

# 孔径平均效应对采用相位补偿技术的空间相干光通信系统误码率的影响

于 刚<sup>1,2</sup> 谢小平<sup>1,3</sup> 赵 卫<sup>1</sup> 汪 伟<sup>1</sup> 段 毅<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119)

<sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100049; <sup>3</sup> 西安通信学院, 陕西 西安 710106

**摘要** 基于大气湍流影响下的空间相干光通信系统模型和孔径平均效应的平面波模型, 通过数值模拟研究了弱光强波动条件下孔径平均效应以及大气湍流内外尺度对相干光通信系统误码率和接收孔径直径最优值的影响。研究表明: 孔径平均效应能够有效减小相干光通信系统的误码率, 改善系统性能; 原始信噪比越高, 传输距离越短, 波长越长, 相位补偿模式的  $J$  值越大, 接收孔径直径越接近最优值, 孔径平均效应对误码率的改善效果越明显; 孔径平均效应会影响接收孔径直径的最优值, 相位补偿模式的  $J$  值越大, 影响越明显; 系统误码率和接收孔径直径最优值会随着大气湍流内尺度的增大而相应增大, 随着大气湍流外尺度的减小而相应减小。研究结果将为空间相干光通信系统设计提供必要的理论依据。

**关键词** 光通信; 空间相干光通信; 孔径平均效应; 相位补偿; 误码率

中图分类号 TN929.12 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0906006

## Influence of Aperture Averaging on Bit-Error Rate of Spatial Coherent Optical Communication Systems Using Phase Compensation Technique

Yu Gang<sup>1,2</sup> Xie Xiaoping<sup>1,3</sup> Zhao Wei<sup>1</sup> Wang Wei<sup>1</sup> Duan Tao

<sup>1</sup> State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

<sup>3</sup> Xi'an Communication College, Xi'an, Shaanxi 710106, China

**Abstract** Based on the model of the spatial coherent optical communication system under the influence of the atmospheric turbulence and the plane-wave propagation model of aperture averaging, by using of numerical simulation, under the weak irradiance fluctuation condition the influence of aperture averaging including the atmospheric turbulence inner scale and outer scale is investigated on the bit-error rate and the optimum receiver aperture diameter of the coherent optical communication system. The results show that aperture averaging can decrease the bit-error rate effectively; the improved effect of aperture averaging on the bit-error rate is more obvious for the higher original SNR, the shorter transmission distance, the longer wavelength, the larger value of the phase compensation mode  $J$  and the receiver aperture diameter which is closer to the optimum value; aperture averaging affects the optimum value of the receiver aperture diameter, and if the value of the phase compensation mode  $J$  is larger, the influence is more obvious; the bit-error rate and the optimum receiver aperture diameter will increase with the increase of atmospheric turbulence inner scale and decrease with the decrease of atmospheric turbulence outer scale. This will provide the necessary theoretical basis for the design of a coherent optical communication system.

**Key words** optical communications; spatial coherent optical communications; aperture averaging; phase compensation; bit-error rate

**OCIS codes** 060.2605; 060.1660; 010.3310; 010.1300

收稿日期: 2012-03-20; 收到修改稿日期: 2012-04-27

基金项目: 国家自然科学基金(60907026)资助课题。

作者简介: 于 刚(1985—), 男, 硕士研究生, 主要从事空间相干光通信方面的研究。E-mail: yugang@opt.cn

导师简介: 赵 卫(1963—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事超快光学、超快光电子学以及高功率激光技术等方面的研究。E-mail: weiz@opt.ac.cn

## 1 引言

当激光光束通过大气传输时,大气湍流引起的折射率随机起伏会导致激光信号的振幅和相位发生随机波动,其中振幅的随机波动表现为光强闪烁,相位的随机波动表现为波前失真,它们都会引起信号退化,增加激光通信系统的误码率(BER)。然而,当光束到达接收端时,如果接收机孔径直径大于光强波动的相干长度,则系统接收到的光强是若干个散斑场的平均值,光强的随机波动将会随着接收机孔径直径的增大而减小,这就是孔径平均效应。在20世纪50年代的早期天文学测量中孔径平均效应就得到了证实,并且表明其本质上是高频的光强起伏进行平均,从而使得接收光强功率谱向低频移动<sup>[1]</sup>。Fried等<sup>[2~12]</sup>都对光强波动的孔径平均效应进行了相关的理论和实验研究。孔径平均效应能够减小光强闪烁指数,提高激光通信系统的信噪比,有效改善系统性能,它对接收机的孔径设计甚至整个系统的优化设计来说都是一个基本的考虑因素。因此,一些学者也研究了孔径平均效应对激光通信系统性能的影响<sup>[13~17]</sup>。然而,这些研究都是针对强度调制直接探测系统的。相比于强度调制直接探测系统,相干探测系统具有接收灵敏度高,能够克服背景噪声等优点,是一种更有前景的系统<sup>[18]</sup>。但是,由于大气湍流影响下的相干光通信系统模型复杂,孔径平均效应对相干光通信系统性能影响方面的研究并未见到相关报道。对于相干光通信系统来说,一方面,如果考虑孔径平均效应,增大接收机孔径能够减小光强闪烁指数,增加信噪比(SNR),从而改善系统的性能;另一方面,增大接收机孔径会增大相位波动,从而使系统的性能退化。因此,孔径平均效应对相干光通信系统性能影响更加复杂,它不仅能够减小光强闪烁指数,降低系统误码率,还直接影响接收机孔径直径的最优值。此外,由于相干光通信系统往往需要采用相位补偿技术来减小相位波动,因此综合分析孔径平均效应和相位补偿技术对相干光通信系统性能的影响具有重要的意义。

本文首先基于大气湍流影响下的空间相干光通信模型,给出了一种积分形式的平均误码率计算公式;然后,给出了考虑相位补偿的残余相位波动方差和考虑孔径平均效应的光强闪烁指数;最后,在弱光强波动条件下利用数值模拟综合分析了相位补偿,孔径平均效应以及大气湍流内外尺度对系统误码率和接收孔径直径最优值的影响。

