# 纺织纤维光散射特性的模拟与实验

彭 波<sup>1,2</sup> 丁天怀<sup>1</sup> 王 鹏<sup>1</sup> (<sup>1</sup>清华大学精密仪器与机械学系,北京 100084 <sup>2</sup>清华大学深圳研究生院,广东 深圳 518055</sub>)

摘要 纺织纤维的光散射特性在纺织材料微观结构、光学性质以及无损检测中至关重要。利用纺织纤维各向异性 的结构特点改进现有的角谱展开法,得到纺织纤维对倾斜入射平面波的散射以及表征其光散射特性的 Mueller 矩 阵。采用蒙特卡罗算法模拟了平行棉纤维束对倾斜入射偏振光的多次散射,并对其计算结果进行了实验验证。结 果表明理论计算和实验测量的散射光斑在形状特征、光强分布上均一致,从而验证了蒙特卡洛方法模拟纺织纤维 光散射的正确性。结果同时也表明蒙特卡罗方法在纺织材料光传播特性的理论研究中具有重要的指导意义。 关键词 散射;纺织纤维;蒙特卡罗;Mueller矩阵;各向异性

doi: 10.3788/AOS201232.0829001 **中图分类**号 O436 文献标识码 A

# Simulation and Experiment of Light Scattering Properties of Textile Fibers

Peng Bo<sup>1,2</sup> Ding Tianhuai<sup>1</sup> Wang Peng<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084, China V <sup>2</sup> Graduate School at Shenzhen, Tsinghua University, Shenzhen, Guangdong 518055, China

Abstract Light scattering properties of textile fibers are essential in microscopic structure, optical properties and non-destructive examination for textile material. A published spectral approach is improved by utilizing anisotropic structural characteristics of textile fibers. The scattered electric fields of the oblique plane wave illuminating textile fibers and the Mueller matrix characterizing the scattering events are obtained, sequentially. Monte Carlo algorithm is then applied to simulate the multiple scattering of polarized light illuminating obliquely the parallel cotton fiber assemblies, and its results are verified experimentally. The scattering pattern calculated theoretically is in good agreement with the one measured experimentally on shape features and intensity distribution, which indicates the validity of Monte Carlo method for simulating the textile fibers scattering in this paper and indicates that this method has important guiding significance in the theoretical study of light propagation characteristics of textile material. Key words scattering; textile fibers; Monte Carlo; Mueller matrix; anisotropy

OCIS codes 290.5820; 290.5850; 160.2290

1 弓[ 言

纺织纤维的光散射特性被广泛应用于纺织材料 的微观结构分析<sup>[1]</sup>、纤维质量检测<sup>[2]</sup>以及纤维细度 测量<sup>[3]</sup>等领域的研究中。由于纺织材料的光学特性 是大量纺织纤维多次散射的结果,所以精确描述单 根纺织纤维的光散射特性至关重要。虽然许多作者 对纺织纤维的光散射特性进行了详细的实验研 究<sup>[1~3]</sup>,但针对其多次散射的理论研究却未见报道。 根据物质结构和光学特性,纺织纤维可分为各向同 性纤维(如玻璃纤维)、各向异性纤维(如棉纤维、蚕 丝纤维)以及两者的共存态(如腈纶纤维、氯纶纤 维)[4]。由于各向同性纤维是各向异性纤维的特殊

