

# 折射率梯度引起反转的光自旋霍尔效应研究

赵桂平 周新星 李 瑛 罗海陆 文双春

(湖南大学信息科学与工程学院微纳光电器件及应用教育部重点实验室, 湖南 长沙 410082)

**摘要** 从经典电动力学出发,研究了由折射率梯度导致的反转光自旋霍尔效应。通过分析光从光疏介质入射到光密介质和从光密介质入射到光疏介质两种情况,揭示了光自旋霍尔效应中的横移与偏振态、折射率梯度以及入射角等因素的定性关系。当入射角一定时,光从光疏介质入射到光密介质时的水平偏振横移绝对值大于垂直偏振横移,而从光密介质入射到光疏介质的情况正好与之相反,并且传输场的横移方向取决于折射率梯度方向,增大入射角能明显增强光自旋霍尔效应,对某一特定的线偏振光束,其左、右旋圆偏振光分量的横移等值反向。这些研究结果为调控光自旋霍尔效应提供了有效途径。

**关键词** 物理光学;光自旋霍尔效应;横移;折射率梯度;角动量

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0826001

## Investigation on the Reversed Spin Hall Effect of Light Caused by the Refractive-Index Gradient

Zhao Guiping Zhou Xinxing Li Ying Luo Hailu Wen Shuangchun

(Key Laboratory for Micro-/Nano-Optoelectronic Devices of Ministry of Education, School of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract** From the viewpoint of classical electrodynamics. The role of spin-to-orbital angular momentum conservation in spin Hall effect (SHE) of light is identified. The qualitative influence of polarization state, refractive-index gradient, incident angle upon the transverse shift of beam centroid is investigated: If the angle of incidence is the same, the absolute value of the horizontal polarization transverse shift is larger than that of the vertical polarization when the refractive index gradient is positive, but when the refractive index gradient is negative, the situation is exactly opposite. The transverse shift can be modulated by altering the refractive index gradient, the SHE of light can be enhanced obviously with the increase of the incident angle; For a certain circularly polarized component, the transverse shifts of left-handed and right-handed circularly polarized light have same magnitudes but the opposite signs. These findings provide a pathway for modulating the SHE of light.

**Key words** physical optics; spin Hall effect of light; traverse shift; refractive-index gradient; angular momentum

**OCIS codes** 260.5430; 070.2580; 240.4350

## 1 引 言

近年来,电子的自旋霍尔效应在凝聚态和高能物理领域引起了人们的极大兴趣<sup>[1,2]</sup>。这种效应表现为自旋相反的电子在外场的作用下,沿垂直于场

的两个相反方向运动从而聚集在样品的两侧,其内在物理机制与电子的自旋-轨道相互作用密切相关。电子自旋霍尔效应依赖的关键因素是:电子的自旋-轨道角动量耦合。光子具有自旋角动量(与圆

收稿日期: 2012-02-21; 收到修改稿日期: 2012-03-21

基金项目: 国家自然科学基金(11074068)、中央高校基本科研专项优秀青年人才培养基金(531107040357)、湖南省自然科学基金(10JJ3070)和博士后基金(20110490421)资助课题。

作者简介: 赵桂平(1985—),女,硕士研究生,主要从事光束传输方面的研究。E-mail: zhaoguipinghehe@yahoo.cn

导师简介: 罗海陆(1980—),男,博士,副教授,硕士生导师,主要从事微结构光子学及器件、自旋光子学等方面的研究。E-mail: hailuluo@hnu.edu.cn(通信联系人)

偏振的手性相关),也有外在的轨道角动量(与螺旋相位有关),因此人们自然有理由推测,光子的自旋-轨道相互作用应该也能产生光的自旋霍尔效应。2004年 Onoda 等<sup>[3]</sup>和 2006年 Bliokh 等<sup>[4]</sup>从理论上明确提出光子存在自旋霍尔效应。当一束线偏振光束在非均匀介质中传输时,自旋相反的光子在介质折射率梯度扮演的外场力作用下,沿垂直于折射率梯度的方向发生相互远离运动,导致光束分裂成两束圆偏振光并分居在光束中心两侧<sup>[5~8]</sup>。光自旋霍尔效应有时也被称做 Imbert-Fedorov 位移<sup>[9]</sup>,它不同于熟知的平面内 Goos-Hanchen 位移<sup>[10,11]</sup>。2008年,Hosten 等<sup>[12]</sup>利用弱测量方法,首次从实验上证实了这一有趣现象。