## 2 大气湍流影响下的空间相干光通信系统模型

### 2.1 系统模型

在相干光通信系统中,二进制相移键控(BPSK)调制零差探测系统具有最高的散粒噪声极限灵敏度,但是需要使用光学锁相环和窄线宽激光器,因此成本高且不易实施。虽然BPSK调制外差探测系统散粒噪声极限灵敏度与前者相比降低3 dB,但是其成本较低且相对容易实施<sup>[18]</sup>,因此本文以BPSK调制同步外差探测系统为例进行分析。此外,根据泰勒冻结湍流假设<sup>[13]</sup>,大气湍流的时间变化特性由激光传输链路的横向风速决定,相关的理论分析和发表的实验结果<sup>[13,19,20]</sup>都表明光强扰动和相位扰动的时间频率通常在1 kHz以内,而目前的激光通信速率通常在100 Mbit/s~10 Gbit/s量级,因此大气信道是慢衰落的,即在一个码元的持续时间内信道状态保持不变,系统性能退化的主要原因是信噪比的损失。本文假设传输速率和自适应光学相位补偿系统的响应速度足够快,利用大气信道慢衰落特性,通过分析大气湍流对信噪比的影响来研究系统性能。由于大气湍流影响下的高斯光束传输模型比较复杂,尤其对于相干探测系统来说,很难进行解析处理,因此文献中往往考虑平面波传输模型<sup>[21~24]</sup>。本文基于平面波传输模型进行分析,系统模型如图1所示,在发射端通过BPSK调制将数据信息加载到信号光的相位上,信号光经大气湍流传输到达接收端,根据Rytov理论,接收端的信号光和本振光可以分别表示为<sup>[13~22]</sup>

$$E_s = A_s \exp\{i[2\pi f_s t + \phi_s(t) + \varphi_s(t)]\} \times \exp[\chi(\mathbf{r}) - i\phi(\mathbf{r})],$$

$$E_{LO} = A_{LO} \exp\{i[2\pi f_{LO} t + \phi_{LO}(t)]\}, \quad (1)$$

式中 $A_s$ ,  $f_s$ 和 $\phi_s(t)$ 分别表示没有大气湍流影响时的信号光振幅,频率和相位噪声, $\varphi_s(t) \in \{-\pi, +\pi\}$ 表示相位调制信息, $\mathbf{r}$ 表示偏离光束中心的横向矢量位置, $\chi(\mathbf{r})$ 和 $\phi(\mathbf{r})$ 分别表示大气湍流引起的对数振幅扰动和经相位补偿后的残余相位扰动, $A_{LO}$ ,  $f_{LO}$ 和 $\phi_{LO}(t)$ 分别表示本振光振幅,频率和相位噪声。信号光经自适应光学相位补偿后与本振光进行混频,混频后的光束经光电探测器转换成的光电流可表示为<sup>[22]</sup>

$$i = \int di = \frac{1}{2} \iint \eta W(\mathbf{r}) (E_s + E_{LO})^* (E_s + E_{LO}) d^2 \mathbf{r}, \quad (2)$$

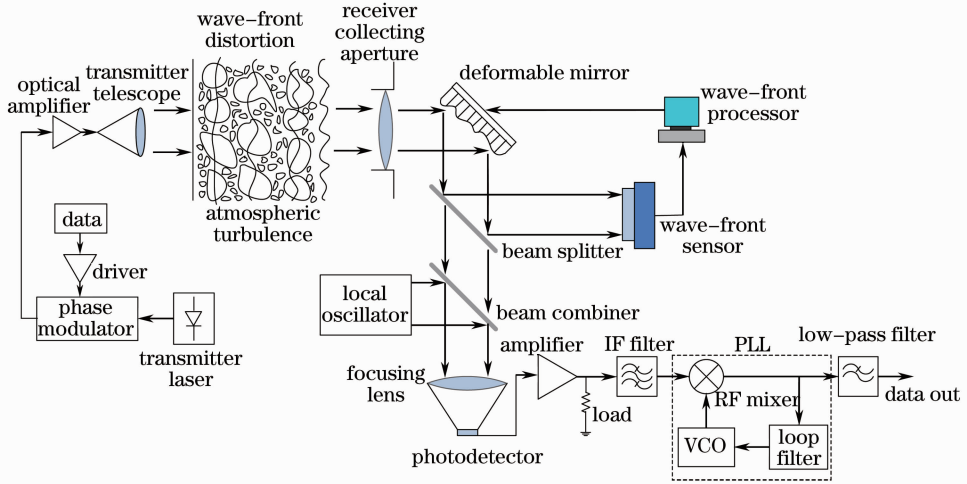


图1 大气湍流影响下的空间相干光通信系统模型

Fig.1 Model of a spatial coherent optical communication system under the influence of the atmospheric turbulence

式中  $\eta$  表示光电探测器的量子效率,  $d_i$  表示矢量位置  $\mathbf{r}$  处面元为  $d^2\mathbf{r}$  的光场所产生的光电流,  $W(r)$  表示接收机孔径函数, 当  $r \leq D/2$  时,  $W(r) = 1$ ; 当  $r > D/2$  时,  $W(r) = 0$ , 其中  $D$  表示接收机孔径直径。在相干光通信系统中, 通常满足  $A_{LO} \geq A_S$ , 因此将(2)式展开并忽略其中的  $A_S^2$  项, 可得

$$i = i_{dc} + i_{ac}(t) = \iint \frac{1}{2} \eta A_{LO}^2 W(r) d^2\mathbf{r} + \iint \eta A_{LO} A_S W(r) d(t) \times \cos[2\pi\Delta ft + \Delta\phi - \phi(\mathbf{r})] \exp[\chi(\mathbf{r})] d^2\mathbf{r}, \quad (3)$$

式中  $\Delta f = f_s - f_{LO}$ ,  $\Delta\phi = \phi_s(t) - \phi_{LO}(t)$ ,  $d(t) \in \{-1, +1\}$  表示数据信息, 含有数据信息的交流项为信号电流。由于本振光功率足够大, 所以由本振光产生的散粒噪声为主要噪声, 设散粒噪声电流为  $i_n(t)$ , 则光电探测器输出的总电流为

$$i_{tot} = i_{dc} + i_{ac}(t) + i_n(t). \quad (4)$$

总电流通过中频(IF)滤波后, 直流成分被滤除, 只剩下信号电流和具有中频带宽的散粒噪声电流, 则输入锁相环(PLL)的电压信号可以表示为

$$V_{in} = (i_{ac} + i_n)GR, \quad (5)$$

式中  $G$  为电流放大器增益,  $R$  为负载电阻。假设采用的电锁相环能够完全追踪相位噪声, 则当锁相环处于锁定状态时, 压控振荡器(VCO)输出的参考电压  $V_r$  将与  $V_{in}$  的频率保持相同, 相位差保持为常数(锁相环不能校正波前相位, 此处的相位差不包含波前相位), 二者经射频(RF)混频器输出的信号为数据成分和高频成分之和, 通过低通滤波将高频成分滤除就可以将数据恢复出来。

下面开始侧重分析大气湍流对接收机信噪比的影响, (3)式中的交流项为信号电流:

$$i_S = \iint \{ \eta A_{LO} A_S W(r) d(t) \cos[2\pi\Delta ft + \Delta\phi - \phi(\mathbf{r})] \exp \chi(\mathbf{r}) \} d^2\mathbf{r}. \quad (6)$$

