

小波相位分析测量成像径向畸变

杨初平 刘 岩 李 海

(华南农业大学物理系, 广东 广州 510642)

摘要 为了测量光学成像像面各个像素的径向畸变大小, 提出将小波变换载频条纹相位分析应用于径向畸变测量。采用正弦载波条纹作为测量模板, 把径向畸变转化为径向调制相位。应用条纹相位分析导出径向调制相位和径向畸变的转化关系。采用小波频率估计和相位估计提取变形条纹的相位, 由于变形条纹中心点是零畸变, 中心点的瞬时频率和相位可以计算参考条纹的基频相位。两种基频相位之差就是与所有像素径向位置畸变分布对应的三维调制相位——称为径向畸变分布。利用校正公式和立方卷积插值算法对彩色畸变图像进行校正, 给出详细的理论分析和实验结果。

关键词 测量; 畸变测量; 载频条纹相位分析; 小波变换; 径向畸变

中图分类号 O438 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201232.0912001

Radial Distortion Distribution in Optical Imaging Measured by Wavelet Phase Analysis

Yang Chuping Liu Yan Li Hai

(Department of Physics, South China Agricultural University,
Guangzhou, Guangdong 510642, China)

Abstract In order to measure radial distortion of each pixel in optical imaging plane, a carrier-frequency fringe phase analysis using wavelet transform method is proposed to measure the radial distortion. The phase of a vertical sinusoidal fringe is used as a carrier of the radial distortion. A relation between the radial distortion and the radial modulated phase is derived. Then, the fundamental spectrum of the distorted fringe pattern is analyzed by frequency estimation and phase estimation of Gabor wavelet transform. Since there is zero distortion at the center of the distorted (deformed) fringe pattern, the local frequency and phase at the center is used to construct the fundamental spectrum of the original fringe pattern. Thus the 3D modulated phase of the distorted (deformed) fringe pattern is extracted and converted to the radial distortion of each pixel. Using a calibration formula and a cubic convolution interpolation algorithm, a distorted colored image is calibrated. Experimental results demonstrate the proposed method is feasible.

Key words measurement; distortion measurement; phase analysis of carrier-frequency fringe pattern; wavelet transform; radial distortion

OCIS codes 120.2650; 100.7410; 100.3010; 110.2960

1 引 言

载波条纹相位分析^[1~10]是实现三维形貌测量的有效方法, 它把高度调制到载频条纹的相位上获得变形条纹, 通过比较变形条纹与参考条纹的相位差异提取调制相位, 再依据一定的几何关系转换为高度分布。在不考虑镜头畸变效应的理想成像过程中, 像与物严格相似, 像面上各点的放大率是相同

的。然而实际上, 由于成像系统镜头径向畸变效应不可避免, 造成像的实际位置产生改变; 一旦实现镜头径向畸变的准确测量, 就可以实现对畸变图像的校正。

当对参考条纹进行成像时, 成像系统会将镜头畸变调制到参考条纹中而形成变形条纹, 可用载波条纹相位分析进行畸变测量。

收稿日期: 2012-02-27; 收到修改稿日期: 2012-04-20

基金项目: 广东省自然科学基金(9151064201000035)资助课题。

作者简介: 杨初平(1970—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光电子技术应用方面的研究。E-mail: yangchp@scau.edu.cn

目前模板标定法测量镜头径向畸变的主要方法^[11~18],即通过设定模板上规则排列的离散点或者网格点作为特征点,通过识别像面上特征点来计算镜头畸变。上述方法只能设定几百个特征点(像素),通过图像识别并提取这些特征点携带的畸变,最后插值拟合获得径向畸变大小分布,无法直接获得像面上所有像素的畸变,因而测量精度受到限制。

本文以纵向正弦条纹作为载波,把径向畸变转化为条纹调制相位,利用小波变换法^[6~10]多分辨特点来提取条纹调制相位。本方法能直接提取像面上所有像素点的径向畸变,从而提高测量精度和效率。