在光自旋霍尔效应中折射率梯度扮演着外场的角色,那么光束传输通过不同介质界面均会展现出与自旋有关的横向分裂。文章研究了高斯光束在负折射率材料传输时的自旋霍尔效应,其角移反转取决于负折射率<sup>[13]</sup>。此外在全内反射中,光子隧道效应能明显增强常规光束的光自旋霍尔效应<sup>[14]</sup>。通过调控多层纳米结构参数,也能很好的实现增强光自旋霍尔效应的目的<sup>[15]</sup>。

本文探索折射率梯度在光自旋-轨道相互作用中的作用。从平面角谱理论出发,建立三维光束传输模型,基于这一模型,得到传输光场中的横移和场强的表达式。分析光束从空气入射到玻璃和从玻璃入射到空气两种情况下的传输模型,发现随着入射角的增大,光自旋霍尔效应也随之增强。同时,通过改变折射率梯度可以调控重心横移的方向。探究这两种情形下的异同点,进行对比分析。分析了折射率梯度对透射光横移的影响,提出了一种调控光自旋霍尔效应的有效途径,为新一代光学元器件的研制提供了理论依据。

## 2 光束传输模型

建立三维光束传输模型来描述光自旋霍尔效应。如图 1 所示, $z$  轴垂直于分界面,入射高斯光束在  $z = 0$  处发生折射,入射角和折射角分别用  $\theta_i, \theta_t$  表示,  $(x_a, y_a, z_a)$  代表波矢处的坐标,  $a = i, t$  分别表示入射光、折射光。入射高斯光束从空气中沿  $z_i$  方向以入射角  $\theta_i$  入射,经过玻璃介质界面后沿  $z_t$  方向发生折射,  $\gamma_i$  表示入射光束的偏振角,  $\Delta y_{i+}$  和  $\Delta y_{i-}$  分别表示圆偏振光的左旋和右旋分量的横移。

对于任一高斯光束的角谱,通过傅里叶变换后,可以简单的得到电场的表示式:

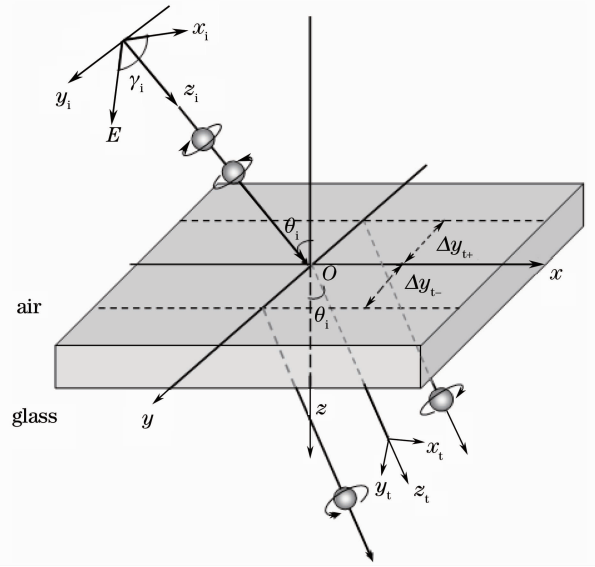


图 1 高斯光束通过空气与玻璃界面的折射传输模型图  
Fig. 1 Refraction-propagation model of Gaussian beams passing at an air-glass interface

$$\mathbf{E}_a(x_a, y_a, z_a) = \int dk_{ax} dk_{ay} \tilde{\mathbf{E}}_a(k_{ax}, k_{ay}) \times \exp[i(k_{ax}x_a + k_{ay}y_a + k_{az}z_a)], \quad (1)$$

式中  $k_{ax} = \sqrt{k_a^2 - (k_{ax}^2 + k_{ay}^2)}$ ,  $\tilde{\mathbf{E}}_a(k_{ax}, k_{ay})$  是角谱。一般来说,一束任意的线性偏振光可以分解为水平偏振和垂直偏振光束,角谱可以表示为

$$\tilde{\mathbf{E}}_i^H = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{\mathbf{E}}_{i+} + \tilde{\mathbf{E}}_{i-}), \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_i^V = \frac{1}{\sqrt{2}}i(\tilde{\mathbf{E}}_{i-} - \tilde{\mathbf{E}}_{i+}), \quad (3)$$