收稿日期: 2011-12-30; 收到修改稿日期: 2012-03-27

基金项目: 江苏省科技攻关计划(BE2007056)资助课题。

作者简介: 彭 波(1983—), 男, 博士研究生, 主要从事纺织材料光学检测方面的研究。

E-mail: pengb07@mails.tsinghua.edu.cn

**导师简介:**丁天怀(1945—),男,教授,主要从事传感技术与智能检测等方面的研究。 E-mail: dlnj@mail.tsinghua.edu.cn(通信联系人)

情况,且纤维长度远远大于其直径<sup>[4]</sup>,所以对纺织纤 维光散射特性的研究可近似为求解无限长各向异性 圆柱粒子光散射的物理模型。由于各向异性圆柱粒 子的光散射问题极为复杂,不少文献仅给出了特殊 情况(平面波垂直入射)时的散射传播特性<sup>[5,6]</sup>。而 对平面波倾斜入射时的散射,许多研究小组利用分 离变量法<sup>[7]</sup>、变分理论<sup>[8]</sup>、角谱展开法<sup>[9]</sup>以及圆柱矢 量波函数法<sup>[10]</sup>得到了各向异性圆柱粒子的电磁波 散射场。本文根据纺织纤维轴对称各向异性的结构 特点改进现有的角谱法展开法<sup>[9]</sup>,探讨了入射光电 场矢量平行和垂直于入射面时纺织纤维外部散射光 电场和表征其光散射特性的 Mueller 矩阵。利用 Mueller 矩阵计算的各向同性牙本质小管散射相函 数与现有文献一致,证实了纺织纤维光散射特性求 解各向同性纤维光散射问题的有效性。

直接测量单根纺织纤维的光散射极其困难,因此

利用单根棉纤维的光散射特性研究大量平行棉纤维 聚集构成的棉纤维束对倾斜入射偏振光的多次散射, 从而间接验证纺织纤维光散射特性的正确性。棉纤 维束是一种纤维状散射介质,其光学特性是内部大量 棉纤维多次散射的结果。由于蒙特卡罗随机方法是 求解散射介质多次光散射问题的有效途径<sup>[11~18]</sup>,采 用此方法研究了棉纤维束对倾斜入射偏振光多次散 射的空间光强分布,并与实验结果进行了对比。

## 2 纺织纤维的光散射

借鉴各向异性圆柱粒子电磁波散射场的角谱展 开<sup>[9]</sup>,利用纺织纤维呈轴对称分布的各向异性结构 特点对其内部散射场轴向分量进行角谱展开并简 化。结合电磁场边界条件,得到入射光电场矢量平 行和垂直于入射面时纺织纤维外部散射光电场 (*E*<sub>//s</sub>、*E*<sub>1,s</sub>)的表达式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\#s} = \frac{E_0}{\sin \zeta} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho \sin \zeta}} \exp\left(j \frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-jk(\rho \sin \zeta + z \cos \zeta)\right] \cdot \\ \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-jn\phi) \left\{\left[\cos(\pi - \zeta)\rho + \sin(\pi - \zeta)z\right]b_{n\mathrm{I}} + a_{n\mathrm{I}}\theta\right\}, \qquad (1) \\ \mathbf{E}_{\perp s} = \frac{E_0}{\sin \zeta} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho \sin \zeta}} \exp\left(j \frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-jk(\rho \sin \zeta + z \cos \zeta)\right] \cdot \\ \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-jn\phi) \left\{\left[\cos(\pi - \zeta)\rho + \sin(\pi - \zeta)z\right]b_{n\mathrm{II}} + a_{n\mathrm{II}}\theta\right\}, \end{bmatrix}$$

式中 $\rho, \theta, z$ 分别表示圆柱坐标系的径向、切向和轴 向相应的单位矢量(圆柱坐标系 ofz 如图 1 所示)。 ζ为入射光e<sup>i</sup> 与纤维轴向的夹角,φ为散射角,E<sub>0</sub> 为 入射光电场振幅,k、n为周围环境介质的波数和波 阻抗。未知系数 ani、bni 和 ani、bni 可利用分离变量 法<sup>[7]</sup>将纤维内部、外部电磁场横向分量表示为纵向 分量,并结合电磁场边界条件求出<sup>[9]</sup>。在(2)式的推 导中,考虑了纺织纤维的介电常数和磁导率可简化 为轴对称的二阶张量,即 $\varepsilon = \varepsilon_0 (n_{\perp}^2 \mathbf{x} \mathbf{x} + n_{\perp}^2 \mathbf{y} \mathbf{y} + n_{\perp}^2)$ zz), $\mu = \mu_0(xx + yy + zz)$ , $\varepsilon_0$ , $\mu_0$  为真空介电常数和 磁导率,n⊥、n∥分别表示纺织纤维横向和轴向的折 射率 $(n_1 = n_{\parallel})$ 时纺织纤维表现为各向同性),x、y、z 为纺织纤维的横向和轴向单位矢量。由纺织纤维的 外部散射光电场表达式[(2)式]不难得出其传播方 向为 sin  $\zeta \cdot \rho$  + cos  $\zeta \cdot z$ ,即散射光 e<sup>s</sup> 将分布在与 z 轴夹角为ζ的圆锥面内,如图1所示。

