

# 在随机和倾斜移相下光强归一化的迭代移相算法

苏志德<sup>1,2</sup> 史振广<sup>1</sup> 苏东奇<sup>1,2</sup> 隋永新<sup>1\*</sup> 杨怀江<sup>1</sup>  
(<sup>1</sup> 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)  
<sup>2</sup> 中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 由于存在振动和导向误差,干涉仪移相器在移相过程中产生随机的平移误差和倾斜误差,会给测量结果带来影响。因此高精度测量中对环境的稳定性和移相器的性能要求很苛刻。为了降低此种要求,针对随机和倾斜移相下干涉图背景光强和调制度的不均匀会影响移相平面计算的问题,对采集得到的干涉图做归一化处理,并利用迭代最小二乘法对归一化的干涉图做相位求解。迭代过程中,将干涉图分块来求解移相值,并对各移相值做平面拟合得到移相平面。仿真结果表明,该方法消除了背景光强和调制度的不均匀对倾斜系数计算的耦合作用,能够有效补偿倾斜移相误差对面形相位的影响,与其他方法相比,具有收敛速度快、求解精度高的特点。实验结果进一步验证了该方法的有效性。

**关键词** 测量;干涉仪;随机倾斜移相;迭代算法;背景光强

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0112001

## Iterative Phase Shifting Algorithm with Normalized Intensity in the Presence of Random and Tilt Phase Shifts

Su Zhide<sup>1,2</sup> Shi Zhenguang<sup>1</sup> Su Dongqi<sup>1,2</sup> Sui Yongxin<sup>1</sup> Yang Huaijiang<sup>1</sup>  
(<sup>1</sup> Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)  
<sup>2</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** Since there exist vibration and orientation errors, a phase shifter usually suffers from both random translational error and tilt-shift error during phase shifting in an interferometer, and it will influence the accuracy of measurement result. So the environmental stability and the performance of phase shifter are subject to rigorous requirements in high accuracy measurement. To reduce these requirements, focusing on the problem that the nonuniformity of the background intensity and modulation will affect the calculation of phase-shift plane in random and tilt phase shifting interferograms, the acquired interferograms are normalized, and phase distribution is determined with least-squares-based iterative algorithm. During iteration, the interferograms are divided into small blocks to calculate local phase shifts, and then these phase shifts are fitted to a phase-shift plane. Results of computer simulation indicate that the proposed method can eliminate the coupling effect of background intensity and modulation on the calculation of the tilt coefficients, so it can compensate tilt phase shift errors during phase shifting. Compared with other methods, the proposed method has faster convergence as well as higher accuracy. Experimental results further demonstrate the validity of this method.

**Key words** measurement; interferometer; random and tilt phase shift; iterative algorithm; background light intensity

**OCIS codes** 120.3180; 120.5050; 100.5070; 120.6650

收稿日期: 2012-05-31; 收到修改稿日期: 2012-08-14

基金项目: 国家科技重大专项(2009ZX02205)资助课题。

作者简介: 苏志德(1985—),男,博士研究生,主要从事精密光学检测技术方面的研究。E-mail: suzhide111@gmail.com

导师简介: 杨怀江(1966—),男,研究员,博士生导师,主要从事高精度光学加工、检测技术等方面的研究。

E-mail: yanghj@sklao.ac.cn

\* 通信联系人。E-mail: suiyx@sklao.ac.cn

## 1 引言

在移相干涉仪中,常用压电陶瓷(PZT)器件推动参考镜移动来实现移相,并根据采集到的若干幅干涉图利用移相算法求解出被测波前的相位分布<sup>[1]</sup>。传统的移相算法假设干涉图间的移相值是特定值,然而在实际中,由于移相器性能的不完善和测量过程中振动的存在,干涉图间的移相值会存在随机误差,从而导致测量结果不准确。针对此问题,研究人员提出了许多算法来计算实际的相位分布<sup>[2~4]</sup>,其中对基于最小二乘法求解超定方程组的方法做了广泛的研究<sup>[5~10]</sup>,例如 Okada 等<sup>[8]</sup>通过迭代求解近似线性方程组来获得各帧的移相值和相位分布;Wang 等<sup>[10]</sup>提出了先进迭代算法可以从随机移相的三幅或多幅干涉图中准确地计算出移相值和面形相位,然而该方法假设干涉图的背景光强和调制度在一帧内是均匀一致的,当存在分布不均匀的背景光强和调制度时,该算法的计算精度会受到限制。

