

# 强非局域介质中基于古依相位的旋转涡旋光孤子

张霞萍

(南京晓庄学院物理系, 江苏 南京 210017)

**摘要** 利用强非局域非线性介质中傍轴光束传输的修正 Snyder-Mitchell 模型讨论了两束共线(即光束中心和传输方向都相同)拉盖尔-高斯型光孤子(CLGS)构成的涡旋光孤子传输过程。在一定条件下, 涡旋光束在传输过程中, 光束截面光斑发生旋转现象, 但光束的束宽保持不变, 称之为旋转涡旋光孤子。涡旋光孤子旋转的现象可以通过叠加光场中的古依相位来解释。结果展现了几个旋转涡旋光孤子在传输过程中的旋转现象和强非局域介质中多环形旋转涡旋光孤子的传输。

**关键词** 非线性光学; 强非局域介质; 拉盖尔-高斯光束; 古依相位; 旋转涡旋光孤子

**中图分类号** O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0919001

## Rotating Vortex Solitons Due to the Gouy Phase in Strongly Nonlocal Media

Zhang Xiaping

(Department of Physics, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing, Jiangsu 210017, China)

**Abstract** Based on the modified Snyder-Mitchell model the transmission of the optical vortex soliton that is produced by two collinear Laguerre-Gaussian solitons (CLGS) in strongly nonlocal nonlinear media is studied. Under certain condition, the profiles of the optical vortex solitons will rotate in transmitting with the beam width unvarying, which are named rotating vortex solitons, and can be explained by the Gouy phase in superposed light field. A few rotating vortex solitons are shown and the many-ring rotating vortex solitons are accessed in strongly nonlocal nonlinear media.

**Key words** nonlinear optics; strongly nonlocal media; Laguerre-Gaussian beam; Gouy phase; rotating vortex solitons

**OCIS codes** 190.4350; 190.6135

## 1 引 言

光束在传输过程中会发生涡旋现象, 称作涡旋光束。这种涡旋总是和传输光束的相位奇异性息息相关。在光束涡旋位置处, 光场的复振幅为零, 相位梯度绕奇异点积分值为其拓扑值的  $2\pi$  倍。在自聚焦非线性介质中传输的涡旋光束由于它自身诱导的导波作用会产生自陷形成空间涡旋光孤子。强非局域空间涡旋光孤子是种类繁多的空间光孤子的一种<sup>[1,2]</sup>。强非局域空间涡旋光孤子是空间强非局域非线性介质中传输的空间涡旋光孤子。强非局域介质是指介质的特征长度远大于束宽<sup>[2]</sup>。Conti 等<sup>[3,4]</sup>从理论和实验上都验证了向列相液晶是一种强非局域非线性介质。许超彬等<sup>[5~7]</sup>提出了强非局

域模型, 并利用该模型研究了傍轴高斯光束传输的特性, 得到了大相移的结论。Rotschild 等<sup>[8,9]</sup>发现铅玻璃也是一种强非局域非线性材料。强非局域材料的相继出现, 使得强非局域介质中光束传输问题的研究更加引人入胜<sup>[10~15]</sup>。

光场涡旋不仅表现为光场的相位围绕涡旋位置有增长, 而且光束波前携带有相应地角动量。对于涡旋位置位于传输轴上的光束, 即由圆柱坐标系下傍轴方程得到的拉盖尔-高斯型光束, 在传输过程中涡旋位置位于传输光轴上, 截面光斑结构不会发生变化, 仅仅表现为相位围绕轴心以  $2\pi$  为周期单调增大, 涡旋点位置稳定。在强非局域介质中, 一定条件下即出现拉盖尔-高斯型光孤子(CLGS)<sup>[6]</sup>。对于共

