振荡区,有限圆形平面镜反射场 的相干长度不仅强烈振荡,且整体上低于高斯孔径 平面镜反射场。

参考文献

- 1 V I Tatarskii. Wave Propagation in a Turbulent Medium [M]. New York: Academic Press, 1978.
- 2 A Ishimaru. Wave Propagation and Scattering in Random Media[M]. New Jersey: IEEE Press, 1997.
- 3 L C Andrews, R L Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media [M]. Bellingham: SPIE Press, 1998.
- 4 R L Fante. Electromagnetic beam propagation in turbulent media [J]. Proceedings of the IEEE, 1975, 63(12): 1669-1692.

- 5 R F Lutomirski, H T Yura. Propagation of a finite optical beam in an inhomogeneous medium [J]. Appl Opt, 1971, 10(7): 1652-1658.
- 6 L C Andrews, W B Miller, J C Ricklin. Geometrical representation of Gaussian beams propagating through complex paraxial optical systems [J]. Appl Opt, 1993, 32(30): 5918-5929.
- 7 L C Andrews, W B Miller. Single-pass and double-pass propagation through complex paraxial optical systems [J]. J Opt Soc Am A, 1995, 12(1): 137-150.
- 8 V A Banakh. Influence of reflector edges diffraction on manifestation of backscatter amplification effect [C]. SPIE, 1993, 1968: 312-318.
- 9 V A Banakh, V M Sazanovich, R S Tsvyk. Propagation of a laser beam reflected from a mirror in the turbulent medium [C]. SPIE, 2000, 4338, 75-88.
- 10 Liu Hongzhan, Xu Rongwei, Liu Liren, et al.. Far-field approximation and divergence of Gaussian beam with phase aberrations diffracted by a circular aperture [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(1): 131-135.

刘宏展,徐荣伟,刘立人,等.圆孔受限波差高斯光束的远场近 似及发散度分析[J].光学学报,2006,26(1):131-135.

- 11 Jia Xuemei, Xie Xinglong. Propagation property of Gaussian beams passing through spatial filter [J]. Chinese J Lasers, 2006, 33(9): 1220-1224. 贾雪梅,谢兴龙. 高斯光束通过空间滤波器的传输特性[J]. 中国激光, 2006, 33(9): 1220-1224.
- 12 Li Xiaoqing, Zhao Qi, Ji Xiaoling. Confirmation of the quadratic approximation of Rytov phase structure function and the approximation of complex Gaussian-function expansion of hard-edge apertures [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(12): 1201002. 李晓庆,赵 琦,季小玲. Rytov 相位结构函数二次近似和硬边光阑复高斯函数展开近似的验证[J]. 光学学报, 2011, 31(12): 1201002.
- 13 Li Xiaoqing, Ji Xiaoling. Beam matrix in terms of second-order moments of truncated beams [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32 (7): 0701003.
 李晓庆,季小玲. 截断光束的二阶矩矩阵[J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0701003.
- 14 Luo Shirong, Lü Baida. Propagation of flattened Gaussian beams through an aperture optical system [J]. Chinese J Lasers, 2002, 29(5):425-429.
 罗时荣,吕百达. 平顶高斯光束在有光阑光学系统中的传输[J]. 中国激光,2002,29(5):425-429.
- 15 J J Wen, M A Breazeale. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams [J]. J Acoust Soc Am, 1988, 83(5): 1752-1756.
- 16 L C Andrews, C Y Young, W B Miller. Coherence properties of a reflected optical wave in atmospheric turbulence [J]. J Opt Soc Am A, 1996, 13(4): 851-861.

栏目编辑: 王晓琰