移相器在随机移相的同时,还常常会存在倾斜移相误差,使得移相过程中参考镜发生倾斜,导致同一幅干涉图中各像素的移相值不一致,但是仍在一个平面内<sup>[11,12]</sup>。为了补偿移相器的平移误差和倾斜误差,郭红卫等<sup>[13]</sup>对移相误差做一阶泰勒展开,从而将非线性方程组转变为线性方程组,并做最小二乘迭代来求解相位。该方法在处理随机移相干涉图时,需要事先对移相值做近似估计,否则需要较多的迭代次数。Xu 等<sup>[14]</sup>在 Wang 的基础上做了扩展,将一幅干涉图分成若干个小块并在各块内计算移相值,然后对移相值做平面拟合得到该帧对应的移相平面,通过迭代实现了对倾斜移相误差的补偿。该方法在背景光强和调制度均匀分布的情况下可以取得较好的效果,当两者不均匀分布时,会对移相平面的计算产生耦合作用<sup>[15]</sup>,使得倾斜系数计算不准确,从而无法起到误差补偿的作用。由于实际中背景光的不均匀是无法避免的,所以该方法在应用中存在局限性。

针对上述研究工作中存在的问题,本文首先对随机和倾斜移相下采集得到的干涉图做归一化处理<sup>[16]</sup>,然后对归一化的干涉图做最小二乘迭代来计算移相值和相位分布。仿真结果表明,该方法可以消除背景光强和调制度对倾斜误差补偿的影响,保证了较高的求解精度,且与上述其他方法相比计算速度提高了近 1 倍。实验结果同样验证了该方法的有效性。

## 2 基本原理

### 2.1 干涉图光强的归一化

首先采集  $N$  帧随机移相干涉图,在第  $n$  帧干涉图中任意像素  $(x, y)$  处的光强可表示为

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_n(x, y)], \quad (1)$$

式中  $A(x, y)$  为该像素的背景光强,  $B(x, y)$  为调制度,  $\phi(x, y)$  为待测相位,  $\delta_n(x, y)$  为该点的移相值。当相邻两帧间的移相值足够小,并且帧数  $N$  足够大时,像素  $(x, y)$  就可以遍历所有的光强取值,假设该像素点的最大光强值和最小光强值分别为  $I_{\max}(x, y)$  和  $I_{\min}(x, y)$ , 那么就可以得到该点的背景光强和调制度的值为

$$A(x, y) = [I_{\max}(x, y) + I_{\min}(x, y)]/2, \quad (2)$$

$$B(x, y) = [I_{\max}(x, y) - I_{\min}(x, y)]/2. \quad (3)$$

$A(x, y)$  和  $B(x, y)$  通常在两帧之间不会有变化,它们是像素的函数,可以作为系统参数来使用。所以采集到的干涉图就可以做如下的归一化处理:

$$I_n(x, y) = \frac{I_n(x, y) - A(x, y)}{B(x, y)}. \quad (4)$$

### 2.2 由移相值计算相位分布

当移相器在移相过程中存在导向误差时,参考镜的表面就会发生倾斜,这样在第  $m$  帧干涉图中的  $(x, y)$  像素处的光强可表示为

$$I_m(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_m(x, y)], \quad (5)$$