2 图像畸变模型

光学镜头的成像不是理想的小孔透视模型,由于组成摄像机光学系统的透镜组不完善造成成像畸变。畸变分为径向畸变、偏心畸变和薄棱镜畸变,其中影响测量精度主要是径向畸变,因此本文研究径向畸变。

设成像系统的光轴垂直物面,图像与光轴交点就是图像中心点,成像系统对光轴具有旋转对称性,则与中心点相同距离的点具有相同的径向畸变。以图像像素坐标系描述的径向畸变模型可表示为^[16]

$$\begin{cases} x_d = x + \frac{x-x_0}{r}T(r) \\ y_d = y + \frac{y-y_0}{r}T(r) \end{cases}, \quad (1)$$

式中 (x, y) 为理想像点的坐标, (x_d, y_d) 为对应的畸变像点的坐标,像中心点为 (x_0, y_0) , $T(r)$ 为径向畸变函数, $r(x, y) = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$, $T(0) = 0$ 表示图像中心是零畸变。采用畸变中心为原点的极坐标系,则径向畸变表示为

$$\Delta r = r - r_d = T(r), \quad (2)$$

式中 $r_d(x_d, y_d) = \sqrt{(x_d-x_0)^2 + (y_d-y_0)^2}$, 径向畸变测量就是获得 $T(r)$ 。

3 条纹相位小波分析

测量系统如图 1 所示。调整光轴垂直模板平面。测量模板经过成像系统成像后,采集到一幅变形条纹。

3.1 基本原理

纵向正弦条纹的理想像就是条纹相位分析中的参考条纹,可以表示为^[1]

$$g_r(x, y) = A_{r1} \exp\{j[2\pi f_0 x + \phi_{r1}(x, y)]\}. \quad (3)$$

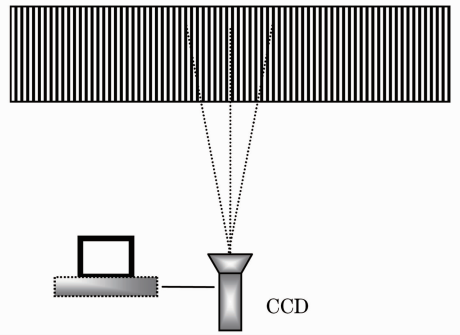


图 1 系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of measurement system

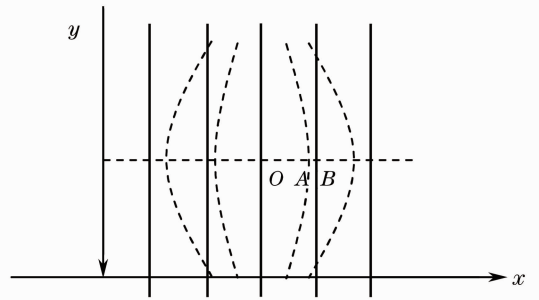


图 2 条纹畸变示意图

Fig. 2 Distortion of fringe pattern

由于成像系统畸变的调制作用,采集到的畸变图像就是变形条纹。参考条纹和变形条纹分别对应图 2 中的实线和虚线。受到环境照明因素和成像系统内部因素的影响,采集到的变形条纹不可能是严格的正弦条纹,因此变形条纹可以表示为^[1]

$$g_d(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{dn} \times \exp\{j[2\pi n f_0 x + \phi_{dn}(x, y)]\}, \quad (4)$$

式中 f_0 为条纹的基频频率, A_{r1} 、 A_{dn} 分别为参考条纹和变形条纹的傅里叶频谱的幅值, $r(x, y)$ 为物平面的非均匀反射率, $\phi_{r1}(x, y)$ 、 $\phi_{dn}(x, y)$ 分别表示参考条纹和变形条纹的调制相位。

