

填充比和格点方向对二维三角晶格光子晶体带隙的影响

韩利红 刘立明 俞重远 郭璇 袁桂芳 刘玉敏 芦鹏飞

(北京邮电大学信息光子学与光通信国家重点实验室, 北京 100876)

摘要 采用有限元法, 计算了二维三角晶格椭圆形格点空气孔型光子晶体的 TE、TM 模式的带隙结构。通过对椭圆形空气孔格点的大小、方向进行改变, 研究了填充比、格点方向对带隙的影响。计算结果表明, 在空气孔型光子晶体中 TE 模式更容易形成带隙; 不同填充比情况下, 格点方向对 TE 模式和 TM 模的带隙变化都具有不同影响; 不论格点方向如何变化, 均未出现完全带隙。

关键词 非线性光学; 光子晶体; 光子带隙; 有限元法; 完全光子带隙

中图分类号 O441.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0116003

Effects of Filling Ratio and Lattice Points Direction on Two-Dimensional Triangular-Lattice Photonic Crystal Band Gap Characteristics

Han Lihong Liu Liming Yu Zhongyuan Guo Xuan Yuan Guifang
Liu Yumin Lu Pengfei

(State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract Band gaps of both TE-polarized and TM-polarized modes photonic of two-dimensional triangular-lattice ellipse-lattice-points air-hole photonic crystal are caculated by finite element method. By changing the size and direction of ellipse lattice point air holes, the effects of air hole filling ratio and lattice points direction to the photonic band gaps are studied. The results show that TE-polarized mode band gaps are easier to be formed in air-hole photonic crystal. With different filling ratio, lattice point direction has different effect on both TE-polarized and TM-polarized modes band gaps. There is no complete photonic band gap no matter where lattice points orient.

Key words nonlinear optics; photonic crystal; photonic band gap; finite element method; complete photonic band gap

OCIS codes 160.5293; 160.5298; 230.5298

1 引 言

光子晶体在 1987 年由 Yablonovich^[1] 和 John^[2] 分别提出。光子晶体是一种介电常数空间周期性变化、晶格常数可与光波长相比拟、具有光子带隙、能控制光子传播状态的新型人工材料。由于其独特的光学性质, 近年来受到了国内外学者的广泛关注^[3~8]。光子晶体最重要的特性是光子禁带, 对于研究禁带的性质, 设计出具有灵活带隙特性的光

子晶体具有重要意义。目前对光子晶体带隙计算的方法主要有平面波展开法^[9]、有限元法^[10]、时域有限差分法^[11]和传输矩阵法^[12]等。二维光子晶体控制光子带隙的可调因素多, 容易制备, 且在可见光范围内更容易产生带隙。利用其偏振特性制作的光子晶体偏振片, 在一定的频段只能通过 TE 模式光或者 TM 模式光^[13], 即不同时具有 TE 模式光子带隙和 TM 模式光子带隙。

收稿日期: 2012-07-05; **收到修改稿日期**: 2012-09-17

基金项目: 国家自然科学基金(60908028, 60971068, 10979065)和中央高校基本科研业务费专项资金(2012RC0402)资助课题。

作者简介: 韩利红(1974—), 女, 博士, 副教授, 主要从事人工微结构材料方面的研究。E-mail: hanlh_star@gmail.com

本课题组之前使用平面波展开法计算了光子晶体能带结构^[14,15],平面波展开法计算时间和复杂度与选用的平面波波数的平方成正比,在计算过程中发现当计算精度高时,由于选用的波数大,导致计算时间和耗用空间过大,而有限元方法不仅计算精度高,而且计算复杂度低,能够快速得出非常准确的结果^[10]。因此,本文采用有限元法进行仿真。

研究表明,对于不对称的格点,格点方向对光子晶体能带结构会产生一定的影响^[13,16]。本文采用有限元法研究二维三角晶格空气孔结构光子晶体的带隙(FBG),并选用对称性较低的椭圆形格点,通过改变格点的方向、填充比来考察光子晶体带隙的变化。