式中光强的上标  $t$  为理论值,  $\delta_m(x, y)$  可以表示为

$$\delta_m(x, y) = k_{xm}x + k_{ym}y + d_m, \quad (6)$$

式中  $k_{xm}$ ,  $k_{ym}$  和  $d_m$  分别为第  $m$  帧移相干涉图的移相平面在  $x$  方向和  $y$  方向的斜率及像素  $(x, y)$  的平移移相值 ( $m = 1, 2, \dots, M, M \geq 3$ )。按 2.1 节方法对  $m$  帧干涉图做归一化处理可得:

$$I_m^t(x, y) = \cos[\phi(x, y) + \delta_m(x, y)]. \quad (7)$$

为求解相位分布,定义一组新的变量为  $a(x, y) = \cos[\phi(x, y)]$ ,  $b(x, y) = -\sin[\phi(x, y)]$ , 则(7)式可表示为

$$I_m^t(x, y) = a(x, y) \cos[\delta_m(x, y)] + b(x, y) \sin[\delta_m(x, y)], \quad (8)$$

如果  $\delta_m(x, y)$  是已知的,那么对于像素  $(x, y)$  而言有 2 个未知数,但可以有  $M$  个方程,所以可以通过最小二乘法解超定方程组来得到相位值。在该像素点各帧的理论光强和实际光强的最小二乘误差可以表示为

$$S(x, y) = \sum_{m=1}^M [I_m^t(x, y) - I_m^e(x, y)]^2, \quad (9) \quad \frac{\partial S(x, y)}{\partial a(x, y)} = 0, \quad \frac{\partial S(x, y)}{\partial b(x, y)} = 0, \quad (10)$$

式中  $I_m^e(x, y)$  为实验得到的实际光强值。根据最小二乘法则有：

展开可得：

$$\begin{bmatrix} a(x, y) \\ b(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M \cos^2 \delta_m & \sum_{m=1}^M \sin \delta_m \cos \delta_m \\ \sum_{m=1}^M \cos \delta_m \sin \delta_m & \sum_{m=1}^M \sin^2 \delta_m \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M I_m^e(x, y) \cos \delta_m \\ \sum_{m=1}^M I_m^e(x, y) \sin \delta_m \end{bmatrix}. \quad (11)$$

由(11)式中可以计算出未知量  $a(x, y)$  和  $b(x, y)$ ，这样  $(x, y)$  处的相位可表示为

$$\phi(x, y) = \arctan[-b(x, y)/a(x, y)]. \quad (12)$$

### 2.3 由相位分布计算各帧的移相平面

根据上节求得的相位分布，可以用一个相反的计算过程来得到移相平面。在此过程中，将每帧干涉图分成若干个小块，在第  $m$  帧的第  $k$  个块内，定义一组新的变量为  $a_m(k) = \cos d_{mk}$ ,  $b_m(k) = -\sin d_{mk}$ ，则(7)式可表示为

$$I_{mk}^t(x, y) = a_m(k) \cos[\phi(x, y)] + b_m(k) \sin[\phi(x, y)]. \quad (13)$$

对于第  $k$  个块而言，当相位分布  $\phi(x, y)$  已知时，有  $2M$  个未知量，可以列出  $XYM/K$  个方程，其中  $X, Y$  表示一帧干涉图在  $x$  方向和  $y$  方向的总的像素数， $K$  表示一帧之内总的分块数。所以同样可以用最小二乘法求解超定方程组来得到未知量的值，求解式如下（为了简便省去了空间坐标  $x$  和  $y$ ）：

$$\begin{bmatrix} a_m(k) \\ b_m(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_k \cos^2 \phi & \sum_k \cos \phi \sin \phi \\ \sum_k \cos \phi \sin \phi & \sum_k \sin^2 \phi \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \sum_k I \cos \phi \\ \sum_k I \sin \phi \end{bmatrix}, \quad (14)$$