通过将入射光、散射光的电场矢量分别分解为 入射面、散射面的平行和垂直分量,并利用两者的琼



图 1 纺织纤维对倾斜入射平面波的散射示意图和 散射坐标系(圆柱坐标系 opz)

Fig. 1 Schematic of the oblique incident plane wave scattered by a single textile fiber and scattering coordinate system (cylindrical coordinate system  $\rho \phi z$ )

斯(Jones)矢量关系可得到纺织纤维的幅值散射矩

阵(即琼斯矩阵)

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\phi}) = \frac{1}{\sin \boldsymbol{\zeta}} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho \sin \boldsymbol{\zeta}}} \exp\left(j \frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-jk(\rho \sin \boldsymbol{\zeta} + z \cos \boldsymbol{\zeta})\right] \begin{bmatrix} J_1 & J_3 \\ J_4 & J_2 \end{bmatrix}, \\ J_1 = \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-jn\boldsymbol{\phi}) b_{n1}, \quad J_3 = \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-jn\boldsymbol{\phi}) a_{n1}, \\ J_4 = \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-jn\boldsymbol{\phi}) b_{n11}, \quad J_2 = \sum_{-\infty}^{\infty} \exp(-jn\boldsymbol{\phi}) a_{n11}, \end{cases}$$
(2)

则表征纺织纤维光散射特性的 Mueller 矩阵为

$$\begin{cases} \mathbf{M}(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\phi}) = \frac{2}{\pi k \rho \sin^{3} \boldsymbol{\zeta}} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}, \\ m_{11} = \frac{1}{2} \left( \mid J_{1} \mid^{2} + \mid J_{2} \mid^{2} + \mid J_{3} \mid^{2} + \mid J_{4} \mid^{2} \right), \\ m_{12} = m_{21} = \frac{1}{2} \left( \mid J_{1} \mid^{2} - \mid J_{2} \mid^{2} + \mid J_{3} \mid^{2} - \mid J_{4} \mid^{2} \right), \\ m_{13} = -m_{31} = \operatorname{Re}(J_{1}J_{4}^{*} + J_{3}J_{2}^{*}), \quad m_{14} = m_{41} = \operatorname{Im}(J_{4}J_{1}^{*} + J_{2}J_{3}^{*}), \\ m_{22} = \frac{1}{2} \left( \mid J_{1} \mid^{2} + \mid J_{2} \mid^{2} - \mid J_{3} \mid^{2} - \mid J_{4} \mid^{2} \right), \\ m_{23} = -m_{32} = \operatorname{Re}(J_{1}J_{4}^{*} - J_{2}J_{3}^{*}), \\ m_{24} = m_{42} = \operatorname{Im}(J_{4}J_{1}^{*} + J_{3}J_{2}^{*}), \quad m_{33} = \operatorname{Re}(J_{2}J_{1}^{*} + J_{4}J_{3}^{*}), \\ m_{34} = -m_{43} = \operatorname{Im}(J_{2}J_{1}^{*} + J_{4}J_{3}^{*}), \quad m_{44} = \operatorname{Re}(J_{1}J_{2}^{*} - J_{3}J_{4}^{*}), \end{cases}$$