收稿日期: 2012-03-07; 收到修改稿日期: 2012-04-12

基金项目: 江苏省高等学校自然科学基金(10KJD140004)资助课题。

作者简介: 张霞萍(1969—), 女, 博士, 副教授, 主要从事光传输方面的研究。E-mail: xpzhang@nuaa.edu.cn

线传输的两束 CLGS,其涡旋位置不再局限于轴心,而是出现了边缘涡旋现象<sup>[16]</sup>,其涡旋位置处的相位属于非线性增长,光束在传输时边缘涡旋位置将发生变化,产生旋转现象,出现旋转涡旋光孤子。1973年,Bryngdahl<sup>[17]</sup>通过进行光束螺旋波前以及实现手段的研究揭开了涡旋相位光束研究的序幕。由于具有涡旋相位的光束应用价值越来越大,比如光学镊子里面从光到物质过程中轨道角动量的变换等,使得这一类型光束的研究得到很多科研工作者的关注<sup>[18~21]</sup>,理论和实验的不断突破促成了这方面研究的热潮。

本文利用强非局域介质中光束传输满足的线性模型,讨论了两束 CLGS 构成的涡旋光孤子传输情况。当两束拉盖尔光孤子的强度比例不同,抑或双光孤子之间的相位差变化时,涡旋光场截面光强分布也发生变化。一定条件下,涡旋光场截面强度在传输过程中呈现旋转现象,但光束束宽始终保持不变,即为旋转涡旋光孤子。叠加光束古依相位的变化是涡旋光孤子旋转的原因所在。给出了旋转涡旋光孤子的旋转条件,并展示了强非局域介质中多环形旋转涡旋光孤子的传输过程。

## 2 1+D 维强非局域介质中的 CLGS

对于非局域非线性均匀介质,1+D 维线性极化光场包络  $u$  满足一般非局域非线性方程<sup>[1,2,16]</sup>:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \nabla_{\perp}^2 u + \rho N(I)u = 0, \quad (1)$$

式中  $u = u(\mathbf{r}, z)$  为傍轴光束,  $\mu = 1/2k$ ,  $\rho = k\eta$ ,  $k$  为

介质中不包含非线性的波数(由于  $k = \omega n_0/c$ ,  $n_0$  为介质中线性折射率)。 $\eta$  为材料常数,  $\eta > 0$  和  $\eta < 0$  分别对应于聚焦介质和散焦介质。 $I = I(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}, z) = |u|^2$ ,  $z$  为沿传输方向的纵向坐标,  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  为  $D$  维 ( $D = 1$  或者  $2$ ) 横向坐标向量。 $\nabla_{\perp}^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  为横向拉普拉斯算符。

非线性项  $N = N(I)$  由一般非局域形式表示:

$$N(I) = \int R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |u(\mathbf{r}', z)|^2 d^D \mathbf{r}',$$

如无特别注明,约定文中积分限皆为从  $-\infty$  到  $+\infty$ 。这里只考虑响应函数  $R(\mathbf{r})$  为实数,且均匀对称。类似于一般物理响应函数的处理方法,将响应函数归一化,有  $\int R(\mathbf{r}') d^D \mathbf{r}' = 1$ 。材料的响应函数可以设为高斯型  $R(\mathbf{r}) = (\alpha/\sqrt{2\pi})^D \exp[-(\alpha\mathbf{r})^D/2]$ <sup>[7]</sup>。这里  $\alpha = \omega/\omega_m$ ,  $\omega$  为传输光束的束宽,  $\omega_m$  为材料的响应宽度,即材料的特征长度。对于强非局域介质有  $\alpha \ll 1$ 。

定义光束的质心为<sup>[10,16]</sup>

$$\mathbf{r}_c = \frac{\int \mathbf{r} |u(\mathbf{r}, z)|^2 d^D \mathbf{r}}{\int |u(\mathbf{r}, z)|^2 d^D \mathbf{r}}, \quad (2)$$

不计光束传输时的能量损失,有  $P_0 = P = \int |u(\mathbf{r}', z)|^2 d^D \mathbf{r}'$ , 其中  $P_0$  为  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_c$  且  $z = 0$  处的入射光功率。对于孤子传输有  $P_0 = P_c = 2\mu/(\gamma\eta\omega^4)$ ,  $P_c$  为传输光束保持孤子传输的临界功率<sup>[6]</sup>。 $R_c = R(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_c}$ 。 $R'_c = -\gamma$  反映光场沿截面的变化快慢<sup>[16]</sup>。令

$$u(\mathbf{r}, z) = \phi(\mathbf{r}, z) \exp\left\{i\left[\rho R_c P_0 - \frac{1}{2}\gamma \int_0^z (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_c)^2 |u(\mathbf{r}', z)|^2 d^D \mathbf{r}' dz\right]z\right\},$$