将信号电流中的余弦函数展开后, 可得

$$i_S = \eta A_{LO} A_S d(t) \{ \cos(2\pi\Delta ft + \Delta\phi) \iint W(r) \cos \phi(\mathbf{r}) \exp \chi(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} + \sin(2\pi\Delta ft + \Delta\phi) \iint W(r) \sin \phi(\mathbf{r}) \exp \chi(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} \}. \quad (7)$$

由信号电流可得平均探测信号功率为

$$S = \overline{(i_S G)^2 R} = \frac{R}{2} \left( \eta \frac{\pi}{4} G D^2 A_{LO} A_S \right)^2 (\alpha_r^2 + \alpha_i^2). \quad (8)$$

推导(8)式利用了三角函数的均值计算,  $\alpha_r$  和  $\alpha_i$  分别表示归一化信号光场的实部和虚部在接收孔径

面积内的积分, 分别表示为

$$\alpha_r = \left( \frac{\pi}{4} D^2 \right)^{-1} \iint W(r) \exp \chi(\mathbf{r}) \cos \phi(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r},$$

$$\alpha_i = \left( \frac{\pi}{4} D^2 \right)^{-1} \iint W(r) \exp \chi(\mathbf{r}) \sin \phi(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r}. \quad (9)$$

由于散粒噪声为零均值高斯噪声, 所以经中频

滤波后的散粒噪声电流方差为<sup>[20]</sup>

$$\sigma_n^2 = \overline{i_n^2} = 2i_{ac} B e, \quad (10)$$

式中  $e$  为电子电荷,  $B$  为接收机中频带宽, 则中频滤波后的散粒噪声功率为

$$N_s = \overline{(i_n G)^2 R} = e\eta B (\pi D^2/4) A_{LO}^2 G^2 R, \quad (11)$$

因此考虑大气湍流影响的接收机信噪比可表示为

$$\gamma = S/N_s = (\eta/e)(1/B)(\pi D^2/8) A_s^2 \alpha^2, \quad (12)$$

$$\alpha^2 = \alpha_r^2 + \alpha_i^2.$$

从文献[22]可知不存在大气湍流时的原始信噪比为

$$\gamma_0 = (\eta/e)(1/B)(\pi D^2/8) A_s^2, \quad (13)$$

因此可得  $\gamma = \gamma_0 \alpha^2$ 。利用一种统计模型<sup>[25]</sup>, (9) 式中的积分可以表示为接收孔径面积内  $N$  个独立面元之和:

$$\alpha_r \cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \exp \chi_k \cos \phi_k, \quad (14)$$

$$\alpha_i \cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \exp \chi_k \sin \phi_k,$$

式中  $N$  表示接收孔径面积内的独立面元数目<sup>[26]</sup>:

$$N = \left\{ \frac{8}{D^2} \int_0^{D/2} r dr \exp[-3.44(r/r_0)^{5/3}] \right\}^{-1}, \quad (15)$$

式中  $r_0$  为大气相干长度。根据大数理论,  $\alpha_r$  和  $\alpha_i$  为渐近的高斯变量, 因此  $\alpha^2$  的概率密度函数可以表示为<sup>[25]</sup>

$$p_{\alpha^2}(\alpha^2) = \frac{1}{4\pi\sigma_r\sigma_i} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \exp\left[-\frac{(\alpha\cos\theta - \bar{\alpha}_r)^2}{2\sigma_r^2}\right] \exp\left[-\frac{(\alpha\sin\theta - \bar{\alpha}_i)^2}{2\sigma_i^2}\right], \quad (16)$$

式中  $\bar{\alpha}_r$  和  $\bar{\alpha}_i$  分别是  $\alpha_r$  和  $\alpha_i$  的平均值,  $\sigma_r^2$  和  $\sigma_i^2$  分别是  $\alpha_r$  和  $\alpha_i$  的方差, 根据 Rytov 理论, 大气湍流引起的信号光的振幅波动和相位波动分别服从对数正态分布和高斯分布, 因此可计算出这些统计量为<sup>[26]</sup>

$$\bar{\alpha}_r = \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma_\chi^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma_\phi^2\right), \quad (17)$$

$$\bar{\alpha}_i = 0,$$

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{2N} [1 + \exp(-2\sigma_\phi^2) - 2\exp(-\sigma_\chi^2)\exp(-\sigma_\phi^2)],$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{2N} [1 - \exp(-2\sigma_\phi^2)],$$

式中  $\sigma_\chi^2$  为对数振幅方差, 根据 Rytov 理论, 可得对数振幅方差和光强闪烁指数  $\sigma_I^2$  的关系<sup>[12]</sup>

$$\sigma_\chi^2 = (1/4) \ln(1 + \sigma_I^2), \quad (18)$$

式中  $\sigma_\phi^2$  为经相位补偿后的相位波动方差。

## 2.2 信噪比概率密度分布函数和系统误码率

利用关系式  $\gamma = \gamma_0 \alpha^2$ , 并且使用雅可比变换, 由 (16) 式可得信噪比  $\gamma$  的概率密度函数为

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{4\pi\gamma_0\sigma_r\sigma_i} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \exp\left[-\frac{(\sqrt{\gamma/\gamma_0}\cos\theta - \bar{\alpha}_r)^2}{2\sigma_r^2}\right] \exp\left[-\frac{(\sqrt{\gamma/\gamma_0}\sin\theta - \bar{\alpha}_i)^2}{2\sigma_i^2}\right]. \quad (19)$$

对于本文研究的同步外差探测系统, 系统的平均误码率可以表示为

$$P_E = \int_0^\infty d\gamma p(E|\gamma) p_\gamma(\gamma), \quad (20)$$

式中  $p(E|\gamma)$  表示条件误码率, 可表示为

$$p(E|\gamma) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma/2}), \quad (21)$$

式中  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  表示余误差函数。将 (19) 式和 (21) 式代入 (20) 式, 可得到大气湍流影响下的相干光通信系统平均误码率的积分表达式为

$$P_E = \frac{1}{8\pi\gamma_0\sigma_r\sigma_i} \int_0^\infty \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left[-\frac{(\sqrt{\gamma/\gamma_0}\cos\theta - \bar{\alpha}_r)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{(\sqrt{\gamma/\gamma_0}\sin\theta)^2}{2\sigma_i^2}\right] \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right) d\theta d\gamma. \quad (22)$$

虽然 (22) 式积分不能化简成解析形式的表达式, 但是只要给定了光强闪烁指数  $\sigma_I^2$ , 相位波动方差  $\sigma_\phi^2$  以及无湍流影响的原始信噪比  $\gamma_0$ , 就可以通过数值计算确定系统的误码率。在这里有必要指出, 文献[26]中虽然给出了信噪比  $\gamma$  的解析形式的概率密度分布函数, 但是方程中的参数  $r$  在  $\sigma_r^2$ ,  $\sigma_i^2$  以及  $\bar{\alpha}_r$  取