式中  $\sum_k$  表示在第  $k$  个块内求和。这样就可以得到在该块内的移相值：

$$d_{mk} = \arctan[-b_m(k)/a_m(k)]. \quad (15)$$

对于每块计算得到的移相值做一维解包裹，然后在一帧之内对  $K$  个移相值做平面拟合，就得到了该帧的倾斜系数  $k_{xm}$ ,  $k_{ym}$  和平均移相值  $d_m$ ，也就是该帧对应的移相平面。

### 2.4 迭代过程和收敛判据

对采集得到的  $M$  帧干涉图做归一化处理，就可以开始迭代过程，迭代步骤简述如下：

1) 根据上次迭代中得到的移相平面，计算本次迭代的相位分布，各帧的初始移相平面的斜率可设为  $k_{xm} = 0, k_{ym} = 0$ ，初始移相值  $d_m$  可以是任意的；

2) 根据 1) 中得到的相位分布，计算本次迭代的移相平面；

3) 判断本次迭代是否满足收敛判据，如果不满足，将本次迭代得到的移相平面代入 1) 中继续计算。收敛判据用来判断各帧的移相平面是否收敛，其表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} |(d_m^i - d_1^i) - (d_m^{i-1} - d_1^{i-1})| < \epsilon_1 \\ |(k_{xm}^i - k_{x1}^i) - (k_{xm}^{i-1} - k_{x1}^{i-1})| + |(k_{ym}^i - k_{y1}^i) - (k_{ym}^{i-1} - k_{y1}^{i-1})| < \epsilon_2 \end{array} \right., \quad (16)$$

式中  $i$  为迭代次数， $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  是收敛阈值，该阈值可设为  $10^{-4}$ 。

该方法中初始估计的移相值  $d_m$  是任意的，如果它与实际的移相值差别较大，会使得算法的计算

时间略长。为解决此问题，该方法首先忽略倾斜误差的存在，即在第二步的移相值计算中不做分块，而只是由相位分布求解出该帧对应的移相值。当经过几次迭代后移相值接近实际值时（例如收敛阈值  $\epsilon_1$

可先设为 0.1),再开始分块计算移相值并做移相平面的求解。迭代继续进行直到满足最终的收敛条件。待迭代结束后,就得到了各帧对应的移相平面和补偿了倾斜移相误差后的相位分布。

### 3 数值验证

为验证该方法的可靠性,利用计算机生成在  $(0, 2\pi)$  内随机移相的 100 幅干涉图,其中相位分布为  $P(x, y) = 0.2\pi(x^2 + y^2) - \pi x + 2\pi y$ ,背景光强为  $A(x, y) = 150\exp[-0.4(x^2 + y^2)]$ ,调制度为  $B(x, y) = 100\exp[-0.2(x^2 + y^2)]$ ,坐标范围为  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ ,并利用该 100 幅干涉图计算得到  $A(x, y)$  和  $B(x, y)$  的值。然后生成 4 幅有随机和倾斜移相误差

的干涉图,定义第  $m$  幅干涉图对应的移相平面的系数为  $k_{xm} = X_m(m-1) \frac{\pi}{150}, k_{ym} = Y_m(m-1) \frac{\pi}{150}, d_m = D_m(m-1) \frac{\pi}{2}$ ,其中  $X_m$  和  $Y_m$  是在  $(-1, 1)$  之间的随机数,  $D_m$  是  $(0, 1)$  间的随机数,得到的干涉图如图 1 所示,图像大小为  $144 \text{ pixel} \times 144 \text{ pixel}$ 。

在验证中定义收敛阈值  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  均为  $10^{-4}$ ,分别对比了 Wang 的方法<sup>[10]</sup>、Xu 的方法<sup>[14]</sup> 和该方法的效果,其中在倾斜量补偿中将干涉图分成了 16 块。图 2 给出了三种方法计算得到的相位对应的残余误差。