2 光子晶体模型

2.1 理论方法

从麦克斯韦基本方程出发,光子晶体中的电磁

场方程可描述为

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

式中 \mathbf{E} 为电场强度, ϵ_r 和 μ_r 分别为波导介质的相对介电张量和相对磁导张量。

由标准变分原理,矢量波动方程(1)式相应的泛函为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) (\nabla \times \mathbf{E})^* - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \mathbf{E}^* \right] d\Omega. \quad (2)$$

假定光子晶体沿轴向无限延伸,光波沿 Z 轴方向传播,那么,光子晶体中的电场矢量可表示为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(x, y) \exp(-j\beta z) = [\mathbf{E}_t(x, y) + \mathbf{E}_z(x, y)] \exp(-j\beta z), \quad (3)$$

式中 β 为传播常数, $\mathbf{E}_t(x, y)$ 与 $\mathbf{E}_z(x, y)$ 为电场矢量的横向与纵向的分量,将(3)式代入(2)式可得

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_t)^* - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* + \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \mathbf{E}_z + jk_z \mathbf{E}_t) \cdot (\nabla_t \mathbf{E}_z + jk_z \mathbf{E}_t)^* \right] d\Omega, \quad (4)$$

式中 $\nabla_t = a_x \partial / \partial x + a_y \partial / \partial y$ 为横向梯度算符,表示横向电场算子, Ω 为边界所包围的光子晶体横截面区域。

对(4)式进行泛函离散化,可化简为

$$F = \frac{1}{2} \left[-\beta^2 \{e_t\}^T A_{tt} \{e_t\} + \begin{Bmatrix} e_t \\ e_z \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} B_{tt} & B_{tz} \\ B_{zt} & B_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_t \\ e_z \end{Bmatrix} \right]. \quad (5)$$

式中 $e_t = K_z \mathbf{E}_t$, $e_z = -j\mathbf{E}_z$ 。对(5)式采用复值问题的里兹方法进行化简,最终得到广义特征方程为

$$\begin{pmatrix} A_{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \phi_t \\ \phi_z \end{bmatrix} = \beta^2 \begin{bmatrix} B_{tt} & B_{tz} \\ B_{zt} & B_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_t \\ \phi_z \end{bmatrix}, \quad (6)$$

(6)式中系数矩阵分量为

$$\begin{aligned} [A_{tt}^e] &= \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r^e} \{ \nabla_t \times \mathbf{N}_t^e \} \{ \nabla_t \times \mathbf{N}_t^e \}^T - k_0^2 \epsilon_r^e \{ \mathbf{N}_t^e \} \{ \mathbf{N}_t^e \}^T \right] d\Omega, \\ [B_{tt}^e] &= \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r^e} \{ \mathbf{N}_t^e \} \{ \mathbf{N}_t^e \}^T \right] d\Omega, \\ [B_{tz}^e] &= \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r^e} \{ \mathbf{L}^e \} \{ \nabla_t \mathbf{N}_t^e \}^T \right] d\Omega, \\ [B_{zt}^e] &= \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r^e} \{ \nabla_t \mathbf{N}_t^e \} \{ \mathbf{L}^e \}^T \right] d\Omega, \\ [B_{zz}^e] &= \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r^e} \{ \nabla_t \mathbf{L}^e \} \{ \nabla_t \mathbf{L}^e \}^T - k_0^2 \epsilon_r^e \{ \mathbf{L}^e \} \{ \mathbf{L}^e \}^T \right] d\Omega, \end{aligned} \quad (7)$$

式中 ϵ_r^e 为该单元内相应的相对电容率之和, μ_r^e 为相对磁导率之和, \mathbf{N}_t^e 为截面内与边对应的矢量基插值函数, \mathbf{L}^e 表示 \hat{z} 方向与节点对应的节点基插值函数。