式中 H 和 V 分别代表光束的水平 and 垂直偏振分量,正负号分别代表左、右旋圆偏振光分量。若以一线性偏振高斯光束入射,则电场的角谱表达式为

$$\tilde{\mathbf{E}}_{i\pm} = (\mathbf{e}_{ix} \pm i\mathbf{e}_{iy}) \frac{\omega_0}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\omega_0^2(k_{ix}^2 + k_{iy}^2)}{4}\right], \quad (4)$$

式中  $k_0 = \omega/c$  为真空中的波数;  $\omega_0$  为束腰宽度。

采用傅里叶变换方法,阐述传输光场的基本理论。传输场角谱  $\tilde{\mathbf{E}}_t(k_{tx}, k_{ty})$  是由电场的边界条件得到,其表达式为<sup>[14]</sup>

$$\tilde{\mathbf{E}}_t = \begin{bmatrix} t_p & \frac{k_{ty} \cot \theta_i (t_p - \eta t_s)}{k_0} \\ \frac{k_{ty} \cot \theta_i (\eta t_p - t_s)}{k_0} & t_s \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_i, \quad (5)$$

式中  $\eta = \cos \theta_i / \cos \theta_t$ ,  $t_p, t_s$  为菲涅尔折射系数。根据斯涅尔定律可知入射光、折射光波矢之间的关系为:  $k_{tx} = k_{ix} / \eta, k_{ty} = k_{iy}$ 。根据以上式子可以推导出

最后透射光的场强分布：

$$E_{\pm}^H = \frac{t_p(\mathbf{e}_{tx} \pm i\mathbf{e}_{ty})}{\sqrt{\pi\omega_0}} \frac{z_{Ry}}{\sqrt{z_{Rx} + iz_t} \sqrt{z_{Ry} + iz_t}} \exp(ink_0 z_t) \exp\left\{-\frac{nk_0}{2} \left[ \frac{x_t^2}{z_{Rx} + iz_t} + \frac{(y_t \mp \delta_t^H)^2}{z_{Ry} + iz_t} \right]\right\}, \quad (6)$$

$$E_{\pm}^V = \frac{\mp it_s(\mathbf{e}_{tx} \pm i\mathbf{e}_{ty})}{\sqrt{\pi\omega_0}} \frac{z_{Ry}}{\sqrt{z_{Rx} + iz_t} \sqrt{z_{Ry} + iz_t}} \exp(ink_0 z_t) \exp\left\{-\frac{nk_0}{2} \left[ \frac{x_t^2}{z_{Rx} + iz_t} + \frac{(y_t \mp \delta_t^V)^2}{z_{Ry} + iz_t} \right]\right\}, \quad (7)$$

式中  $\delta_t^H = (\eta - t_s/t_p) \cot \theta_i / k_0$ ,  $\delta_t^V = (\eta - t_p/t_s) \cot \theta_i / k_0$ ,  $z_{Rx} = n\eta^2 k_0 \omega_0^2 / 2$  和  $z_{Ry} = nk_0 \omega_0^2 / 2$  分别表示光束沿  $x$ 、 $y$  方向传输的瑞利距离。到目前为止,已经建立了一般的传输场光束传播模型。

### 3 反转的光自旋霍尔效应

从以前的工作中可以知道,光自旋霍尔效应在反射与折射中是以偏振相关的横向移动展现的。接下来研究传输场中的质心横移,进一步揭示光自旋霍尔效应。折射率梯度起着至关重要的作用,它扮演着电势梯度的角色。那么,随之而来的问题是,折射率梯度的改变是否能有效的调控光自旋霍尔效应的横移。

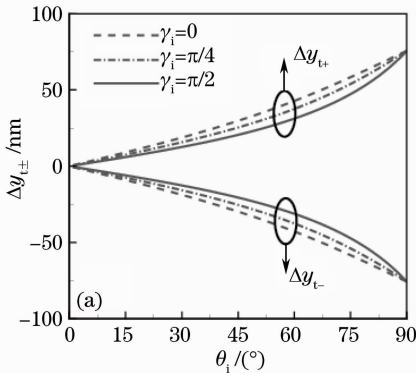
为了弄清楚这个问题,必须先得到横移与折射率梯度这两者的关系。电场强度的分布与坡印廷矢量成正比<sup>[13]</sup>,即