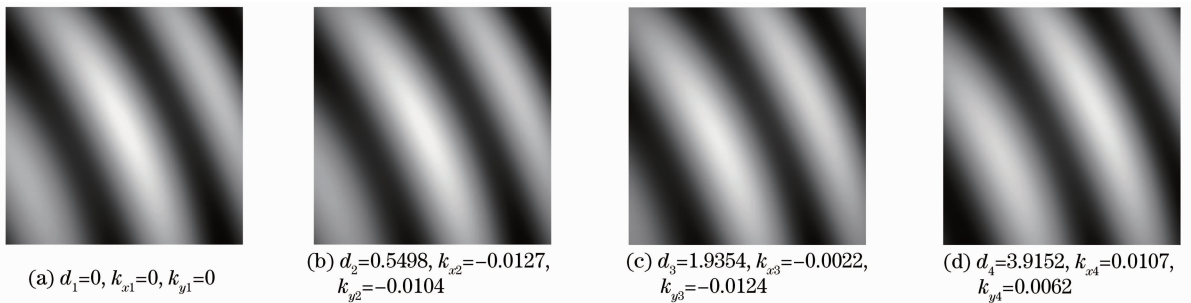


图 1 不均匀背景光强下移相平面随机的四幅干涉图

Fig. 1 Four interferograms with nonuniform background intensity and random phase-shift planes

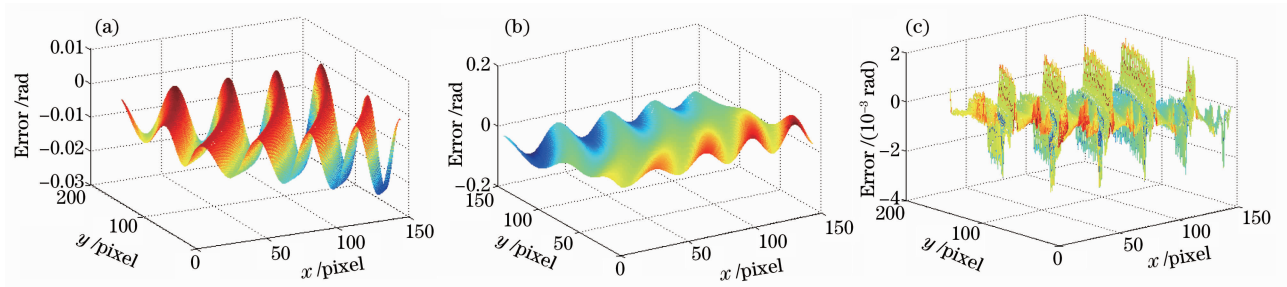


图 2 (a) Wang 方法, (b) Xu 方法和 (c) 本文提出方法得到的相位残余误差

Fig. 2 Residual phase errors of (a) Wang's method, (b) Xu's method and (c) the proposed method

从图 2 中可以看出,在存在背景光强和调制度不均匀的情况下,由于背景光强与倾斜量之间存在耦合性, Xu 的方法受背景光强的影响较严重,无法起到倾斜量补偿的作用,精度比 Wang 的方法要差。而本文提出的方法由于在归一化的过程中消除了背景光强的影响,所以可以对倾斜量做有效补偿,计算所得的残差最小。另外,由于本文方法是针对归一化的干涉图做最小二乘,所以每次迭代中方程组的未知量个数由原来的 3 个变为 2 个,与 Xu 的方法

相比,此方法的计算时间缩短了近 1/2,更有利于实际测量。表 1 给出了在三组不同干涉图下利用此方法计算得到的移相平面及对应的相位残差,可以看出,在背景光强不均匀分布的情况下可精确计算出平移移相值和倾斜系数,从而得到高精度的被测面形相位。计算过程中假设第一个移相平面系数为  $d_1 = 0, k_{x1} = 0, k_{y1} = 0$ ,其中  $d_m$  的单位是弧度(rad),  $k_{xm}$  和  $k_{ym}$  的单位是  $2/L \text{ rad/pixel}, L = 144$ ,相位误差的单位是弧度(rad)。