2.2 计算模型

计算模型如图 1 所示,三角形晶格结构的晶格

常数为 a , 椭圆形空气孔 ($\epsilon_a = 1$) 的横轴半径是 R_a , 纵轴半径 R_b , 填充比是 $f = 2\pi R_a R_b / \sqrt{3} a^2$ 。图 1(a) 是空气孔不旋转时光子晶体截面图,背景介质是硅材料 ($\epsilon_b = 11.5$)。图 1(b) 给出了空气孔逆时针旋转 30° 时的截面示意图。

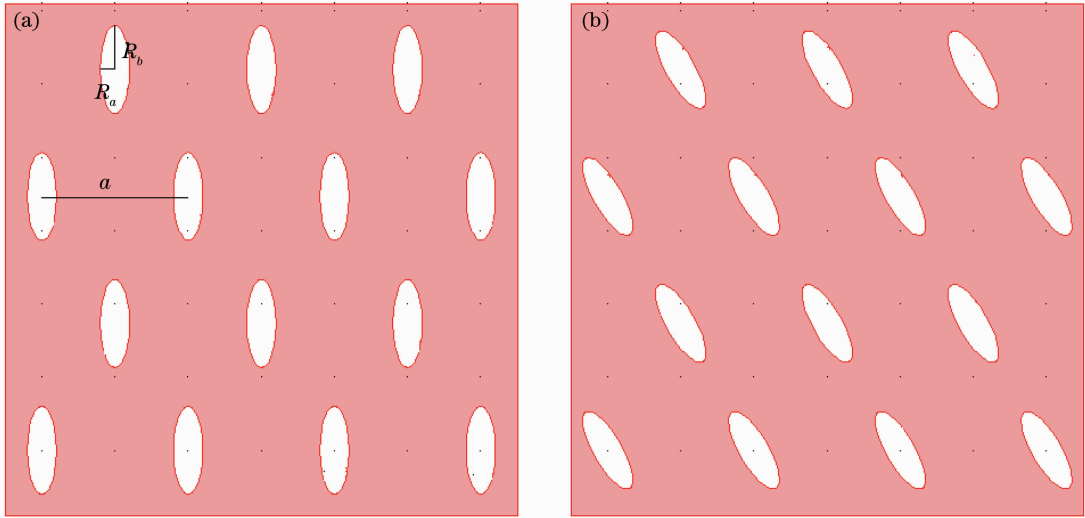


图 1 空气孔型光子晶体的截面图。(a)无旋转；(b)旋转 30°

Fig. 1 Cross section of air-hole photonic crystal. (a) Without rotation; (b) with a 30° rotation

对于椭圆形格点进行旋转的情况,根据结构对称性,只需考虑将格点进行 $0^\circ \sim 30^\circ$ 旋转就可以取遍所有的情况。在仿真过程中,将椭圆形空气孔纵轴半径固定为 $R_b = 0.3a$,横轴半径 R_a 取 $0.1a, 0.2a, 0.4a, 0.5a$ 4 个值。对于三角晶格结构,第一布里渊区是六角形。根据光子晶体点群对称性^[12],其最简布里渊区要取到第一布里渊区的一半,如图 2 所示,填充区域即仿真用到的最简布里渊区,每个小三角形的棱线都是布里渊区的边界线。

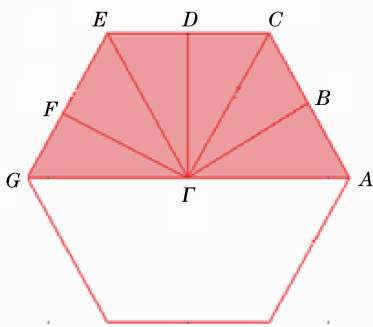


图 2 椭圆格点光子晶体的布里渊区

Fig. 2 Brillouin zone of ellipse-lattice-points photonic crystals

3 结果及分析

首先计算了填充比一定时二维三角晶格椭圆形格点光子晶体的 TE、TM 模式的带隙随着空气孔旋转的变化。图 3 给出了空气孔型光子晶体当横轴半径 $R_a = 0.1a$,纵轴半径 $R_b = 0.3a$ 且空气孔不旋转时 TE 模式能带结构。图中横轴为布里渊区边界,纵轴为归一化频率,该结构在归一化频率 $\omega a / 2\pi c$ 范围