对(1)式作变换,可以得到强非局域非线性介质中沿  $z$  轴传输对称解  $u(\mathbf{r}, z)$  的线性模型<sup>[10]</sup>:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\mu}{r^{D-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left[ (r - r_c)^{D-1} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] - \frac{1}{2} \gamma P_0 (r - r_c)^2 \phi = 0, \quad (3)$$

(3)式可以精确描述光束中心轨迹为(2)式的光束在强非局域非线性介质中传输的光场演变过程。当  $r_c = 0$  时,(3)式转化为 Snyder-Mitchell 模型<sup>[1]</sup>。

(3)式又称作修正 Snyder-Mitchell 模型<sup>[10]</sup>。

在圆柱坐标系  $(r, \varphi, z)$  中,(3)式的解为<sup>[6,16]</sup>

$$\phi_j^n(r, \varphi, z) = C_{fn} \left(\frac{r - r_c}{\omega}\right)^{|n|} L_j^{|n|} \left[\frac{(r - r_c)^2}{\omega^2}\right] \times \exp\left[-\frac{(r - r_c)^2}{2\omega^2}\right] \exp[i\beta(z) + in\varphi], \quad (4)$$

其中拉盖尔多项式  $L_j^n(\xi) = \frac{1}{j!} \xi^{-n} e^{\xi} \frac{d^j}{d\xi^j} [\xi^{f+n} e^{-\xi}]$ ,  $n$  表征角向分布,径向分布则由  $n$  和  $f$  共同决定。 $\beta(z) = \mu(4f + 2n + 2)z/\omega^2$  为古依相位<sup>[13]</sup>。 $C_{fn}$  为归一化常数,使得传输光束的总功率守恒,由

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} |\phi|^2 r dr d\varphi = P_0, \quad (5)$$

可得  $C_{fn} = \sqrt{2f! P_0 / [\pi(f + |n|)! \omega^2]}$ ,  $\omega$  为入射光束的束宽<sup>[12]</sup>, 孤子在传输过程中保持不变。

(4)式描述了光轴位置  $\mathbf{r}_c$  处,圆柱坐标系下具有对称性质的拉盖尔-高斯型解。对于不同的拓扑值  $f$  和  $n$ ,光场截面光斑沿径向有  $f$  个零点,  $f+1$  个极值点,沿角向有  $2n$  个零点和  $2n$  个极值点<sup>[6]</sup>。在光场为零点位置处,截面光强表现为暗斑;对于光场为极大值点,截面光强表现为亮斑。

光场沿传输方向截面径向极值点位置可表示为

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left\{ \left( \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_c}{\omega} \right)^{|n|} L_f^{|n|} \left[ \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)^2}{\omega^2} \right] \right\} \times \exp \left[ -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)^2}{2\omega^2} \right] = 0, \quad (6)$$

当  $f=0$  时,光场沿径向只有一个极值点,其位置在  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c| = \sqrt{|n|}\omega$  处,拉盖尔-高斯光场的截面强度表现为单环形结构,并且随着  $|n|$  取值变大,环形半径单调增长。

### 3 CLGS 形成涡旋光孤子

对于强非局域介质中两束共线传输的 CLGS,其解为这两束孤子解的线性叠加,叠加场为<sup>[13,16,20]</sup>

$$\phi = \sin \theta \phi_{f_1}^{n_1} + \cos \theta \phi_{f_2}^{n_2} \exp(i\delta), \quad (7)$$

式中  $\phi_{f_1}^{n_1}, \phi_{f_2}^{n_2}$  由(4)式计算可得,  $\delta$  为两束光束的初始相位差,两束光的振幅比满足  $\sqrt{I_1/I_2} = \tan \theta$ ,  $I_1, I_2$  分别为两束光的光强。参量  $\theta$  表征两束光孤子在组合中的权重。