利用 Mueller 矩阵可获得纺织纤维的诸多光散射特 性。例如,将散射光 Stokes 矢量( $I^{s}, Q^{s}, U^{s}, V^{s}$ )中 的散射光强  $I^{s}(\zeta, \phi)$ 按照最大值归一化可得到纺织 纤维对倾斜入射平面波的散射相函数  $p(\zeta, \phi)$ ,即  $\int p(\zeta, \phi) = I^{s}(\zeta, \phi) / \max_{0 \le \phi \le \pi} [I^{s}(\zeta, \phi)],$ 

 $(I^{i}, Q^{i}, U^{s}, V^{s})^{T} = M(\zeta, \phi)(I^{i}, Q^{i}, U^{i}, V^{i})^{T}, (4)$ 式中 $(I^{i}, Q^{i}, U^{i}, V^{i})$ 为入射光斯托克斯矢量。其次, Stokes-Mueller 矩阵的传输特性可以描述光在纺织 材料中的多次散射行为,即

 $(I^{\mathrm{s}}, Q^{\mathrm{s}}, U^{\mathrm{s}}, V^{\mathrm{s}})^{\mathrm{T}} =$ 

 $M_n R_n \cdots M_2 R_2 M_1 R_1 (I^i, Q^i, U^i, V^i)^{T}$ , (5) 式中 $M_i$ 表示第*i*次散射的Mueller矩阵,  $R_i$ 表示第 *i*次散射时入射光斯托克斯矢量的参考系变换矩 阵<sup>[17]</sup>。

为了验证纺织纤维的光散射特性对计算各向同 性纤维(即 $n_{\perp} = n_{//}$ )的有效性,利用 Kienle 等<sup>[13]</sup>给 出的各向同性牙本质小管散射参数 计算其散射相 函数 $p(\zeta, \phi)$ ,即采用波长 $\lambda = 633$  nm 的非偏振光 [Stokes 矢量为(1,0,0,0)]倾斜入射直径d =2 $\mu$ m、折射率 $n_{\perp} = n_{//} = 1.33$ 的牙本质小管(周围 环境介质折射率n = 1.52)。如图 2 所示,牙本质小





管散射相函数的计算结果与 Kienle 和 Yun 等<sup>[13,17]</sup>的结果完全一致。

### 3 蒙特卡罗模拟与实验

为了验证纺织纤维光散射特性的正确性,以棉 纤维为对象研究其对倾斜入射偏振光的散射问题。 棉纤维是具有显著各向异性的纺织纤维,其轴向折 射率  $n_{//}=1.581$ 、径向折射率  $n_{\perp}=1.530$  以及双折 射率  $\Delta n=0.051^{[4]}$ 。图 3 为波长 632.8 nm、电场矢 量平行于纤维方向的偏振光倾斜入射直径 6 μm 棉 纤维时的散射效率 Q(ζ)(可根据入射光斯托克斯矢 量和棉纤维的 Mueller 矩阵计算得到<sup>[17]</sup>)和散射相 函数  $p(\zeta, \phi)$ (周围环境介质为空气)。



图 3 棉纤维对偏振光(电场矢量平行于纤维方向)的散射效率和散射相函数。(a)散射效率;(b)散射相函数 Fig. 3 Scattering efficiency and scattering phase function of cotton fibers for polarized light whose electric field vector is parallel to the fibers orientation. (a) Scattering efficiency; (b) scattering phase function

由于实验测量单根棉纤维的散射特性(如散射 相函数)极其困难,且棉纤维在纺织材料(如纱线)中 都以纤维集合体的形式存在,所以探讨大量平行棉 纤维的光散射特性。通过采用蒙特卡罗方法跟踪光 子在棉纤维束中的多次散射传播过程,从理论上计 算其对倾斜入射偏振光多次散射后的空间光强分 布,验证了纺织纤维光散射特性的正确性。图4为 理论计算和实验测量的原理示意图。在实验中以  $\zeta=30°将面密度约为800 \text{ mm}^2、大小28 \text{ mm}×$ 6 mm×0.8 mm(长×宽×厚)的平行棉纤维束倾斜放置于 He-Ne 激光和透射屏之间,并利用 CCD 相