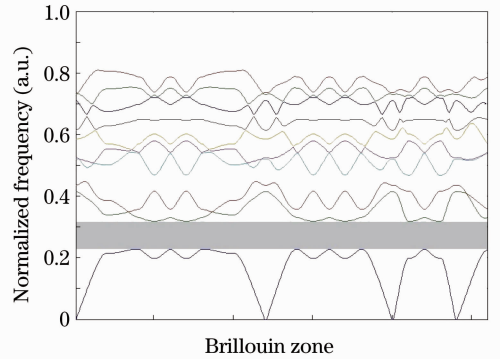


图 3 $R_a = 0.1a, R_b = 0.3a$ 且空气孔不旋转时 TE 模式能带图

Fig. 3 Band gap structure of TE modes when $R_a = 0.1a, R_b = 0.3a$ without rotation of air hole

为 $0.22 \sim 0.31$ 左右存在带隙,如图中灰色区域所示。

图 4 给出了当椭圆形空气孔横轴半径 $R_a = 0.1a$,纵轴半径 $R_b = 0.3a$ 时,随着空气孔的旋转,TE 模式的带隙宽度图。图中横轴是旋转角度 θ ,纵轴是归一化频率 $\omega a / 2\pi c$ 。空气孔逆时针从 0° 旋转到 30° 。星线是带隙下限,三角形线是带隙上限,两条线之间的空隙即是光子带隙的范围。图 4 表明,当空气孔不旋转时,TE 模式带隙的归一化频率范围是 $0.2274 \sim 0.3187$,随着角度 θ 的增大,带隙宽度逐渐减小,当 $\theta = 30^\circ$ 时,带隙宽度达到最小,为 $0.2277 \sim 0.3163$ 。同时计算结果显示,当椭圆形空气孔横轴半径 $R_a = 0.1a$,纵轴半径 $R_b = 0.3a$ 时,只存在 TE 模带隙,无 TM 模带隙。

改变光子晶体的填充比,当椭圆形空气孔横轴半径 $R_a = 0.2a$,纵轴半径 $R_b = 0.3a$,空气孔逆时针

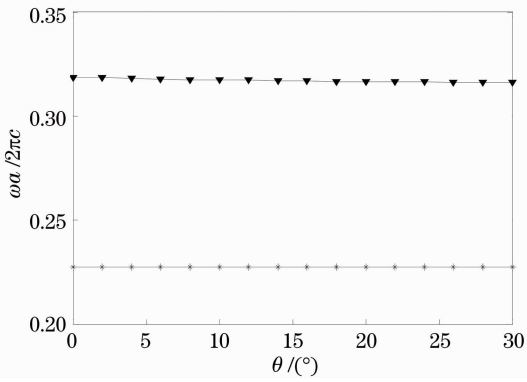


图 4 $R_a=0.1a$ 时 TE 模式带隙宽度图

Fig. 4 PBG of TE mode when $R_a=0.1a$

从 0° 旋转到 30° 时, TE 模式带隙宽度随旋转角度的变化如图 5 所示。当不旋转时,带隙位于 $0.2011 \sim 0.2283$, 宽度为 0.0272 。随着空气孔的旋转,带隙宽度逐渐增大,在旋转角度为 30° 时带隙宽度达到最大值 0.0284 , 频率范围为 $0.2043 \sim 0.2327$ 。计算结果同样显示,当椭圆形空气孔横轴半径 $R_a = 0.2a$, 纵轴半径 $R_b = 0.3a$ 时,只存在 TE 模式带隙,不存在 TM 模式带隙。