共线传输的两束拉盖尔-高斯光束,传输过程中发生干涉,截面光束相位出现涡旋结构,并存在偏离轴心的涡旋。若相位涡旋中心位置坐标设为  $(r, \nu_v)$  则该位置坐标满足条件  $\text{Re } \phi = 0$  和  $\text{Im } \phi = 0$ <sup>[19,20]</sup>。对于完全角向分布的两束 CLGS,  $f_1 = f_2 = 0$ ,  $|n_2| > |n_1|$ , 叠加场相位涡旋位置可以看成是角向拓扑值为  $n_1$  涡旋光场和角向拓扑值为  $n_2/|n_2|$  涡旋光场的叠加,前者只有一个涡旋光场,其相位涡旋位置位于  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c| = 0$ , 而后者有  $|n_2 - n_1|$  个涡旋光场,相应的涡旋位置坐标满足<sup>[16]</sup>:

$$r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_c| = \omega \left( \frac{|n_2|!}{|n_1|!} \tan^2 \theta \right)^{\frac{1}{2(|n_2| - |n_1|)}} \quad (8)$$

$$\nu_v = \frac{\delta + m\pi}{n_2 - n_1}, \quad (9)$$

式中  $m = 1, 3, \dots [(|n_2| - |n_1|) - 1]$ , 对于每一个涡旋光束取值为奇数。由于后者的涡旋位置偏离了传输光轴,因此又可以称之为边缘涡旋光场。以  $n_1 = 2, n_2 = 5$  的环形拉盖尔-高斯光束为例,其叠加光场除了存在于传输光轴中心外,还有 3 个边缘涡旋光场,位于半径为  $1.4749\omega$  的虚线圆上,如

图 1(a) 所示,其中  $\omega$  为光束束宽,孤子传输时有  $\omega = \omega_0$ 。图 1 为  $\theta = \pi/8, \delta = 0$  时入射光束初始位置处光束截面图。图 1(a) 为相位图,其中小圆圈代表光场截面的涡旋位置。图中叠加光场在虚线圆域内部,其角向拓扑值为  $n_1$  的光场幅值大于角向拓扑值为  $n_2$  的光场幅值;在圆域外部,角向拓扑值为  $n_2$  的光场幅值大于角向拓扑值为  $n_1$  的光场幅值;而在虚线圆上,两光场的幅值精确相等。对于边缘涡旋光场的角向位置,主要取决于角向拓扑值为  $n_1$  的光场相位  $n_1\nu_v$  与角向拓扑值为  $n_2$  的光场相位  $n_2\nu_v$  的差值是否为  $\pi$  的奇数倍大小。该例涡旋光场的角向位置分别位于  $\pi/3, \pi, 5\pi/3$  处。图 1(b) 为对应的截面强度图。

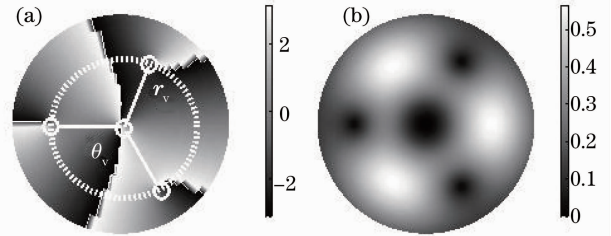


图 1 CLGS 形成的涡旋光孤子传输截面图。

(a) 相位图; (b) 光场图

Fig. 1 Normalized intensity and phase profile for vortex soliton with two CLGS. (a) Phase profile; (b) normalized intensity

### 4 基于涡旋光孤子古依相位的旋转涡旋光孤子

对于组合 CLGS 的涡旋光孤子,组合时参数的变化使得涡旋光孤子的截面强度出现多样性,并且随着组合参数的变化,边缘涡旋位置将以截面光轴为中心发生旋转。对于图 1 而言,当  $\delta$  连续变化  $2\pi$  量值时,边缘涡旋位置将围绕中心旋转角度为  $\Delta\delta/(n_2 - n_1) = 2\pi/3$ 。图 2 描述了角向拓扑值分别为 1 和 4 的两束单环形 CLGS 形成的涡旋光孤子分别随着传输参数  $\theta$  和  $\delta$  变化时出现的旋转现象。其中图 2(a)~(d) 中  $\delta=0$ ; 图 2(e)~(h) 中  $\theta=\pi/5$ 。