表 1 针对三组不同干涉图所得的移相平面和相位残余误差

Table 1 Phase-shift planes and residual errors of the proposed method for three different sets of interferograms

|                  | Case 1  |            | Case 2  |            | Case 3  |            |
|------------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|
|                  | Real    | Calculated | Real    | Calculated | Real    | Calculated |
| $d_2/\text{rad}$ | 0.2229  | 0.2229     | 0.6161  | 0.6163     | 0.0541  | 0.0541     |
| $d_3/\text{rad}$ | 2.4888  | 2.4893     | 2.2181  | 2.2178     | 2.4049  | 2.4059     |
| $d_4/\text{rad}$ | 0.1683  | 0.1685     | 0.2176  | 0.2177     | 2.3080  | 2.3087     |
| $k_{x2}$         | -0.0033 | -0.0024    | 0.0065  | 0.0051     | -0.0026 | -0.0024    |
| $k_{x3}$         | 0.0385  | 0.0341     | -0.0392 | -0.0351    | 0.0247  | 0.0239     |
| $k_{x4}$         | 0.0439  | 0.0420     | -0.0506 | -0.0473    | -0.0068 | -0.0075    |
| $k_{y2}$         | 0.0174  | 0.0161     | -0.0138 | -0.0129    | -0.0050 | -0.0047    |
| $k_{y3}$         | 0.0130  | 0.0130     | -0.0187 | -0.0167    | -0.0262 | -0.0247    |
| $k_{y4}$         | 0.0545  | 0.0509     | 0.0406  | 0.0380     | 0.0184  | 0.0172     |
| PV error         |         | 0.0184     |         | 0.0178     |         | 0.0342     |
| RMS error / rad  |         | 0.0024     |         | 0.0020     |         | 0.0040     |

在光强归一化的过程中,假设采样的帧数  $N$  足够大,这样干涉图中的任意像素都可以遍历该像素所有可能出现的光强值。如果采样帧数  $N$  不够大,那么计算得到的背景光强和调制度就会存在误差,也就会给测量结果引入误差。图 3 给出了采样帧数  $N$  取不同值时峰-谷(PV)误差和均方根(RMS)误差的变化趋势。从图中可看出,随着  $N$  值的增大,误差值逐渐减小,并且当  $N$  值达到 60 帧后,误差值趋于平稳。所以为了保证测量精度,需要尽可能使采样帧数多于 60 帧。在实际测量中,可以通过调整条纹的移动范围为  $2\pi$  的整数倍,并提高 CCD 的帧速率等方式,来保证像素光强的遍历性,提高测量精度。