某些值的时候会出现虚数解, 这与它的物理意义是矛盾的, 因此在这里没有采用。

## 2.3 自适应光学相位补偿和相位波动方差

大气湍流引起的波前相位扰动可以用泽尼克多项式进行表示, 泽尼克多项式是定义在单位圆上的完全正交多项式, 表示为方向角函数与径向位置多

项式的乘积。根据 Noll 定义的标准化修正泽尼克多项式, 半径为  $R$  的接收孔径内的波前相位扰动可以表示为<sup>[27]</sup>

$$\phi_0(r, \theta) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j Z_j(\rho, \theta), \quad (23)$$

式中  $r$  为径向位置,  $\theta$  为方向角,  $\rho = r/R$ ,  $j$  表示泽尼克多项式阶数, 由于  $Z_j(\rho, \theta)$  为完全正交多项式, 因此系数  $a_j$  可以表示为

$$a_j = \iint d^2\rho W(\rho) \phi_0(R\rho, \theta) Z_j(\rho, \theta), \quad (24)$$

式中  $W(\rho)$  表示单位圆的孔径函数, 当  $\rho \leq 1$  时,  $W(\rho) = 1/\pi$ ; 当  $\rho > 1$  时,  $W(\rho) = 0$ 。

为了缓解大气湍流引起的波前相位扰动, 通常采用自适应光学技术进行相位补偿, 如图 1 所示, 典型的自适应光学相位补偿系统由可变形反射镜、Hartman-Shack 波前传感器和波前处理器组成<sup>[28, 29]</sup>。其中波前传感器能够实时探测光束的波前相位扰动, 并将相位扰动信号传送给波前处理器, 波前处理器通过运算给出用于波前相位补偿的控制电压, 控制电压信号能够驱动可变形反射镜的电极来改变其表面形状, 从而达到补偿波前相位的目的。

在理想条件下, 自适应光学系统补偿的相位扰动可用泽尼克多项式表示为

$$\phi_c(r, \theta) = \sum_{j=1}^J a_j Z_j(\rho, \theta), \quad (25)$$

式中  $J$  的意义是表示前  $J$  项泽尼克多项式的相位扰动得到了补偿, 也代表了系统的相位补偿模式。由于大气湍流引起的相位扰动服从零均值高斯分布, 因此经过相位补偿后的残余相位波动方差可以表示为<sup>[27]</sup>

$$\sigma_\phi^2 = \int d\rho W(\rho) [\overline{\phi_0(R\rho) - \phi_c(R\rho)}]^2 \approx 0.2944 J^{-\sqrt{3}/2} (D/r_0)^{5/3}, \quad (26)$$

式中  $r_0$  表示大气相干长度, 对于地面水平传输情形, 假设均匀的湍流条件, 则  $r_0$  可表示为<sup>[13]</sup>  $(0.423k^2 C_n^2 L)^{-3/5}$ 。

## 2.4 孔径平均效应和光强闪烁指数

考虑平面波传输模型, 在一般光强波动条件下, 考虑孔径平均效应和大气湍流内尺度和外尺度作用时, 光强闪烁指数可以表示为<sup>[13]</sup>

$$\sigma_I^2(D) = \exp\left[\sigma_{\ln X}^2(D, l_0) - \sigma_{\ln X}^2(D, L_0) + \frac{0.51\sigma_{\text{PL}}^2(1 + 0.69\sigma_{\text{PL}}^{12/5})^{-5/6}}{1 + 0.9d^2(\sigma_{\text{R}}/\sigma_{\text{PL}})^{12/5} + 0.62d^2\sigma_{\text{R}}^{12/5}}\right] - 1, \quad (27)$$

该式对于弱光强波动条件和强光强波动条件都适用, 式中  $\sigma_{\text{R}}^2 = 1.23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$  为 Rytov 方差,  $C_n^2$  为大气湍流结构常数,  $k = 2\pi/\lambda$  为光波波数,  $\lambda$  为光波波长, 式中的其他参数表示如下:

$$\begin{aligned} \sigma_{\ln X}^2(D, l_0) &= 0.16\sigma_{\text{R}}^2 \left(\frac{\eta_{Xd} Q_l}{\eta_{Xd} + Q_l}\right)^{7/6} \left[1 + 1.75 \left(\frac{\eta_{Xd} Q_l}{\eta_{Xd} + Q_l}\right)^{1/2} - 0.25 \left(\frac{\eta_{Xd} Q_l}{\eta_{Xd} + Q_l}\right)^{7/12}\right], \\ \sigma_{\ln X}^2(D, L_0) &= 0.16\sigma_{\text{R}}^2 \left(\frac{\eta_{Xd0} Q_l}{\eta_{Xd0} + Q_l}\right)^{7/6} \left[1 + 1.75 \left(\frac{\eta_{Xd0} Q_l}{\eta_{Xd0} + Q_l}\right)^{1/2} - 0.25 \left(\frac{\eta_{Xd0} Q_l}{\eta_{Xd0} + Q_l}\right)^{7/12}\right], \\ \eta_{Xd} &= \frac{2.61}{1 + 0.65d^2 + 0.45\sigma_{\text{R}}^2 Q_l^{1/6}}, \quad \eta_{Xd0} = \frac{2.61 Q_0}{2.61 + Q_0 + 0.65d^2 Q_0 + 0.45\sigma_{\text{R}}^2 Q_0 Q_l^{1/6}}, \\ d &= \sqrt{\frac{kD^2}{4L}}, \quad Q_l = \frac{10.89L}{kl_0^2}, \quad Q_0 = \frac{64\pi^2 L}{kL_0^2}, \\ \sigma_{\text{PL}}^2 &= 3.86\sigma_{\text{R}}^2 \left\{ (1 + 1/Q_l^2)^{11/2} \left[ \sin\left(\frac{11}{6} \arctan Q_l\right) + \frac{1.51}{(1 + Q_l^2)^{1/4}} \sin\left(\frac{4}{3} \arctan Q_l\right) - \frac{0.27}{(1 + Q_l^2)^{7/24}} \sin\left(\frac{5}{4} \arctan Q_l\right) \right] - \frac{3.50}{Q_l^{5/6}} \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

当忽略大气湍流内尺度和外尺度作用时, 即  $l_0 \rightarrow 0, L_0 \rightarrow \infty$ , 光强闪烁指数可以简化为

$$\sigma_I^2(D) = \exp\left[\frac{0.49\sigma_{\text{R}}^2}{(1 + 0.65d^2 + 1.11\sigma_{\text{R}}^{12/5})^{7/6}} + \frac{0.51\sigma_{\text{R}}^2(1 + 0.69\sigma_{\text{R}}^{12/5})^{-5/6}}{1 + 0.9d^2 + 0.62d^2\sigma_{\text{R}}^{12/5}}\right] - 1. \quad (29)$$