要测量变形条纹各个像素的调制相位,只需要变形条纹和参考条纹的基频成分。对(4)式进行滤波处理,提取基频成分:

$$g_{d1}(x, y) = r(x, y) A_{d1} \exp\{j[2\pi f_0 x + \phi_{d1}(x, y)]\}, \quad (5)$$

(5)式和(3)式的相位相减得相位差^[1]

$$\Delta\phi(x, y) = \phi_{d1}(x, y) - \phi_{r1}(x, y) = 2\pi f_0 r_{AB}, \quad (6)$$

由于径向畸变,沿径向 OAB,像素从 B 点移动到 A 点,产生的调制相位为 $\Delta\phi(x, y)$ 。径向畸变 $r_{AB} = \Delta r = r - r_d = T(r)$ 。径向畸变具有径向对称性,除

了沿径向 OAB, 过 O 点的其他径向, 纵向条纹也具有周期性, 因而经变形条纹中心点 O, 也可以提取其他径向调制相位 $\Delta\phi_f(x, y)$, 径向调制相位 $\Delta\phi_f(x, y)$ 和相应径向畸变 Δr 的关系式为

$$\Delta\phi_f(x, y) = 2\pi f\Delta r = 2\pi fT(r), \quad (7)$$

式中 f 表示变形条纹沿相应径向的基频频率, 当径向沿 OAB 方向时, 变形条纹的基频频率为 f_0 。由 (7) 式可知, 求得径向调制相位 $\Delta\phi_f(x, y)$, 即可得到径向畸变 Δr ; 另外, 对于一定的径向畸变 Δr , 较高的基频频率 f 可获得较大的调制相位 $\Delta\phi_f(x, y)$, 因此可通过提高条纹频率提高测量精度。

3.2 小波相位分析

为了计算调制相位, 需要获得变形条纹中不同像素的相位。按照条纹相位的小波变换分析过程, 对变形条纹 $g_d(x, y)$ 沿 x 方向作一维小波变换。设 $g_d(x, y)$ 在 x 方向的分布为 $f(x)$, 其连续小波变换系数定义为^[6]

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{a,b}^*(x)dx. \quad (8)$$

采用 Gabor 小波函数作为母小波^[6]

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma}} \exp\left[-\frac{(2\pi/\gamma)^2 x^2}{2} + j2\pi x\right], \quad (9)$$

式中 $\gamma = \pi \sqrt{\frac{2}{\ln 2}}$, “*” 代表共轭运算, $\psi_{a,b}^*(x) =$

$\frac{1}{a}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ 表示母函数 $\psi(x)$ 经过伸缩平移后得到的小波序列, a 为将母小波函数进行伸缩的尺度因子, b 为平移因子。对实信号 $f(x)$, 采用解析小波基进行连续小波变换, 得到 $W_f(a, b)$, 其实部记为 $\text{Re } W_f(a, b)$, 虚部记为 $\text{Im } W_f(a, b)$, 则幅值 $A(a, b)$ 和相位 $\varphi(a, b)$ 分别为^[6]

$$A(a, b) = \sqrt{[\text{Re } W_f(a, b)]^2 + [\text{Im } W_f(a, b)]^2}, \quad (10)$$

$$\varphi(a, b) = \arctan\left[\frac{\text{Im } W_f(a, b)}{\text{Re } W_f(a, b)}\right]. \quad (11)$$