一般而言,组合涡旋光孤子在传输过程中也会围绕传输轴线旋转,并且在旋转过程中,如果组合光束的参数不变,则涡旋光孤子的涡旋结构不会改变,但涡旋位置会发生连续变化,形成旋转涡旋光孤子。图 3 描述了拓扑值  $(n_1, n_2)$  分别为  $(2, 4), (-2, -4), (4, -4)$  的两束组合单环形拉盖尔光孤子在传输过程中产生的旋转涡旋现象。图 3 中参数值均为  $\theta =$

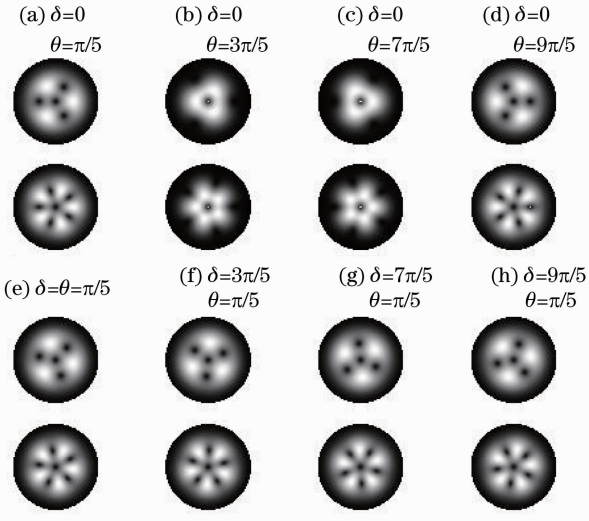


图 2 涡旋光孤子截面光场分布与双 CLGS 权重以及初始相位差之间的关系

Fig. 2 Relation among normalized intensity for vortex solitons, weight and phase difference of two CLGS

$2\pi/5, \delta=0$ 。这种旋转来自于光束传输过程中古依相位的变化。对于径向拓扑值为  $f$ 、角向拓扑值为  $n$  的单束拉盖尔-高斯光, 其古依相位为

$$\beta = (2f + |n| + 1) \frac{z}{z_R}, \quad (10)$$

式中  $z_R = k\tau\omega^2$  为瑞利长度。

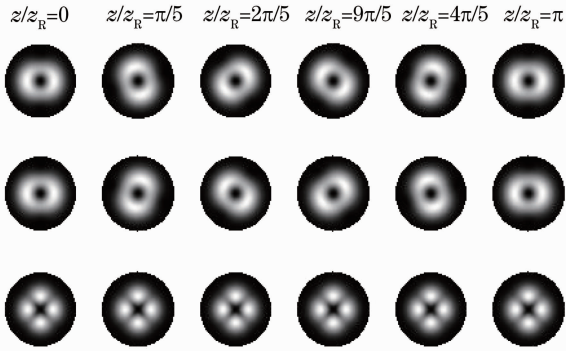


图 3 旋转涡旋光孤子截面光场分布与传输距离的关系

Fig. 3 Relation between normalized intensity profiles of rotating vortex solitons and distance of propagation

对于  $f_1 = f_2 = 0$  的两束单环形 CLGS, 其叠加时形成的组合涡旋光孤子的边缘涡旋光场的涡旋位置位于角度  $\nu_v$  处, 其大小为

$$\nu_v = \frac{\delta + m\pi}{n_2 - n_1} + \frac{|n_2| - |n_1|}{n_2 - n_1} \frac{z}{z_R}, \quad (11)$$

(11)式中的第一项由组合光束的参数确定。对于参数不变的组合光孤子, 假设  $\delta$  为常数, 此时传输光束边缘涡旋位置完全取决于双光束古依相位的差值。光束传输时两个不同位置处的古依相位将发生

变化:

$$\Delta\nu_v = \frac{|n_2| - |n_1|}{n_2 - n_1} \frac{\Delta z}{z_R}. \quad (12)$$

由(12)式可知, 对于不同拓扑值的组合光束, 涡旋光孤子在传输过程中的旋转情况也不一样。如果  $n_1 = -n_2$ , 涡旋光束在传输过程中始终有  $\Delta\nu_v = 0$ , 即涡旋光孤子在传输过程中不会发生旋转现象, 如图 3 第三行子图所示。只有当两光束的拓扑值满足  $|n_1| \neq |n_2|$  时, 组合涡旋光孤子在传输过程中才会发生旋转现象, 形成旋转涡旋光孤子。