进一步忽略孔径平均效应时, 光强闪烁指数可以简化为

$$\sigma_I^2 = \exp\left[\frac{0.49\sigma_{\text{R}}^2}{(1 + 1.11\sigma_{\text{R}}^{12/5})^{7/6}} + \frac{0.51\sigma_{\text{R}}^2}{(1 + 0.69\sigma_{\text{R}}^{12/5})^{5/6}}\right] - 1. \quad (30)$$

### 3 数值结果和讨论

#### 3.1 忽略大气湍流内尺度和外尺度作用时孔径平均效应对系统误码率的影响

本节忽略大气湍流内外尺度作用,针对不同传输距离,不同波长以及不同相位补偿模式,研究孔径平均效应对系统误码率和接收孔径直径最优值的影响。根据大气湍流结构常数的 H-V<sub>5/7</sub> 模型,地面附近的大气湍流结构常数  $C_n^2$  可以取为  $1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 。将(29)式和(30)式分别代入系统误码率表达式(22)式,可分别确定有无孔径平均效应时系统的误码率。

图 2 为不同传输距离下孔径平均效应对系统误码率的影响。图中 AA 表示孔径平均效应。数值模拟中,水平传输距离  $L$  分别取为 500、800、1000、1500 m,所对应的 Rytov 方差  $\sigma_R^2$  分别为 0.10、0.22、0.34、0.71,光波波长  $\lambda$  取为 1550 nm,相位补偿模式考虑  $J=1$  的情形。图 2(a)给出了接收机孔径直径固定为 2 cm 时,误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化,与图 2(a)所对应的接收端信号光的统计参数在表 1 中给出。从图 2 中可以看出,对于相同的传输距离来说,孔径平均效应能够降低系统的误码率,改善系统的性能,并且原始信噪比越大,改善效果越明显;对于不同的传输距离来说,孔径平均效应对系统误码率的影响是不同的,传输距离越长,孔径平均效应对系统误码率的影响越小。对此可以解释为随着传

输距离增大,光强闪烁指数和相位波动方差也都增大,虽然由孔径平均效应导致的光强闪烁指数的减小量  $\Delta\sigma_I^2$  也增大,但是由表 1 中的数据可知,孔径平均效应的影响相对而言是减小的。图 2(b)给出了误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化。由于  $\gamma_0$  正比于  $D^2$ ,在数值模拟中,假设当  $D = 10 \text{ cm}$  时,  $\gamma_0 = 30 \text{ dB}$ ,对于其他  $D$  值,  $\gamma_0$  按照此比例关系确定。从图 2 中可以看出,无论是否考虑孔径平均效应,都存在一个接收孔径直径的最优值使得误码率最小。这是因为原始信噪比  $\gamma_0$  会随着接收孔径直径的增大而增大,从而减小误码率,而相位波动方差会随着接收孔径直径的增大而增大,但是会增加误码率,当不考虑孔径平均效应时,原始信噪比  $\gamma_0$  和相位波动方差共同决定了接收孔径直径的最优值。当考虑孔径平均效应时,光强闪烁指数会随着接收机孔径的增大而减小,从而减小系统的误码率,此时,原始信噪比  $\gamma_0$ , 相位波动方差以及光强闪烁指数共同决定接收孔径直径的最优值。虽然从图 2(b)中看,孔径平均效应对接收机孔径直径的最优值影响并不明显,但是从数据上分析,影响是存在的,并且在后文中将会给出具有明显影响的结果。图 2(b)还表明当接收孔径直径越接近最优值时,孔径平均效应对系统的误码率影响越大;当接收孔径直径偏离最优值越远时,孔径平均效应对系统误码率的影响越小。

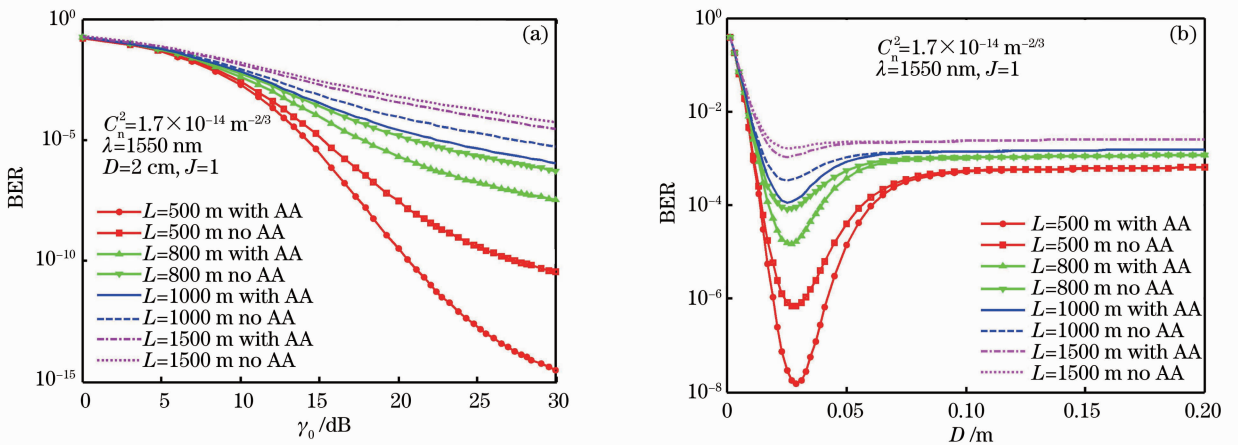


图 2 不同传输距离下孔径平均效应对系统误码率的影响。(a)误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化;  
(b)误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化

Fig. 2 Influence of aperture averaging on BER under different transmission distances. (a) BER as a function of the original SNR  $\gamma_0$ ; (b) BER as a function of the receiver aperture diameter  $D$

图 3 为不同波长条件下,孔径平均效应对系统误码率的影响。数值模拟中波长分别取为 1550、1064、840 nm,传输距离为 500 m, Rytov 方差为 0.10,相位

补偿模式考虑  $J=1$  的情形。图 3(a)给出了接收孔径直径为 2 cm 时误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化。从图 3 中可以看出,无论是否考虑孔径平均效应,系



统的误码率都随着波长的增大而减小,并且波长越大,孔径平均效应对系统的误码率影响越大。图 3(b)给出了误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化,

原始信噪比  $\gamma_0$  与  $D^2$  的比例关系与图 2(b)相同。从图中可以看出,无论是否考虑孔径平均效应,接收孔径直径的最优值都随着波长的增加而增加。