$$I(x_a, y_a, z_a) \propto \mathbf{S}_a \cdot \mathbf{e}_{az},$$

其中坡印廷矢量  $\mathbf{S}_a \propto \text{Re}[\mathbf{E}_a^* \times \mathbf{H}_a]$ , 而磁场表达式为  $\mathbf{H}_a = -ik_a^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_a$ , 因此,在任意给定平面( $z_a = \text{const}$ )的情况下,光束质心横移可以表示为<sup>[14]</sup>

$$\langle y_a \rangle = \frac{\iint y_a I(x_a, y_a, z_a) dx_a dy_a}{\iint I(x_a, y_a, z_a) dx_a dy_a}, \quad (8)$$

式中  $\langle y_a \rangle = \Delta y_a + \delta y_a$ ,  $\Delta y_a$  表征横移,在  $y$  轴上偏离质心的微小偏移  $\Delta y_a$  与光束半径无关,  $\delta y_a$  表征角移,在  $y$  轴上偏离质心的一个小角度  $\delta y_a$  与光束半径有关。



接下来考虑传输场的横移,将(6)式和(7)代入到(8)式得横移表达式:

$$\Delta y_{\pm}^H = \pm \frac{\lambda}{2\pi} (\eta - t_s/t_p) \cot \theta_i, \quad (9)$$

$$\Delta y_{\pm}^V = \pm \frac{\lambda}{2\pi} (\eta - t_p/t_s) \cot \theta_i. \quad (10)$$

对于任意一线性偏振光束,传输场横移可以表示为

$$\Delta y_{\pm} = \Delta y_{\pm}^H \cos \gamma_t + \Delta y_{\pm}^V \sin \gamma_t, \quad (11)$$

其中传输偏振角  $\gamma_t$  由

$$\cos \gamma_t = \frac{t_p \cos \gamma_i}{\sqrt{t_p^2 \cos^2 \gamma_i + t_s^2 \sin^2 \gamma_i}}, \quad (12)$$

$$\sin \gamma_t = \frac{t_s \sin \gamma_i}{\sqrt{t_p^2 \cos^2 \gamma_i + t_s^2 \sin^2 \gamma_i}}, \quad (13)$$

决定上面的表达式与早期的量子方法结果<sup>[12]</sup>一致,研究结果证实了经典电动力学可以解释光自旋霍尔效应。

进一步探讨折射率梯度在光自旋霍尔效应中的作用。图2描述的是传输场横移  $\Delta y_{\pm}$  随入射角  $\theta_i$  的变化关系。拟定入射光是 H 偏振光为例进行说明其中光波波长为 632.8 nm,玻璃的折射率为 1.515。图2(a)描述的是光从光疏介质入射到光密介质时的横移分布,图2(b)描述的是从光密介质入

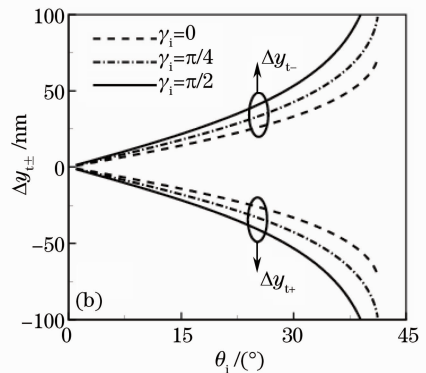


图2 传输场横移  $\Delta y_{\pm}$  随入射角  $\theta_i$  变化曲线图。(a) 光束从空气入射到玻璃;(b) 光束从玻璃入射到空气  
Fig. 2 Transverse spatial shifts of transmission field  $\Delta y_{\pm}$  versus incident angle  $\theta_i$ . (a) From air to glass;  
(b) from glass to air