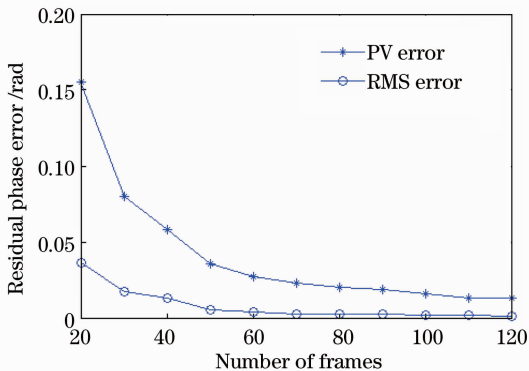


图 3 相位残余误差与采样帧数的关系

Fig. 3 Relation between the residual phase error and the number of frames used

## 4 实验验证

通过在干涉仪中开展实验来进一步验证所提方

法的可靠性。实验针对被测件的部分区域进行分析,首先用 PZT 推动被测件连续运动并在整周期条纹内采集 100 帧移相干涉图,利用此干涉图计算出背景光强和调制度分布如图 4(e)、(f)所示。然后,采集 4 幅随机移相并有倾斜移相误差的干涉图如图 4(a)~(d)所示,利用本文方法计算得到的相位如图 4(g)所示,其 PV 和 RMS 值分别是 0.6758 rad 和 0.0972 rad。另外,使用标准的 Zygo 干涉仪在隔振平台上对被测件进行测量,结果如图 4(h)所示,作为参考面形其 PV 和 RMS 值分别是 0.6394 rad 和 0.0905 rad。图 4(i)是采用本文方法计算所得结果与 Zygo 干涉仪测量结果的差值,其 PV 和 RMS 值分别是 0.2475 rad 和 0.0274 rad,可以看出,计算结果与 Zygo 标准干涉仪的测量结果一致。由于收敛阈值和分块数是有限的,结果中存在 2 倍于条纹频率的波纹误差,通过减小收敛阈值和增加分块数可以对其进行改善。

## 5 结 论

针对背景光强和调制度的不均匀会影响倾斜移相误差补偿的问题,通过对干涉图做归一化处理,并对归一化后的图像做迭代最小二乘来计算移相平面和相位分布。仿真和实验结果表明,所提方法可以消除背景光强和调制度的不均匀对倾斜系数的耦合作用,能够对倾斜移相误差做有效补偿,提高了面形计算的精度。同时,与前人方法相比该方法的计算时间缩短了近 1/2,更适用于实际测量。由于干涉



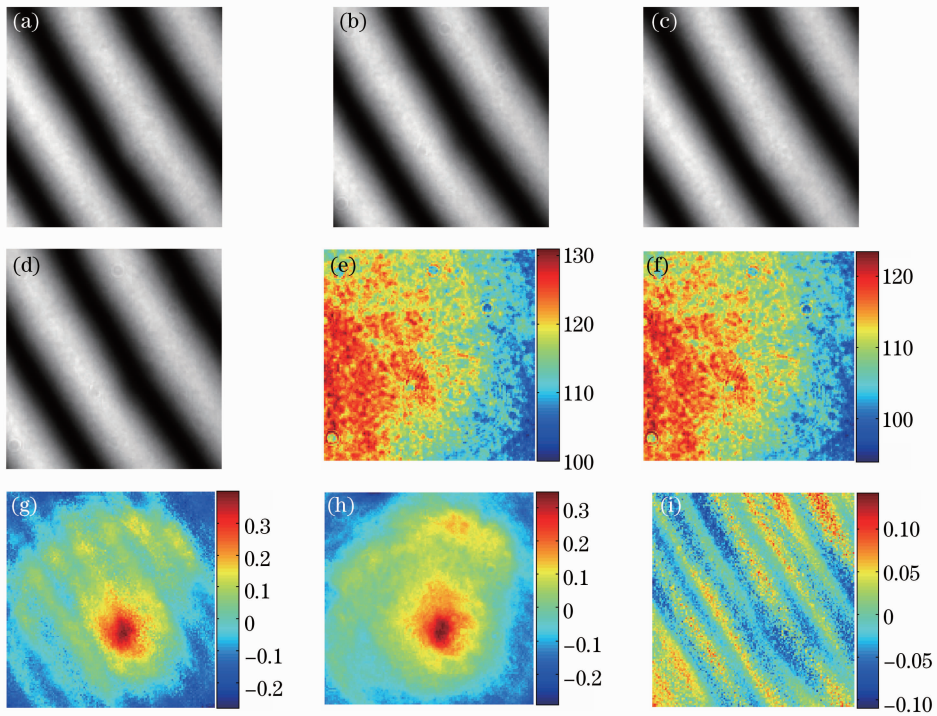


图 4 实验结果。(a)~(d) 4 幅随机移相并有倾斜移相误差的干涉图;(e),(f) 利用本文方法计算得到的背景光强和调制度分布;(g),(h) 由本文方法和标准 Zygo 干涉仪得到的相位分布;(i) 本文方法所得相位与 Zygo 测量结果的差值