表 1 不同传输距离接收端信号光的相关统计参数

Table 1 Related statistical parameters of the optical signal at the receiver for different transmission distances

$L / \text{m}$	$\sigma_R^2$	$\sigma_I^2$	$\sigma_I^2(D)$	$\Delta\sigma_I^2$	$\Delta\sigma_I^2 / \sigma_I^2$	$\sigma_{\#}^2$
500	0.095	0.094	0.055	0.039	0.415	0.090
800	0.225	0.215	0.147	0.068	0.316	0.144
1000	0.339	0.312	0.225	0.087	0.279	0.179
1500	0.712	0.565	0.432	0.133	0.235	0.269

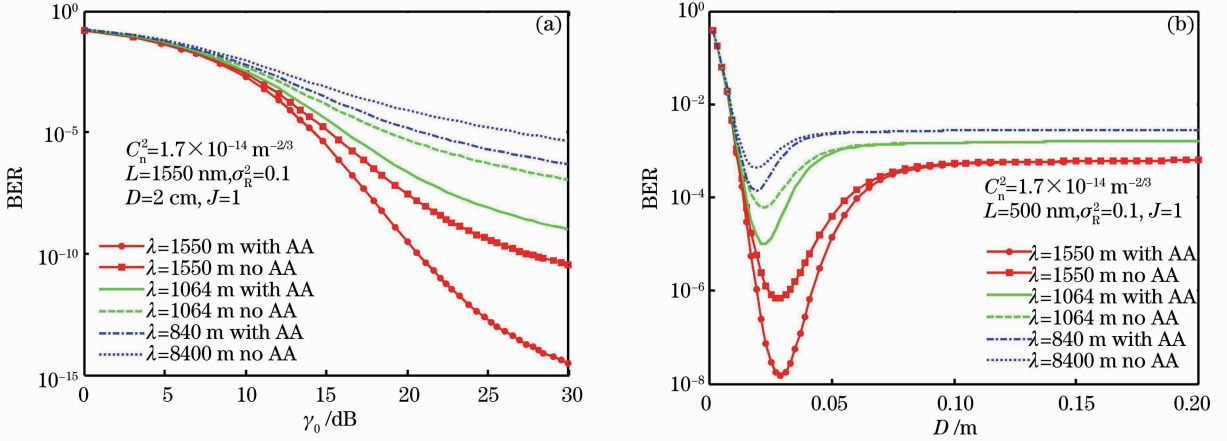


图 3 不同波长条件下孔径平均效应对系统误码率的影响。(a)误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化；(b)误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化

Fig. 3 Influence of aperture averaging on BER under different wavelength conditions. (a) BER as a function of the original SNR  $\gamma_0$ ; (b) BER as a function of the receiver aperture diameter  $D$

图 4 为不同相位补偿模式下孔径平均效应对系统误码率的影响。数值模拟中相位补偿模式  $J$  值分别取为 1、2、3、5,传输距离为 1500 m,Rytov 方差为 0.71,波长为 1550 nm。图 4(a)给出了接收孔径

直径为 5 cm 时,误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化。从图 4 中可以看出,利用相位补偿技术能够有效改善系统的误码率。当相位补偿模式  $J=1$  时,系统的误码率很大,孔径平均效应的影响很小。当相位

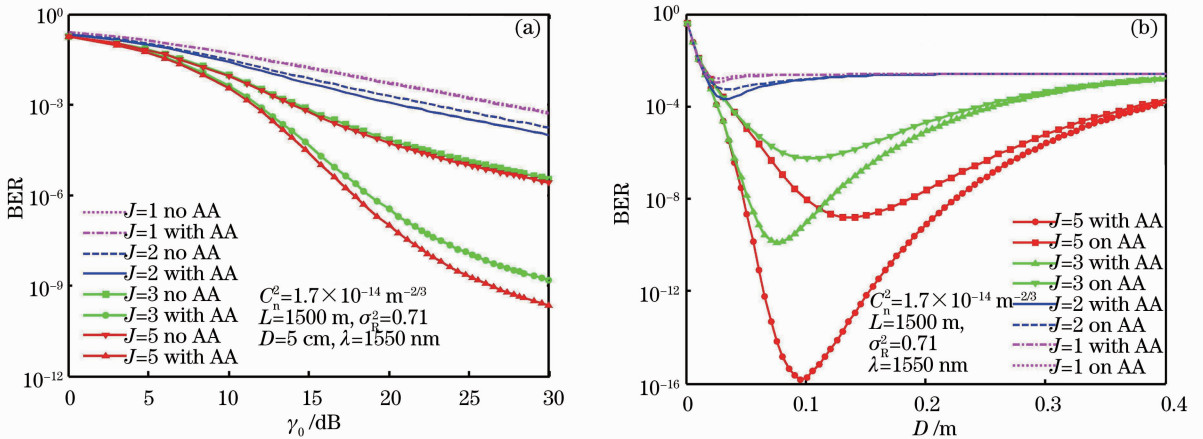


图 4 不同相位补偿模式下孔径平均效应对系统误码率的影响。(a)误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化；(b)误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化

Fig. 4 Influence of aperture averaging on BER under different phase compensation modes. (a) BER as a function of the original SNR  $\gamma_0$ ; (b) BER as a function of the receiver aperture diameter  $D$

补偿模式  $J$  值不断增加,系统的误码率不断减小,孔径平均效应对系统误码率的影响也逐渐增大。这是由于随着相位补偿模式  $J$  值增加,相位波动方差减小,而由孔径平均效应导致的光强闪烁指数的减小量并不改变,相对而言,孔径平均效应对系统误码率影响增大。图 4(b)给出了误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化,信噪比  $\gamma_0$  与  $D^2$  的比例关系与图 2

表 2 不同相位补偿模式下有无孔径平均效应的接收孔径直径最优值对比

Table 2 Comparison of the optimum receiver aperture diameters of the systems with and without aperture averaging under different phase compensation modes

Phase compensation mode	$J=1$	$J=2$	$J=3$	$J=5$
Optimum value of $D$ / cm				
No aperture averaging	2.6	3.5	10.4	13.7
With aperture averaging	2.5	3.3	7.7	9.6

### 3.2 孔径平均效应中大气湍流内尺度和外尺度对系统误码率的影响

将(27)式代入(22)式可以计算出考虑大气湍流内外尺度时系统的误码率。图 5 为孔径平均效应中大气湍流内尺度对系统误码率的影响。数值计算中湍流外尺度取为  $\infty$ ,湍流内尺度分别取为 0、2、5、10 mm,传输距离为 1500 m,Rytov 方差为 0.71,波长为 1550 nm,相位补偿模式  $J=3$ 。图 5(a)给出了接收机孔径直径为 5 cm 时误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化。从图 5 中可以看出,随着湍流内尺度的增大,系统的误码率增大,但是增大的趋势有所减小,这种影响与湍流内尺度对光强闪烁指数的影响是相关的。图 5(b)给出了误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化,原始信噪比  $\gamma_0$  与  $D^2$  的比例关系与上文相同。从图 5 中可以看出,大气湍流内尺度对接收孔