对于 $R_a=0.1a$ 和 $R_a=0.2a$ 两种情况,椭圆形空气孔光子晶体中 TE 模带隙较大, TM 模带隙却不存在,这是因为当椭圆孔较小时,介质材料的联通性较好,有利于 TE 模带隙的形成。

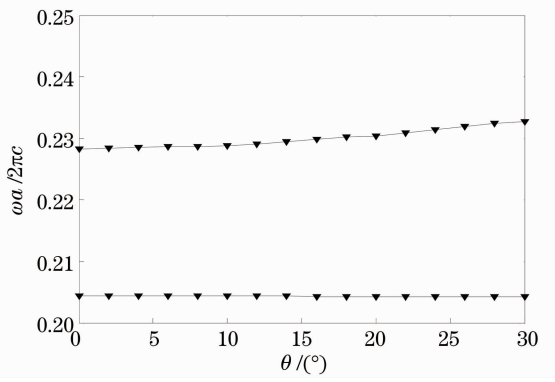


图 5 $R_a=0.2a$ 时 TE 模式带隙宽度图

Fig. 5 PBG of TE mode when $R_a=0.2a$

当椭圆形空气孔横轴半径 $R_a=0.4a$, 纵轴半径 $R_b=0.3a$, 空气孔逆时针从 0° 旋转到 30° 时, TE 模式和 TM 模式的带隙宽度图如图 6 所示。对于 TE 模式,当不旋转时存在三条带隙,频率范围分别为 $0.2274 \sim 0.3167$, $0.4479 \sim 0.4681$, $0.6574 \sim 0.6642$, 第一条带隙是最宽最稳定的,另外两条带隙随着空气孔旋转到 6° 时消失,并且在 θ 为 $16^\circ \sim 28^\circ$ 时出现。相对于 TE 模, TM 模的带隙非常窄,如图 6(b) 所示。当不旋转时存在两条带隙,频率范围分别为 $0.378 \sim 0.3787$, $0.6749 \sim 0.6798$, 随着空气孔旋转第一条带隙稳定地存在,第二条带隙在 $\theta=4^\circ$ 时消失,并在 $20^\circ \sim 26^\circ$ 时再次出现;当 θ 等于 $6^\circ \sim 16^\circ$, $28^\circ \sim 30^\circ$ 时,出现第三条带隙。对比图 6(a) 和 (b),显然 TE 模比 TM 模式更容易形成带隙。

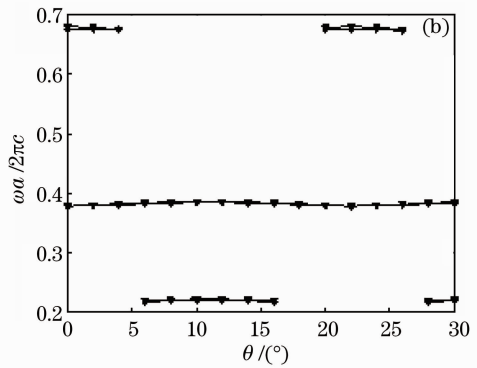
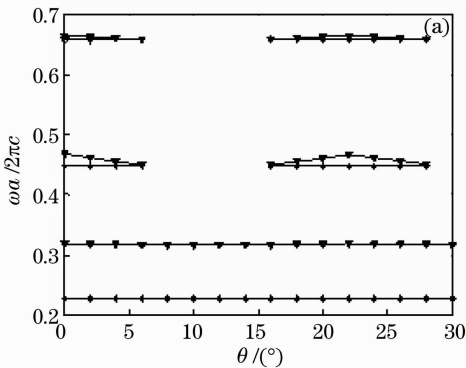