- 图 4 平行棉纤维束对倾斜入射偏振光(电场矢量平行于 纤维方向)的散射光强测量示意图
- Fig. 4 Measurement of scattered light intensity of the tilted incident polarized light impinging on parallel cotton fiber assemblies (the electric field vector of the incident polarized light is parallel to the fibers orientation)

机记录透射屏背面的散射光斑。为了能够在蒙特卡 罗算法中计算散射光子的空间位置、斯托克斯矢量 以及逸出棉纤维束时的空间位置,以偏振光入射点 为原点o',以棉纤维束中纤维方向为x',入射表面为 平面 x'o'y',厚度方向为z'建立计算坐标系 o'x'y'z'(如图4所示)。

#### 3.1 蒙特卡罗算法

蒙特卡罗算法能够通过追踪散射介质中光子的 散射传播过程得到其精确的光散射特性,成为求解 多次光散射问题的有效途径。采用的蒙特卡罗算法



图 5 蒙特卡罗算法 Fig. 5 Flow chart of Monte Carlo algorithm

是在传统蒙特卡罗程序<sup>[11]</sup>的基础上针对纺织纤维 光散射特性的改进,同时程序中对散射光子斯托克 斯矢量的计算、逸出光子斯托克斯矢量的变换借鉴 了 Ramella-Roman 等<sup>[14,17]</sup>的方法,算法流程如图 5 所示。

首先是初始化棉纤维束的参数,如尺寸大小、 纤维分布的面密度 $C_A$ 等;其次是根据棉纤维的折射 率 $(n_{//},n_{/},\Delta n)$ 、直径 a 等计算其光散射特性(散射 效率、散射相函数)。由于实验中入射偏振光的电场 矢量平行于纤维方向,入射光子的初始斯托克斯矢 量为(1,1,0,0)。入射光子从前表面进入棉纤维束 后,由棉纤维的光散射特性计算其发生下一次散射 的步长,并旋转斯托克斯矢量到入射面,再利用棉纤 维的散射相函数计算光子散射后的方向,直到该光 子逸出棉纤维束或被吸收才停止对其追踪。计算完 给定的所有光子后让逸出光子传播到图 4 所示的透 射屏上,并通过空间坐标变换(先将坐标系 o'x'y'z'原点o' 平移到屏幕坐标系oxy 的原点o,再绕y' 轴 旋转坐标系 o'x'y'z',使其 x' 轴与屏幕坐标系 oxy的x轴重合)将其空间坐标变换到屏幕坐标系中,最 后统计逸出光子在透射屏上的光强。其中散射光子 的散射角 ø(即出射方向) 是通过反函数抽样法<sup>[11]</sup> 对归一化的散射相函数  $p(\xi,\phi)$  进行抽样得到的。如 图 3(b) 所示,由于散射相函数 p(ζ, φ) 与 ζ 相关,为 了避免每次发生散射时重复计算 p(ζ, φ),在计算棉 纤维光散射特性时计算了 ζ 从 0° ~ 360° 变化(以 0. 5°间隔递增)时对应的 p(z, p)。当光子每次与棉纤 维发生散射时根据  $\zeta$  查找对应的  $p(\zeta, \phi)$ ,提高了程 序的运行速度。对于光子两次散射之间的移动步长 s,采用了光子自由程概率分布取样<sup>[11]</sup>的方法计算 其步长大小,即