(8) 式描述了信号与小波序列的内积关系, 其物理意义是: 连续小波变换可以理解为将 b 点的信号与尺度因子为 a 的小波函数进行比较的结果, 幅值和相位综合反映了它们的相似程度, 当被测信号的局部频率估计与相应尺度的小波函数振荡频率相同或者相近时, 其小波系数的幅值相应较大。其中在各个位置沿尺度轴方向上, 小波变换系数幅值最大位置的连线定义为小波变换的脊^[6], 与脊对应的尺度因子就是最佳尺度, 记为 a_b , 它的倒数就是位于 b 点的信号的瞬时频率估计 $f_b = 1/a_b$ 。提取与脊对应的相位估计值, 得到 b 点的相位值, 表示为 $\varphi(a_b, b)$ 。这样可以获得变形条纹每个像素的相位 $\varphi_d(x, y) = 2\pi f_0 x + \varphi(x, y)$ ^[6]。同理, 变形条纹中心点是零畸变, 该点的相位信息可以计算参考条纹基频相位, 若在变形条纹中心点提取的相位表示为 $\varphi(a_{r_0}, x_0) = 2\pi f_0 x_0 + \varphi_0$, 则参考条纹基频成分相位函数为 $\varphi(x) = 2\pi f_0 x + \varphi_0$, φ_0 为初始调制相位; 然后依据 (6) 式, 与变形条纹的相位相减, 可以得到相位差。经过相位展开后, 就得到三维调制相位。

3.3 算法实现

上述方法获得的调制相位可以校正黑白图像或者彩色图像。提取径向调制相位后依据 (7) 式计算径向畸变函数, 就能够对畸变图像进行灰度或者彩色校正。校正像中每个复原点 (x, y) 的灰度值或者彩色三原色值的建立采用立方卷积法^[19] 计算公式为

$$g(w) = \begin{cases} 1 - 2|w|^2 + |w|^3, & |w| < 1 \\ 4 - 8|w| + 5|w|^2 - |w|^3, & 1 \leq |w| < 2 \\ 0, & |w| \geq 2 \end{cases}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} g(1+\beta) \\ g(\beta) \\ g(1-\beta) \\ g(2-\beta) \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} g(1+\alpha) \\ g(\alpha) \\ g(1-\alpha) \\ g(2-\alpha) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} t([x_d]-1, [y_d]-1) & t([x_d]-1, [y_d]) & t([x_d]-1, [y_d]+1) & t([x_d]-1, [y_d]+2) \\ t([x_d], [y_d]-1) & t([x_d], [y_d]) & t([x_d], [y_d]+1) & t([x_d], [y_d]+2) \\ t([x_d]+1, [y_d]-1) & t([x_d]+1, [y_d]) & t([x_d]+1, [y_d]+1) & t([x_d]+1, [y_d]+2) \\ t([x_d]+2, [y_d]-1) & t([x_d]+2, [y_d]) & t([x_d]+2, [y_d]+1) & t([x_d]+2, [y_d]+2) \end{bmatrix}^T,$$

$$s[r(x, y)] = \mathbf{ABC}, \quad (12)$$

式中上标“T”表示矩阵转置运算, w 是一个变量, $\alpha = x_d - [x_d]$, $\beta = y_d - [y_d]$ 。 (x_d, y_d) 是依据 (1) 式计算出来的畸变点坐标, 不一定为整数, $[x_d]$, $[y_d]$ 分别为对 x_d, y_d 向下取整数。对于黑白畸变图像校正, 函数值 $t(\cdot)$ 表示畸变图像中像素的灰度值, $s[r(x, y)]$ 为复原点的灰度值; 对于彩色畸变图像校正, 需要分别对三

种原色进行校正,这时函数值 $t(\cdot)$ 为畸变图像中像素的某种原色值, $s[r(x,y)]$ 为复原点的某种原色值。

4 实验验证

1) 调整光轴垂直参考模板平面。

2) 图 3 是成像系统获得的变形条纹(640 pixel \times 480 pixel),中心点/零畸变点位于(320,240)。图 4 是变形条纹的三维调制相位。径向畸变具有左右对称性,采用纵向载波条纹进行测量得到的三维调制相位分布应呈现左右对称,图 4 中三维调制相位不呈左右对称是按照三维形貌相位解调方法算出来的(按照三维形貌条纹传感,对纵向条纹,若条纹向左边变形,对应的是凹下的面形,若条纹向右边变形,对应的是凸起的面形,因此只要把 y 轴左侧数据取负运算后左右两侧数据将呈现 y 轴对称)。对于纵向条纹,沿不同径向也呈现周期性分布,但相应的基频频率不同,因而调制相位不呈径向对称性。依据(8)式,沿任何径向的调制相位与相应径向的基频频率之比不变,不影响径向畸变的计算。