图 6 $R_a=0.4a$ 时(a) TE 模式和(b) TM 模式带隙宽度

Fig. 6 PBG of (a) TE mode and (b) TM mode when $R_a=0.4a$

当椭圆形空气孔横轴半径 $R_a=0.5a$, 纵轴半径 $R_b=0.3a$, 空气孔逆时针从 0° 旋转到 30° 时, TE 模式的带隙宽度随旋转角度的变化如图 7 所示。不旋转时该结构存在两条较宽的带隙。频率范围分别为 $0.2642 \sim 0.3526$, $0.4982 \sim 0.52$, 第一条带隙随着旋

转角度的变化先减小后增大,第二条带隙是不稳定的,在 $\theta=4^\circ$ 时消失,又在 $18^\circ \sim 26^\circ$ 时出现。TM 模式带隙只在旋转角度的某几个特定值处存在,其计算结果在表 1 中给出。显然,TE 模式带隙比 TM 模带隙宽度更大。

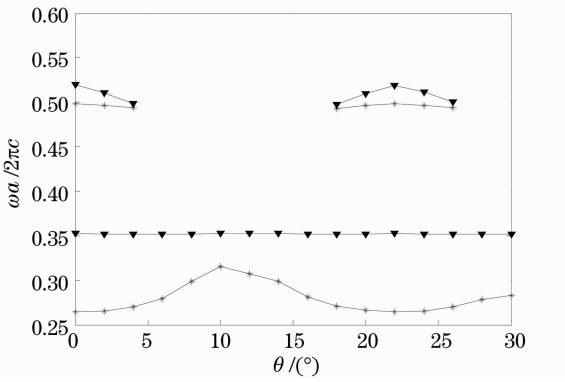


图 7 $R_a=0.5a$ 时 TE 模式对应的带隙图
Fig. 7 PBG of TE mode when $R_a=0.5a$

表 1 $R_a=0.5a$ 不同旋转角度时 TM 模式的带隙位置

Table 1 PBG location of TM mode of different rotation angles when $R_a=0.5a$ (unit: $\omega a/2\pi c$)

Rotate angle / (°)	PBG width	PBG bottom frequency	PBG top frequency
0	0.0002	0.2264	0.2266
2	0.0034	0.5459	0.5493
14	0.0022	0.5437	0.5459
20	0.0014	0.8146	0.816
22	0.0021	0.5429	0.545
24	0.0002	0.2264	0.2266
	0.0008	0.5493	0.5501
	0.0024	0.5445	0.5469

计算结果显示,当填充比较小时,只存在 TE 模带隙;随着填充比的增大,逐渐出现了 TM 模带隙。这是因为随着椭圆孔填充比的增大,介质层逐渐变薄,这时的光子晶体可以近似看作是由一些分立的不规则形状的介质柱构成,这种孤立的高介电材料构成的晶格有利于 TM 模光子禁带的形成。文献[14]采用平面波展开法计算光子晶体带隙,显示空气孔型光子晶体中更易形成 TE 模式光子带隙,与本文的结果一致。

计算结果同时表明,随着空气孔的旋转,光子晶体的带隙发生了明显的变化。这是因为随着椭圆空气孔的旋转,介质的连通性发生了变化。从图 1(b)中可以看出,椭圆长轴处于同一条直线的相邻空气孔的端点间距达到最小,而椭圆短轴方向空气孔间距变大,因而介质的分布发生了变化,导致光子带隙宽度发生变化。

4 结 论

本文采用有限元法,讨论了格点方向、填充比对空气孔型二维三角晶格椭圆格点光子晶体的 TE

模、TM 模能带结构的影响,介质选用硅材料。结论如下:

1) 格点方向对光子晶体的带隙宽度具有明显影响,并且格点旋转角度对光子晶体的 TM 模式带隙和 TE 模式带隙分别产生不同的影响。

在各种填充比情况下,当椭圆形空气孔旋转不同角度时,均未出现完全带隙;