 $s =-\ln(\xi)/[Q(\zeta)aC_A + \mu_a],$  (6) 式中  $\xi$ 为(0,1) 均匀分布的随机变量, a 为棉纤维的 直径,  $C_A$  棉纤维束的面密度,  $\mu_a$  为棉纤维的吸收系 数(由于棉纤维具有高散射、低吸收的特点, 程序中  $\mu_a$  取值 0.01 mm<sup>-1</sup>),  $Q(\zeta)$  为棉纤维散射效率, 如 图 3(a) 所示。由于  $Q(\zeta)$  也是与入射夹角  $\zeta$ 相关, 采 用了与计算  $p(\zeta, \phi)$  一致的方法, 即在计算棉纤维光 散射特性时计算出  $\zeta$ 从 0° ~ 360° 变化(以 0.5° 间隔 递增) 时对应的  $Q(\zeta)$ , 在每次计算散射步长 s 时根 据  $\zeta$  的取值查找对应的  $Q(\zeta)$ 。

#### 3.2 结果与分析

实验中入射偏振光并非无限细光束,因此在采 用上述蒙特卡罗算法时通过改变每个入射光子的入 射点模拟了实验中直径约 0.8mm、目光强分布呈高 斯分布的偏振激光束。图 6 为理论计算和实验测出 的散射光空间光强分布,其中图 6(a)为蒙特卡罗算 法计算结果,图6(b)为实验测量结果(由于散射光 斑的中心光强太强造成 CCD 相机拍摄时产生耀斑, 因而在实验测量中对光斑中心光强进行了衰减)。 从棉纤维的散射相函数 [图 3(b)] 可以看出, 光子与 棉纤维散射后其出射方向集中于小角范围内,即以 较大散射角出射的光子概率极低,所以理论计算和 实验测量的光强分布均是中心极强,偏离中心急剧 衰减,且离中心越远光强越弱;其次,从棉纤维束中 逸出的散射光子应呈圆锥分布,传播到透射屏上轨 迹应为梨形,但由于散射光子集中于小角散射,在理 论计算和实验测量中只能得到梨形尖端较小范围内 的弧状光斑(即原点 O 附近的散射光斑);最后,由 于棉纤维束对入射偏振光的多次散射,在远离散射 中心的位置出现逸出光子发散,光强分布范围逐渐 增大。对于上述特征,蒙特卡罗算法理论计算的结



图 6 平行棉纤维束对倾斜入射偏振光多次散射的空间光强分布。(a)蒙特卡罗算法计算结果;(b)实验测量结果 Fig. 6 Spatial intensity distribution of the tilted incident polarized light scattered multiply by parallel cotton fiber assemblies. (a) Monte Carlo algorithm simulation result; (b) experimental measurement result

果与实验测量相一致,表明纺织纤维光散射特性计算正确。

# 4 结 论

根据纺织纤维轴对称各向异性的结构特点改进 现有的角谱展开法,得到倾斜入射平面波的散射场 和表征纺织纤维光散射特性 Mueller 矩阵。利用 Mueller 矩阵计算的各向同性牙本质小管散射相函 数与现有文献一致,证实了本文方法对求解各向同 性纤维光散射问题的有效性。其次,应用单根棉纤 维的光散射特性,通过蒙特卡罗算法从理论上计算 大量平行棉纤维聚集构成的棉纤维束对倾斜入射偏 振光多次散射的空间光强分布,并与实验结果进行 对比。结果表明理论计算和实验测量的散射光斑在 形状特征、光强分布上均完全一致,从而验证了得出 的纺织纤维光散射 Mueller 矩阵的正确性。采用 Stokes-Mueller 传输特性的蒙特卡罗方法将促进纺 织材料多次光散射与传播特性的理论研究。