3) CCD 器件的测量精度至少可以达到 0.5 pixel,因而条纹位置测量精度将小于 0.5 pixel。

4) 图 5 表示图 3 中经过中心点 O 、沿 $y=0$ 方向的直线 OAB 上各个像素的径向调制相位分布,实线为实际测量数据,点线是经过 3 次多项式拟合的分布曲线,把 y 轴左侧数据取负运算后左右两侧数据呈现 y 轴对称(由于径向畸变的左右对称性, y 轴上以 O 点为中心的左右径向畸变是一样的)。采用条纹作测量模板,沿任何径向都呈周期性,不仅可以提取沿直线 OAB 上的调制相位,也可以测量经过图像中心、任意一个径向的畸变产生的调制相位,作为比较,图 6 是经变形条纹中心点沿 $y=x$ 方向上像素的调制相位分布,与图 5 很相似,由于条纹中该方向的基频频率是沿 $y=0$ 方向基频频率的 0.707 倍,故沿 $y=x$ 方向各个像素的调制相位下降。

5) 由于径向 OAB 畸变数据点最密最多,有 2×320 个点,以图 5 的径向 OAB 畸变数据对彩色畸变图像图 7 进行校正。设沿 x 、 y 方向的像素间距是 d ,则沿径向 OAB 的半径长度是 $320d$,所能校正的畸变图像是半径不能大于 $320d$ 的区域,以对角线长度为 $2 \times 320d$ 截取的正方形图像边长只能取 $2 \times 320 / 1.414 = 452 \text{ pixel}$ (因为正方形图像中对角线上的像素间距等于 d 的 1.414 倍),因此本文校正

图像尺寸取 452 pixel \times 452 pixel,如图 8 所示。沿畸变图像的对角线方向提取畸变数据,可以实现对整幅图像的校正,对于 640 pixel \times 480 pixel 的畸变图像,对角线方向上畸变数据点只有 2×80 个,比径向 OAB 的 2×320 个要少,校正精度下降。