2) 在空气孔型光子晶体中更容易产生 TE 模式光子带隙;

3) 这些结论为通过设计椭圆形格点光子晶体的格点旋转角度、填充比来得到不同类型的光子晶体偏振片提供了良好的理论依据。

参 考 文 献

- 1 E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(20): 2059~2062
- 2 S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(23): 2486~2489
- 3 L. Chen, G. J. Pearce, T. A. Birks *et al.*. Guidance in Kagome-like photonic crystal fibres[J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(7): 6945~6956
- 4 E. Gavartin, R. Braive, I. Sagnes *et al.*. Optomechanical coupling in a two-dimensional photonic crystal defect cavity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, **106**(20): 203902
- 5 B. S. Song, S. Yamada, T. Asano *et al.*. Demonstration of two-dimensional photonic crystals based on silicon carbide[J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(12): 11084~11089
- 6 Su Jian, Chen Heming. Terahertz wave modulator based on liquid crystal filled photonic crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2710~2713
苏 坚, 陈鹤鸣. 基于液晶光子晶体的太赫兹波调制器[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2710~2713
- 7 Tan Chunhua, Huang Xuguang. An all-optical switch based on the tunable bandgap of a two-dimensional photonic crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2714~2718
谭春华, 黄旭光. 基于带隙可调的二维光子晶体全光开关[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2714~2718
- 8 Geng Pengcheng, Hou Lantian, Han Weitao *et al.*. Design of large mode area Yb^{3+} -doped seven core photonic crystal fiber[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2719~2723
耿鹏程, 侯蓝田, 韩伟涛 等. 大模面积掺 Yb^{3+} 七芯光子晶体光纤的设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2719~2723
- 9 Cai Xianghua, Zheng Wanhua, Ma Xiaotao *et al.*. Photonic band structures of two-dimensional photonic crystals with deformed lattices[J]. *Chin. Phys. B*, 2005, **14**(12): 2507~2513
- 10 B. M. A. Rahman, N. Kejalakshmy, M. Uthman, A. Agrawal *et al.*. Mode degeneration in bent photonic crystal fiber study by using the finite element method[J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(31): G131~G138
- 11 Liu Zhengqi, Feng Tianhua, Dai Qiaofeng *et al.*. Fabrication of high-quality three-dimensional photonic crystal heterostructures [J]. *Chin. Phys. B*, 2009, **18**(6): 2383~2388
- 12 Tong Yuanwei, Zhang Zhiwen, He Li *et al.*. The band structure in microwave frequency for quasi-1-D coaxial photonic crystals [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2): 935~940
童元伟, 张治文, 赫 丽 等. 用传输矩阵法研究微波波段准一维

- 同轴光子晶体能隙结构[J]. 物理学报, 2006, **55**(2): 935~940
- 13 G. Alagappan, X. W. Sun, H. D. Sun. Symmetries of the eigenstates in an anisotropic photonic crystal[J]. *Phys. Rev. B*, 2008, **77**(19): 195117
- 14 Yuan Guifang, Han Lihong, Yu Zhongyuan *et al.*. Two-dimensional photonic crystal band gap characteristics[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(10): 104214
袁桂芳, 韩利红, 俞重远 等. 二维光子晶体禁带特性研究[J]. 物理学报, 2011, **60**(10): 104214
- 15 Yuan Guifang, Han Lihong, Yu Zhongyuan *et al.*. Two-dimensional square lattice elliptical dielectric rods photonic crystal bandgap characteristics [C]. 2010 The 9th International Conference on Optical Communications and Networks Nanjing, China October 24-27, 2010. 399~401
- 16 K. P. Chang, S. L. Yang. Photonic band gap of two-dimensional triangular photonic crystals with broken structural and rotational symmetries[J]. *J. Appl. Phys.*, 2006, **100**(7): 073104

栏目编辑: 韩 峰