射到光疏介质时的横移分布。从光疏介质射入到光密介质时,其左旋圆偏振光束( $\sigma_i = +1$ )的横移都为正,而右旋圆偏振光束( $\sigma_i = -1$ )的横移都为负。在偏振角  $\gamma_i = \pi/4$  的左旋圆偏振光束横移为正,右旋圆偏振光束横移为负,而且两条曲线始终是对称的,等值反向。当入射角一定时,其水平偏振( $\gamma_i = 0$ )光束重心横移大于垂直偏振( $\gamma_i = \pi/2$ )光束重心横移,如图 2(a) 所示;当光从光密介质入射到光疏介质时,与光从光疏介质入射到光密介质情形相比,很容易发现传输场中相应的横移发生反向,并且,当入射角一定时,其水平偏振( $\gamma_i = 0$ )重心横移绝对值小于垂直偏振( $\gamma_i = \pi/2$ )重心横移,如图 2(b) 所示。可以发现,偏振光横移的方向依赖于折射率梯度的方向,在两种情况下发生反转。同时,从图 2(b) 可以看到,当折射率梯度为负时,光束在  $\theta_i > 41.3^\circ$  处左右发生全反射,因而在  $\theta_i > 41.3^\circ$  时,传输场的横移消失。另外,从图中还可明显的看到,随着入射角的增大,横移变化越来越明显。综合上述分析,可以得出结论:通过改变入射角和折射率梯度可以调控光自旋霍尔效应横移。

最后,为了更形象地说明文章的主要结论,拟利用场强分布图来进行解释。图 3 描述了光从空气入射到玻璃和从玻璃入射到空气时,水平偏振光分裂成的左、右旋圆偏振分量的传输场场强分布,其中传播距离  $z$  等于一倍的瑞利距离。当光从空气入射到玻璃时,水平偏振光分裂成的左旋圆偏振光( $\sigma_i = +1$ )横移为正,如图 3(a) 所示,分裂产生的右旋圆偏振光束( $\sigma_i = -1$ )的横移正好与其发生等值反向,如图 3(b) 所示;当光从玻璃入射到空气时,水平偏振光分裂成的左旋圆偏振光( $\sigma_i = +1$ )横移为负,如图 3(c) 所示,分裂产生的右旋圆偏振光束( $\sigma_i = -1$ )的横移正好与其发生等值反向,如图 3(d) 所示。还可以发现,对于左旋圆偏振光束( $\sigma_i = +1$ ),当光从空气入射到玻璃时,其横移为正,当光从玻璃入射到空气时,其横移为负,即发生反转效应,如图 3(a) 和图 3(c);对于右旋圆偏振光束( $\sigma_i = -1$ ),在这两种情况下,其产生的横移也相应的反向,反向的横移意味着光自旋霍尔效应也发生了反向,如图 3(b) 和图 3(d)。综合图 3 分析,可以发现,传输场的横移方向取决于折射率梯度,并且会发生有趣的反转效应。

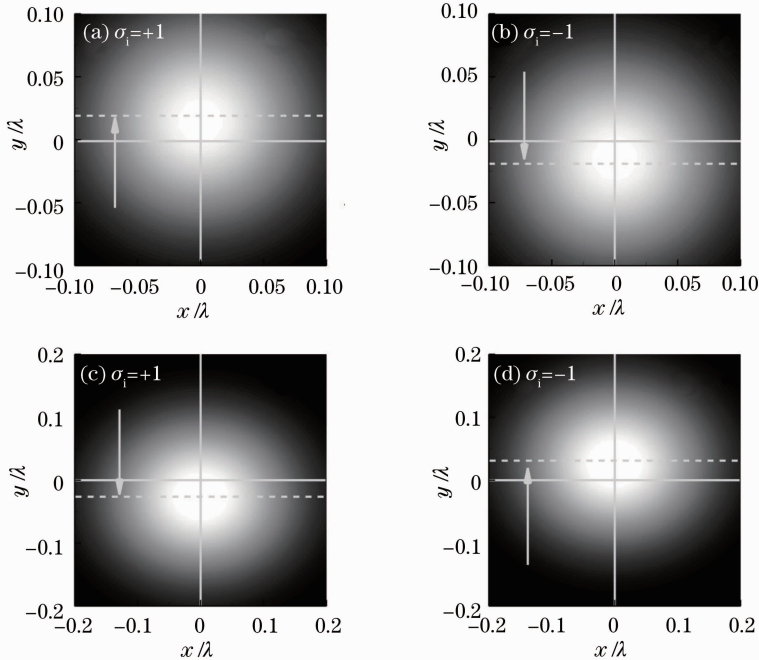


图 3 H 偏振入射光从空气入射到玻璃和从玻璃入射到空气时的传输场场强分布图

Fig. 3 Intensity distributions of the horizontal polarized beams which enters from air to glass and from glass to air