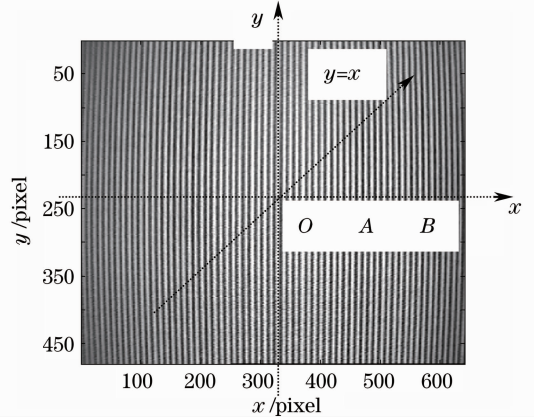


图 3 变形条纹

Fig. 3 Distorted fringe pattern

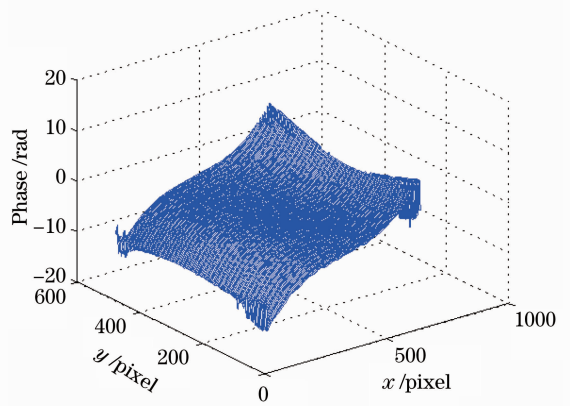


图 4 径向畸变的调制相位

Fig. 4 Modulated phase for radial distortion

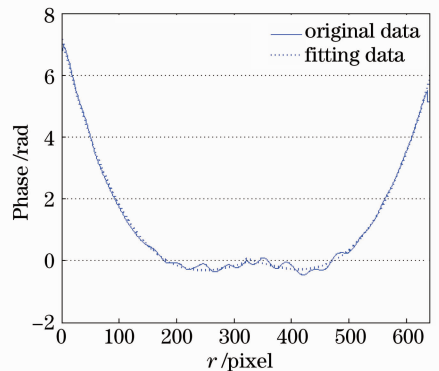


图 5 $y=0$ 径向调制相位分布

Fig. 5 Modulated radial phase distribution in $y=0$

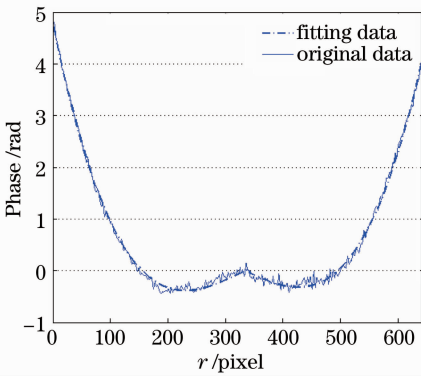


图 6 $y=x$ 径向调制相位分布

Fig. 6 Modulated radial phase distribution in $y=x$

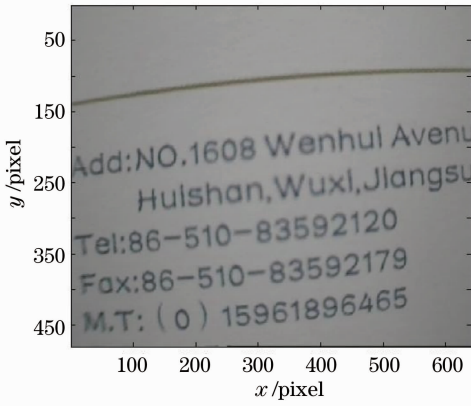


图 7 畸变图像

Fig. 7 Distorted color image

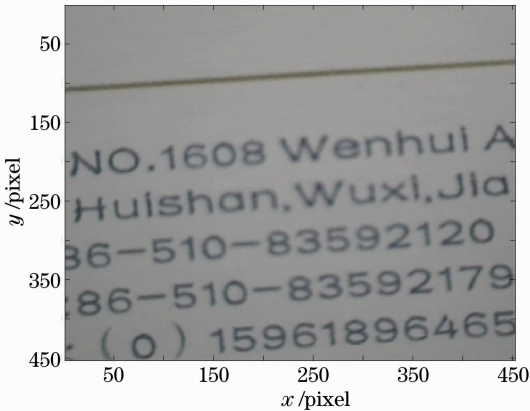


图 8 校正图像

Fig. 8 Calibrated color image

5 结 论

为了测量畸变像中每个像素的径向畸变,以正弦载波条纹作为成像对象,把径向畸变信息调制到变形条纹的相位中。结合小波条纹相位分析提出测量成像系统径向畸变的新方法,能够获得像面上所有像素的径向畸变数据;该方法虽然无法采集实现

相位解调需要的参考条纹,单靠采集的变形条纹采用小波变换频率估计和相位估计从变形条纹的零畸变点识别并提取参考条纹基频信息,提取三维调制相位。经数值拟合径向调制相位后计算出径向畸变分布,作为畸变图像校正的依据。