具体分两种情况来讨论: 1) 当  $|n_1| \neq |n_2|$ , 且  $n_1/|n_1| = -n_2/|n_2|$ , (12)式可以改写为

$$\Delta\nu_v = \frac{|n_2| - |n_1|}{n_2 - n_1} \frac{\Delta z}{z_R} \frac{n_2}{|n_2|}, \quad (13)$$

当  $n_1 = 0$  时,  $\Delta\nu_v = \Delta z/z_R$ 。当  $\Delta z/z_R = \pi$  时, 传输光束旋转最大值为  $\pi$ 。旋转涡旋光孤子的旋转角度随着  $n_1$  的增大而减小。2) 当  $|n_1| \neq |n_2|$ , 且  $n_1/|n_1| = n_2/|n_2|$ , (12)式可以改写为

$$\Delta\nu_v = \frac{\Delta z}{z_R} \frac{n_2}{|n_2|}, \quad (14)$$

即  $\Delta\nu_v = \pm \Delta z/z_R$ 。其中符号“ $\pm$ ”表示传输光束的旋转方向。“ $+$ ”表示光束沿传输轴线顺时针旋转, 如图 3 中的第一行所示; “ $-$ ”表示光束沿传输轴线逆时针旋转, 如图 3 中的第二行所示。

当  $f_1 \neq 0$  或者  $f_2 \neq 0$  时, 组合涡旋光孤子为多环形结构。此时, 涡旋光孤子在传输过程中旋转角度的变化量为

$$\Delta\nu_v = \frac{2(f_1 - f_2) + |n_2| - |n_1|}{n_2 - n_1} \frac{\Delta z}{z_R}. \quad (15)$$

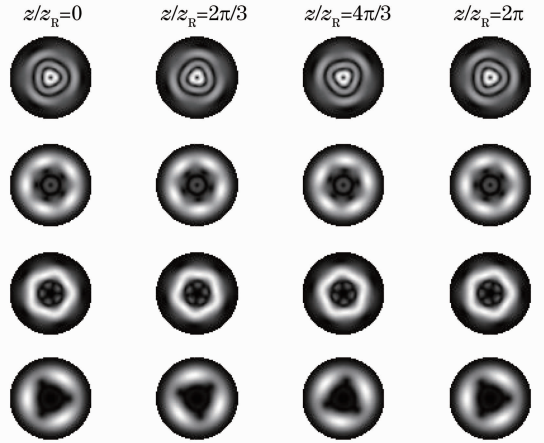


图 4 多环形旋转涡旋光孤子截面光场分布与传输距离的关系

Fig. 4 Relation between normalized intensity profiles of many-ring rotating vortex solitons and distance of propagation

图 4 给出了两束组合拉盖尔光孤子拓扑值  $(f_1, n_1)$ ,  $(f_2, n_2)$  分别为  $(2, 1), (3, 4); (2, 1), (3, -4); (2, -4), (3, 4); (2, -1), (3, -4)$  时共线传输产生的多环形旋转涡旋光孤子。图 4 中的参数值均为  $\theta=2\pi/5, \delta=0$ 。

当  $f_1=f_2 \neq 0$  且  $|n_1|=|n_2|$  时, 多环形涡旋光孤子在传输过程中不会发生旋转现象。图 1~4 都是在极坐标系中绘出, 图 1 径向范围为  $0 \sim 3z_R$ , 图 2 和图 3 径向范围为  $0 \sim 4z_R$ , 图 4 径向范围为  $0 \sim 5z_R$ 。

## 5 结 论

利用强非局域非线性介质中光束传输所满足的修正 Snyder-Mitchell 模型探讨了两束 CLGS 组合形成涡旋光孤子的传输情况。相对阶数有差别的双 CLGS 传输截面上的边缘涡旋位置在传输过程中会发生变化, 截面光强呈现出旋转特性, 即为旋转涡旋光孤子。利用组合光束的古依相移分析了旋转涡旋光孤子的旋转条件以及旋转速度, 给出了强非局域介质中通过组合方法得到的多环形旋转涡旋光孤子, 不同于戴继慧等<sup>[15]</sup>利用变分法得到的强非局域旋转涡旋光孤子。