(b)相同。从图中可以明显看出孔径平均效应对接收孔径直径最优值的影响,对于相同的相位补偿模式,考虑孔径平均效应的接收孔径直径的最优值要小于没有考虑孔径平均效应时的接收孔径直径的最优值,并且相位补偿模式  $J$  值越大,这种影响越大。与图 4(b)对应的接收孔径直径的最优值在表 2 中给出。

径直径最优值具有一定影响,随着湍流内尺度的增大,接收孔径直径的最优值会增大。

图 6 为大气湍流外尺度对系统误码率的影响。数值计算中湍流内尺度取为 2 mm,湍流外尺度分别取为  $\infty$ 、0.5、0.25、0.1 m,其他参数与图 5 相同。图 6(a)给出了误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化,从图 6(a)中可以看出,随着湍流外尺度的减小,系统的误码率也减小,但是减小的趋势逐渐变缓,这种影响与湍流外尺度对光强闪烁指数的影响是相关的。图 6(b)给出了误码率随接收孔径直径  $D$  的变化,原始信噪比  $\gamma_0$  与  $D^2$  的比例关系与上文相同。从图 6(b)中可以看出,接收孔径直径的最优值会随着湍流外尺度的减小而减小。总的来说,系统误码率和接收孔径直径最优值会随着大气湍流内尺度的增大而相应增大,随着大气湍流外尺度的减小而相应减小。

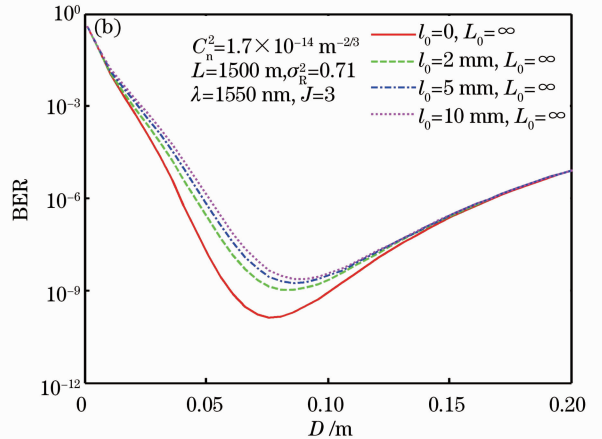
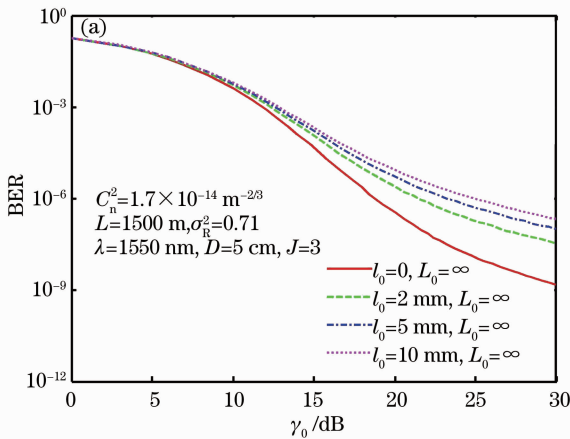


图 5 大气湍流内尺度对系统误码率的影响。(a)误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化;  
(b)误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化

Fig. 5 Influence of the atmospheric turbulence inner scale on BER. (a) BER as a function of the original SNR  $\gamma_0$ ; (b) BER as a function of the receiver aperture diameter  $D$



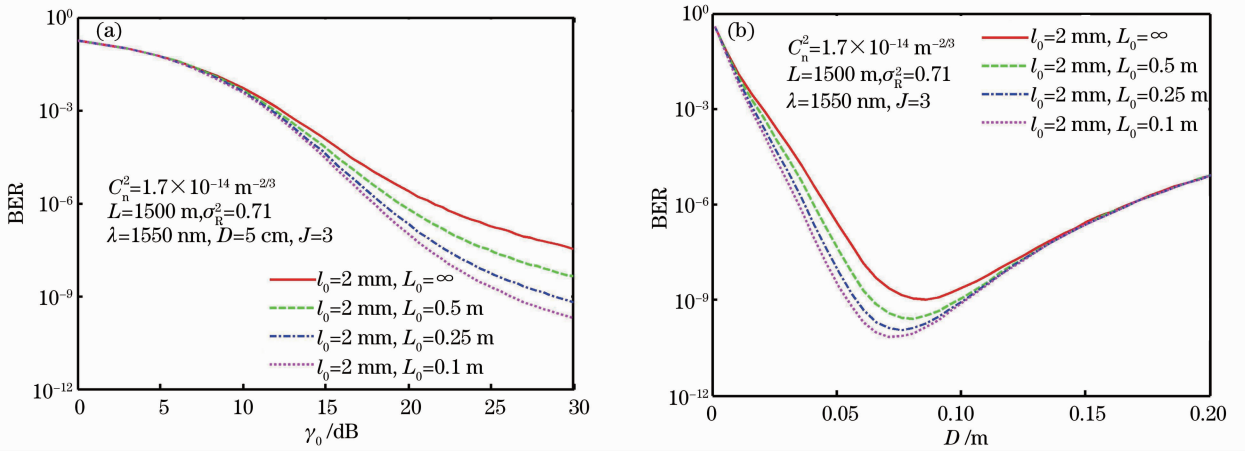


图 6 大气湍流外尺度对系统误码率的影响。(a)误码率随原始信噪比  $\gamma_0$  的变化；(b)误码率随接收机孔径直径  $D$  的变化

Fig. 6 Influence of the atmospheric turbulence outer scale on BER. (a) BER as a function of the original SNR  $\gamma_0$  ;