参 考 文 献

- 1 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 Q. Kemao, H. Wang, W. Gao. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis; theoretical analyses [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(29): 5408~5419
- 3 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Application of dilating gabor transform to 3D shape analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 725~729
- 4 翁嘉文, 钟金钢. 伸缩傅里叶变换在三维形貌测量中的应用[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 725~729
- 5 Dai Meiling, Yang Fujun, Du Xiaolei *et al.*. Three-dimensional shape measurement based on single-shot color fringe projection of sinusoidal grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0712002
- 6 戴美玲, 杨福俊, 杜晓磊 等. 基于单幅彩色正弦光栅投影的三维形貌测量[J]. *光学学报*, 2011, **31**(7): 0712002
- 7 Zou Haihua, Zhao Hong, Zhou Xiang. Triple-frequency color-encoded fringe projection profilometry based on empirical mode decomposition[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(8): 0812009
- 8 邹海华, 赵宏, 周翔. 基于经验模式分解的三频彩色条纹投影轮廓术[J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 0812009
- 9 J. Zhong, J. Weng. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(19): 2560~2562
- 10 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier-fringe patterns[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(4): 454~459
- 11 翁嘉文, 钟金钢. 小波变换在载频条纹相位分析法中的应用研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 725~729
- 12 A. Z. Abid, M. A. Gdeisat, D. R. Burton *et al.*. Spatial fringe pattern analysis using the two-dimensional continuous wavelet transform employing a cost function [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(24): 6120~6126
- 13 M. A. Gdeisat, D. R. Burton, M. J. Lalor. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(34): 8722~8732
- 14 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. Applications of two-dimensional wavelet transform on phase analysis of spatial carrier-fringe patterns [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1673~1679
- 15 李思坤, 苏显渝, 陈文静. 二维实小波变换在空间载频条纹相位分析中的应用[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1673~1679
- 16 J. Lin, M. Xing, D. Sha *et al.*. Distortion measurement of CCD imaging system with short focal length and large-field objective [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2005, **43**(10): 1137~1144
- 17 J. Weng, P. Cohen, M. Herniou. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(10): 965~980
- 18 R. Swaminathan, S. K. Nayar. Non-metric calibration of wide-angle lenses and polycameras [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(10): 1172~1178
- 19 F. Devernay, O. Faugeras. Straight lines have to be straight: automatic calibration and removal of distortion from scenes of

- structured environments [J]. *Machine Vision and Applications*, 2001, **13**(1): 14~24
- 15 Xing Mailin, Liu Jianping, Lin Jiamin *et al.*. Distortion measurement of CCD camera with a large-field short focal length lens [J]. *Optical Technique*, 2003, **29**(3): 377~379
行麦玲, 刘贱平, 林家明 等. 大视场短焦距镜头 CCD 摄像系统的畸变校正[J]. *光学技术*, 2003, **29**(3): 377~379
- 16 Kong Bin, Fang Tingjian. A simple and precise method for radial distortion calibration [J]. *J. Image and Graphics*, 2004, **9**(4): 429~434
孔 斌, 方廷健. 一种简单而精确的径向畸变标定方法[J]. *中国图像图形学报*, 2004, **9**(4): 429~434
- 17 Li Huijun, Song Aiguo. Correction method for camera radial distortion for augmented reality [J]. *Chinese J. Sensors and Actuators*, 2007, **20**(2): 462~465
李会军, 宋爱国. 增强现实中的摄像机径向畸变校正[J]. *传感技术学报*, 2007, **20**(2): 462~465
- 18 Yu Jun, Lin Jiamin, Yang Jianyu *et al.*. Distortion measurement and calibration technology for CCD camera system on new target board [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1440~1442
余 俊, 林家明, 杨建宇 等. 基于新型靶的 CCD 摄像系统畸变测量与校正[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1440~1442
- 19 You Yuhu, Zhou Xiaokuan. Research on optimal interpolation algorithm for digital image [J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2005, (3): 14~18
尤玉虎, 周孝宽. 数字图像最佳插值算法[J]. *中国空间科学技术*, 2005, (3): 14~18

栏目编辑: 何卓铭