#### 参考文献

- M. Aslan, J. Yamada, M. P. Menguc *et al.*. Characterization of individual cotton fibers via light-scattering experiments [J]. J. Thermophys & Heat Transfer, 2003, 17(4): 442~449
- 2 J. A. Thomasson, S. Manickavasagam, M. P. Menguc. Cotton fiber quality characterization with light scattering and Fourier transform infrared techniques [J]. *Appl. Spectrosc.*, 2009, **63**(3); 321~330
- 3 A. A. Adedoyin, C. Y. Li, M. D. Toews. Characterization of single cotton fibers using a laser diffraction system [J]. *Text. Res. J.*, 2011, 81(4): 355~367
- 4 Wang Weidong, Chu Caiyuan. Textile Physics[M]. ShangHai: Donghua University Press, 2009. 175~197 于伟东,储才元. 纺织物理[M]. 上海:东华大学出版社, 2009. 175~197
- 5 M. Kerker. The Scattering of Light, and Other Electromagnetic Radiation [M]. New York: Academic Press, 1969. 256~283
- 6 C. F. Bohren, D. R. Huffman. Absorption and Scattering of

Light by Small Particles[M]. New York: John Wiley & Sons, 1983. 194~223

- 7 S. N. Samaddar. Scattering of plane waves from infinitely long cylinder of anisotropic materials at oblique incidence with application to electronic scanning antenna[J]. *Appl. Sci. Res. B*, 1963, **10**(5-6): 385~411
- 8 R. B. Wu, C. H. Chen. Variational reaction formulation of scattering problem for anisotropic dielectric cylinders[J]. *IEEE Trans. Antennas & Propag.*, 1986, **34**(5): 640~645
- 9 J. C. Monzon. Three-dimensional scattering by an infinite homogeneous anisotropic circular cylinder a spectral approach[J]. *IEEE Trans. Antennas & Propag.*, 1987, **35**(6): 670~682
- 10 X. B. Wu, K. Yasumoto. Three-dimensional scattering by an infinite homogeneous anisotropic circular cylinder: an analytical solution[J]. J. Appl. Phys., 1997, 82(5): 1996~2003
- 11 L. H. Wang, S. L. Jacques, L. Q. Zheng. MCML-Monte-Carlo modeling of light transport in multilayered tissues [J]. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 1995, 47(2): 131~146
- 12 X. D. Wang, L. H. V. Wang. Propagation of polarized light in birefringent turbid media: a Monte Carlo study[J]. J. Biomed. Opt., 2002, 7(3): 279~290
- 13 A. Kienle, F. K. Forster, R. Diebolder *et al.*. Light propagation in dentin: influence of microstructure on anisotropy [J]. *Phys. Med. Biol.*, 2003, **48**(2): N7~14
- 14 J. C. Ramella-Roman, S. A. Prahl, S. L. Jacques. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: part I[J]. Opt. Express, 2005, 13(12): 4420~4438
- 15 Wei Feifeng, Zhao Yongqiang, Liang Yan *et al.*. Monte Carlo simulations of polarized light transport in multi-layered scattering media[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(10): 2634~2639 卫沛锋,赵永强,梁 彦等. 偏振光在多层散射介质中传输的蒙特卡罗模拟研究[J]. 光子学报, 2009, **38**(10): 2634~2639
- 16 Yun Tianliang, Zeng nan, Li Wei *et al.*. Simulation and experiment of polarized light propagation in anisotropic tissue[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(7): 1926~1929
  云天梁,曾 楠,李 伟等. 各向异性生物组织中偏振光传输的 模拟与实验[J]. 光学学报, 2009, **29**(7): 1926~1929
- 17 T. L. Yun, N. Zeng, W. Li *et al.*. Monte Carlo simulation of polarized photon scattering in anisotropic media [J]. Opt. *Express*, 2009, 17(19): 16590~16602
- 18 Xia Hui, Lin Xu, Xiao Yuanyuan et al.. Monte Carlo simulation of photon's transport properties in highly scattering media[J]. Chinese J. Lasers, 2010, 37(12): 3019~3024
  夏 辉,林 旭,肖元元等.光子在高散射媒质中传输特性的蒙特-卡罗模拟[J].中国激光,2010,37(12): 3019~3024

栏目编辑: 韩 峰