下面用一种简单的方法阐述如何利用折射率梯度  $\Delta n$  增强光自旋霍尔效应中自旋-轨道的相互作用。试图分析每个光子的总角动量的  $z$  分量,即  $J_{iz} = J_z^{[16,17]}$ 。单个光子总角动量守恒定律为

$$J_{iz\pm}^O + \sigma_{\pm} \cos \theta_i = \sigma_{\pm} \cos \theta_r, \quad (14)$$

式中  $J_{iz\pm}^O = -\Delta y_{\pm} k_i \sin \theta_i, \sigma_{\pm} = \pm 1$ 。图 4 是描述总角动量的  $z$  分量守恒的简单直观示意图,当光从光疏介质射入光密介质时, $J_z$  分别为入射光子(黑线)和折射光子(灰线)的总角动量及其在法线方向的分量, $J_{iz+}^O$  和  $J_{iz-}^O$  分别是它们为保持  $J_z$  守恒而获

取的额外轨道角动量。

当光子从空气进入到玻璃中时( $\Delta n > 0$ )，入射角大于折射角( $\theta_i > \theta_t$ )。由于对称性，左旋或右旋圆偏振光子关于法线的总角动量  $J_z$  必须守恒，而光子

沿  $z_i$  方向的自旋角动量( $\sigma_r \cos \theta_i$ ) 增加，为此左旋圆偏振光子必须向  $+y$  方向移动，进而产生一个负的轨道角动量( $J_{tz+}^0 < 0$ )，才能抵消  $z$  方向自旋角动量的增量[图 4(a)]。

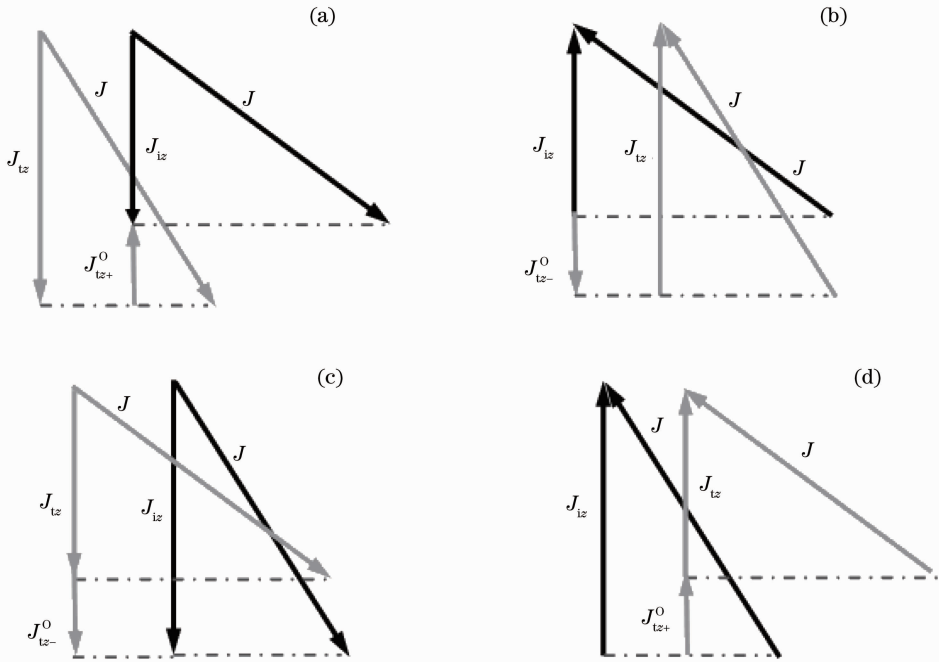


图 4 总角动量的  $z$  分量守恒示意图。(a) 黑线是入射光子；(b) 灰线是折射光子

Fig. 4 Schematic diagram of the  $z$  component of the total angular momentum conservation, (a) black line is incident photon, (b) gray line is transmitted photon

对于右旋圆偏振光子，总的角动量必须保持不变，因此当进入玻璃后，为了满足总角动量守恒定律，光子必须向  $-y$  方向移动，从而产生一个正的轨道角动量( $J_{tz-}^0 > 0$ ) [图 4(b)]。同理，当光子由玻璃进入到空气中时( $\Delta n < 0$ )，入射角小于折射角( $\theta_i < \theta_t$ )，导致轨道角动量反向，因此左旋圆偏振光子必须向  $-y$  方向移动[图 4(c)]，而右旋圆偏振光子必须向  $+y$  方向移动[图 4(d)]。综上所述，折射率梯度能很好的起到调控光自旋霍尔效应中自旋轨道角动量转换的作用。