## 参 考 文 献

- 1 A. W. Snyder, D. J. Mitchell. Accessible solitons[J]. *Science*, 1997, **276**(5318): 1538~1541
- 2 O. Bang, W. Krolikowski, J. Wyller *et al.*. Collapse arrest and soliton stabilization in nonlocal nonlinear media[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **66**(4): 046619
- 3 C. Conti, M. Poccianti, G. Assanto. Route to nonlocality and observation of accessible solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(7): 073901
- 4 C. Conti, M. Poccianti, G. Assanto. Observation of optical spatial solitons in a highly nonlocal medium[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(11): 113902
- 5 Xu Chaobin, Guo Qi. (1+2)D interaction of strong nonlocal optical spatial solitons[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(11): 5194~5200
- 许超彬, 郭 旗. (1+2)维强非局域空间光孤子的相互作用[J]. *物理学报*, 2005, **54**(11): 5194~5200
- 6 Zhang Xiaping, Guo Qi, Hu Wei. Analytical solution to the spatial optical solitons propagating in the strong nonlocal media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(11): 5189~5193

- 张霞萍, 郭 旗, 胡 巍. 强非局域非线性介质中光束传输的空间光孤子解[J]. *物理学报*, 2005, **54**(11): 5189~5193
- 7 Q. Guo, B. Luo, F. Yi *et al.*. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **69**(1): 016602
- 8 C. Rotschild, O. Cohen, O. Manela *et al.*. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(21): 213904
- 9 B. Alfassi, C. Rotschild, O. Manela *et al.*. Nonlocal surface-wave solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**(21): 213901
- 10 W. Hu, S. G. Ouyang, P. B. Yang *et al.*. Short-range interactions between strongly nonlocal spatial solitons[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **77**(3): 033842
- 11 D. M. Deng, Q. Guo. Airy complex variable function Gaussian beams[J]. *New J. Phys.*, 2009, **11**(10): 103029
- 12 Zhang Xiaping, Liu Youwen. Analytical solution in the Ince-Gaussian form of the beam propagating in the strong nonlocal media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(12): 8332~8338
- 张霞萍, 刘友文. 强非局域非线性介质中光束传输的 Ince-Gauss 解[J]. *物理学报*, 2009, **58**(12): 8332~8338
- 13 X. F. Wu, D. M. Deng, Q. Guo. Propagation of optical vortex solitons due to the Gouy phase in strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Chin. Phys. B*, 2011, **20**(8): 084201
- 14 Zhang Xiaping. Three-dimensional short-range interactions between strongly nonlocal spatial solitons [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(3): 034211
- 张霞萍. 强非局域空间三维光孤子短程相互作用[J]. *物理学报*, 2011, **60**(3): 034211
- 15 Dai Jihui, Guo Qi. Rotating azimuth on in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(3): 1752~1757
- 戴继慧, 郭 旗. 强非局域非线性介质中的旋转涡旋光孤子[J]. *物理学报*, 2009, **58**(3): 1752~1757
- 16 Zhang Xiaping, Liu Youwen. Interactions of Laguerre-Gaussian solitons in strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(8): 084212
- 张霞萍, 刘友文. 强非局域非线性介质中拉盖尔高斯型光孤子相互作用[J]. *物理学报*, 2011, **60**(8): 084212
- 17 O. Bryngdahl. Radial and circular fringe interferograms[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**(9): 1098~1104
- 18 G. A. Swartlander, C. T. Law. Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(17): 2503~2506
- 19 S. Franke-Arnold, J. Leach, M. J. Padgett *et al.*. Optical ferris wheel for ultracold atoms[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(14): 8619~8625
- 20 S. M. Baumann, D. M. Kalb, L. H. MacMillan *et al.*. Propagation dynamics of optical vortices due to Gouy phase[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(12): 9818~9827
- 21 Zhang Xiaping. Propagation of elegant Hermite-Gaussian beams in the strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1119002
- 张霞萍. 强非局域非线性介质中复宗量厄米-高斯光束的传输[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1119002

栏目编辑: 李文喆