(b) BER as a function of the receiver aperture diameter  $D$

## 4 结 论

基于大气湍流影响下的空间相干光通信系统模型和孔径平均效应的平面波模型，研究了孔径平均效应及大气湍流内外尺度对采用相位补偿技术的相干光通信系统误码率和接收孔径直径最优值的影响。通过对数值结果进行分析，得出以下结论：1) 孔径平均效应能够有效减小相干光通信系统的误码率，改善系统的性能；2) 传输距离越短，原始信噪比越高，波长越长，相位补偿模式的  $J$  值越大，接收孔径直径越接近最优值，孔径平均效应对系统的误码率改善效果越明显；3) 无论是否考虑孔径平均效应，系统的误码率都随着波长的增大而减小，接收孔径直径的最优值都随着波长的增大而增大；4) 孔径平均效应会影响接收孔径直径的最优值，相位补偿模式的  $J$  值越大，影响越明显；5) 系统的误码率和接收孔径直径的最优值会随着湍流内尺度的增大而增大，随着湍流外尺度的减小而减小。综合以上结论可以发现，当给定各种参数后如果计算出的系统误码率越小，那么孔径平均效应的影响往往是越大的。在实际应用中，系统的误码率一般要求达到  $10^{-9}$  左右，从本文数值结果来看，此时孔径平均效应对系统的误码率影响是较大的，并且对于采用相位补偿技术的系统，孔径平均效应对接收孔径直径的最优值也有较大影响。因此，孔径平均效应是空间相干光通信系统优化设计所需考虑的重要因素。本文的研究有助于空间相干光通信系统的设计。

## 参 考 文 献

1 A. H. Mikesell, A. A. Hoag, J. S. Hall. The scintillation of

- starlight[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1951, **41**(10): 689~695
- 2 D. L. Fried. Aperture averaging of scintillation[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1967, **57**(2): 169~175
- 3 A. I. Kon. Averaging of spherical-wave fluctuation over a receiving aperture[J]. *Radiophys. Quantum Electron.*, 1969, **12**(1): 122~124
- 4 G. E. Homstad, J. W. Strohbehn, R. H. Berger *et al.*. Aperture-averaging effects for weak scintillations[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**(2): 162~165
- 5 H. T. Yura, W. G. McKinley. Aperture averaging of scintillations of space-to-ground optical communication applications[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(11): 1608~1609
- 6 J. H. Churnside. Aperture averaging of optical scintillations in the turbulent atmosphere[J]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(15): 1982~1994
- 7 R. F. Lutmirshi, H. T. Yura. Aperture-averaging factor of a fluctuating light signal[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1969, **59**(9): 1247~1248
- 8 S. J. Wang, Y. Baykal, M. A. Plonus. Receiver-aperture averaging effects for the intensity fluctuation of a beam wave in the turbulence atmosphere[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, **73**(6): 831~837
- 9 L. C. Andrews. Aperture-averaging factor for optical scintillations of plane and spherical waves in the atmosphere[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(4): 597~600
- 10 L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen. Aperture averaging of optical scintillations: power fluctuations and the temporal spectrum[J]. *Waves Random Media*, 2000, **10**(1): 53~70
- 11 F. S. Vetelino, C. Young, L. C. Andrews *et al.*. Aperture averaging effects on the probability density of irradiance fluctuations in the moderate-to-strong turbulence [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(11): 2099~2108
- 12 Rao Ruizhong, Gong Zhiben, Wang Shipeng *et al.*. Aperture averaging of saturated scintillation of laser propagation in the atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(1): 36~40
- 饶瑞中, 龚知本, 王世鹏等. 激光大气闪烁饱和的孔径平均效应[J]. *光学学报*, 2002, **22**(1): 36~40
- 13 L. C. Andrews, R. L. Phillips. *Laser Beam Propagation through Random Media*[M]. Washington: SPIE Press, 2005
- 14 H. Yuksel. Aperture averaging for optimizing receiver design and system performance on free-space optical communication links

- [J]. *J. Opt. Netw.*, 2005, **4**(8): 462~475
- 15 F. S. Vetelino, C. Young, L. C. Andrews. Fade statistics and aperture averaging for Gaussian beam waves in moderate-to-strong turbulence[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(18): 3780~3789
- 16 M. A. Khalighi, N. Schwartz, N. Aitamer *et al.*. Fading reduction by aperture averaging and spatial diversity in optical wireless systems[J]. *J. Opt. Commun. Netw.*, 2009, **1**(6): 580~593
- 17 Yang Changqi, Jiang Wenhan, Rao Changhui. Impact of aperture averaging on bit-error rate for free-space optical communication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 212~218  
杨昌旗, 姜文汉, 饶长辉. 孔径平均对自由空间光通信误码率的影响[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 212~218
- 18 Xu Nan, Liu Liren, Liu De'an *et al.*. Technologies and recent progress of coherent optical communications in free space[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2007, **44**(8): 44~51  
许楠, 刘立人, 刘德安等. 自由空间相干光通信技术及其进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2007, **44**(8): 44~51
- 19 Pan Feng, Ma Jing, Tan Liying *et al.*. Theoretical and experimental study on power spectrum of atmospheric scintillation with aperture receiving[J]. *High Power and Particle Beams*, 2006, **18**(9): 1457~1459  
潘锋, 马晶, 谭立英等. 孔径接收下的大气闪烁频谱的理论研究和实验研究[J]. *强激光与粒子束*, 2006, **18**(9): 1457~1459
- 20 Li Xinyang, Jiang Wenhan, Wang Chunhong *et al.*. Power spectral analysis of the disturbed wavefront in laser beam horizontal atmospheric propagation II: wavefront phase and greenwood frequency[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(8): 1035~1042  
李新阳, 姜文汉, 王春红等. 激光实际大气水平传输湍流畸变波前的功率谱分析 II: 波前相位与格林伍德频率[J]. *光学学报*, 2000, **20**(8): 1035~1042
- 21 L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen. *Laser Beam Scintillation with Applications*[M]. Washington: SPIE Press, 2001
- 22 L. Fried. Optical heterodyne detection of an atmospherically distorted signal wave front[J]. *Proc. IEEE*, 1967, **55**(1): 57~67
- 23 J. H. Churnside, C. M. McIntyre. Signal current probability distribution for optical heterodyne receivers in the turbulent atmosphere. 1: theory [J]. *Appl. Opt.*, 1978, **17**(14): 2141~2147
- 24 K. A. Winick. Atmospheric turbulence-induced signal fades on optical heterodyne communication links[J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(11): 1817~1825
- 25 M. P. statistics, V. F. Canales. Speckle statistics in partially corrected wave fronts [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(14): 1072~1074
- 26 A. Belmonte, J. M. Kahn. Performance of synchronous optical receivers using atmospheric compensation techniques[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(18): 14151~14162
- 27 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(3): 207~211
- 28 Yan Zhaojun, Li Xinyang, Rao Changhui. Numerical simulation of a prediction control algorithm for close-loop adaptive optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(1): 0101003  
颜召军, 李新阳, 饶长辉. 一种自适应光学闭环系统预测控制算法的仿真研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(1): 0101003
- 29 Li Bangming, Li Changwei, Zhang Sijiong. Dynamic optimization method for modal control of adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(4): 0401005  
李邦明, 李常伟, 张思炯. 自适应光学系统控制动态优化方法[J]. *光学学报*, 2012, **32**(4): 0401005

栏目编辑: 何卓铭