Fig. 4 Experimental results. (a)~(d) Four randomly phase-shifted interferograms with tilt errors; (e), (f) background and modulation distributions of the interferograms obtained by the proposed method; (g), (h) phase distributions obtained by the proposed method and standard Zygo interferometer respectively; (i) difference between (g) and (h)

图间的移相量是随机的,并且可以对倾斜移相误差做补偿,所以该方法降低了对移相器性能的要求,对容易引起移相误差的低频振动也有一定的免疫作用。

### 参 考 文 献

- 1 J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. *Appl. Opt.*, 1974, **13**(11): 2693~2703
- 2 Du Hubing, Zhao Hong, Li Bing *et al.*. Compensating algorithm for the nonlinear phase-shift error for phase-shifting shadow moiré technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0512006  
杜虎兵, 赵宏, 李兵等. 阴影叠栅相移非线性误差补偿算法研究[J]. *光学学报*, 2012, **32**(5): 0512006
- 3 Du Hubing, Zhao Hong, Li Bing *et al.*. Demodulating the phase of phase-shifting shadow Moiré using arbitrary phase shift[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(9): 0912003  
杜虎兵, 赵宏, 李兵等. 任意相移阴影叠栅相位解调技术的研究[J]. *光学学报*, 2012, **32**(9): 0912003
- 4 Wang Ming, Hao Qun, Zhu Qiudong *et al.*. Anti-disturbance phase-shifting interferometry method time-and-frequency domain [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112005  
王明, 郝群, 朱秋东等. 时频域双重分析法抗干扰移相干涉术[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1112005
- 5 Guo Renhui, Li Jianxin, Zhu Rihong *et al.*. Research on the randomly phase shifting algorithm with wavelength tuning[J].

*Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(5): 0508002

- 郭仁慧, 李建欣, 朱日宏等. 波长调谐随机移相算法的研究[J]. *中国激光*, 2012, **39**(5): 0508002
- 6 Xu Jiancheng, Chen Jianping, Xu Qiao *et al.*. Multiple-beam phase shifting algorithms based on least-squares iteration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 224~228  
徐建程, 陈建平, 许乔等. 基于最小二乘迭代的多光束相移算法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 224~228
  - 7 C. J. Morgan. Least-squares estimation in phase measurement interferometry[J]. *Opt. Lett.*, 1982, **7**(8): 368~370
  - 8 K. Okada, A. Sato, J. Tsujiuchi. Simultaneous calculation of phase distribution and scanning phase shift in phase shifting interferometry[J]. *Opt. Commun.*, 1991, **84**(3): 118~124
  - 9 In-Bok Kong, Seung-Woo Kim. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting[J]. *Opt. Eng.*, 1995, **34**(1): 183~187
  - 10 Z. Wang, B. Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(14): 1671~1673
  - 11 M. Chen, H. Guo, C. Wei. Algorithm immune to tilt phase-shifting error for phase-shifting interferometers[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(22): 3894~3898
  - 12 A. Dobroiu, A. Apostol, V. Nascov *et al.*. Tilt-compensating algorithm for phase-shift interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(13): 2435~2439
  - 13 Guo Hongwei, Chen Mingyi, Wei Chunlong. A new iterative least-square phase shifting algorithm based on the first-order Taylor series expansion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(1):

72~74

郭红卫, 陈明仪, 韦春龙. 基于一阶泰勒展开式的迭代最小二乘相移新算法[J]. 光学学报, 2001, **21**(1): 72~74

14 J. Xu, Q. Xu, L. Chai. Iterative algorithm for phase extraction from interferograms with random and spatially nonuniform phase shifts[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(3): 480~485

15 H. Guo. Blind self-calibrating algorithm for phase-shifting

interferometry by use of cross-bispectrum[J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(8): 7807~7815

16 J. Xu, Q. Xu, L. Chai *et al.*. Direct phase extraction from interferograms with random phase shifts[J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(20): 20620~20627

栏目编辑: 何卓铭