## 4 结 论

从平面角谱理论出发，建立三维光束传输模型，结合传输光场的理论知识，研究了影响光自旋霍尔效应的几个重要因素：偏振态、折射率梯度和入射角。通过对横移的计算，给出了上述因素与横移变化的定性关系。折射率梯度可以增强或抑制自旋-轨道角动量转换，从而起到控制光自旋霍尔效应的作用。对某一特定的线偏振入射光束，其左旋圆偏振分量与右旋圆偏振分量沿垂直于折射率梯度的方

向发生相互远离运动，且等值反向。发现光从光疏介质入射到光密介质和从光密介质入射到光疏介质两种情况下，其对应横移发生反向。同时，入射角的增大也能明显增强光自旋霍尔效应。因此，研究折射率梯度引起反转的光自旋霍尔效应为调控光自旋霍尔效应提供了有力的理论依据。

## 参 考 文 献

- 1 Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard *et al.*. Observation of the spin Hall effect in semiconductors [J]. *Science*, 2004, **306**(5703): 1910~1913
- 2 X. L. Qi, S. C. Zhang. The quantum spin Hall effect and topological insulators[J]. *Physics Today*, 2010, **63**(1): 33~38
- 3 M. Onoda, S. Murakami, N. Nagaosa. Hall effect of light[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **94**(8): 0839011
- 4 K. Y. Bliokh, Y. P. Bliokh. Conservation of angular momentum, transverse shift, and spin Hall effect in reflection and refraction of an electromagnetic wave packet[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(7): 0739031
- 5 K. Y. Bliokh, A. Niv, E. Hasman *et al.*. Geometrodynamics of spinning light[J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**(12): 748~753
- 6 Y. Qin, Y. Li, H. Y. He *et al.*. Measurement of spin Hall effect of reflected light [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(17): 2551~2553
- 7 Yin Hongfang, Luo Hailu, Wen Shuangchun. Study on influencing factors of transverse shift in spin Hall effect of light

- [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(3): 03260021
- 尹红芳, 罗海陆, 文双春. 光自旋霍尔效应中横移的影响因素研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 03260021
- 8 Li Hanxing, Yang Shuangyan. Spin Hall effect of cylindrical vector beams in the transmission [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1026001
- 李寒星, 杨双燕. 柱矢量光束在透射时的自旋霍尔效应[J]. *光学学报*, 2011, **31**(10): 1026001
- 9 C. Imbert. Calculation and experimental proof of the transverse shift induced by total internal reflection of a circularly polarized light beam[J]. *Phys. Rev. D*, 1972, **5**(4): 787~796
- 10 Zhou Huiling, Chen Xi, Li Chunfang. Lateral and transverse shift of arbitrarily polarized beam in total internal reflection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(12): 1852~1856
- 周惠玲, 陈 玺, 李春芳. 任意偏振态光束全反射时的侧向和横向位移[J]. *光学学报*, 2006, **26**(12): 1852~1856
- 11 Zhu Qibiao, Li Chunfang, Chen Xi. Goos-Hänchen shift of the transmitted light beam in a two-prism configuration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(5): 673~677
- 朱绮彪, 李春芳, 陈 玺. 双棱镜结构中透射光束的古斯汉欣位移[J]. *光学学报*, 2005, **25**(5): 673~677
- 12 O. Hosten, P. Kwiat. Observation of the spin Hall effect of light via weak measurements[J]. *Science*, 2008, **319**(5864): 787~790
- 13 Luo Hailu, Wen Shuangchun, Fan Dianyuan *et al.*. Spin Hall effect of a light beam in left-handed materials[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **80**(4): 0438101
- 14 Luo Hailu, Wen Shuangchun, Shu Weixing *et al.*. Spin Hall effect of light in photon tunneling [J]. *Phys. Rev. A*, 2010, **82**(4): 0438251
- 15 Luo Hailu, Wen Shuangchun, Fan Dianyuan *et al.*. Enhancing or suppressing the spin Hall effect of light in layered nanostructures [J]. *Phys. Rev. A*, 2011, **84**(3): 033801~033807
- 16 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the of transformation Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11): 8185~8189
- 17 R. A. Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light [J]. *Phys. Rev.*, 1936, **50**(2): 115~125

栏目编辑: 李文喆