

# 基于单次旋转的旋转非对称面形误差绝对检测技术研究

宋伟红<sup>1,2</sup> 伍凡<sup>1</sup> 侯溪<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘要** 绝对检测技术是剔除干涉仪系统误差进而提高面形检测精度的有效手段。基于单次旋转的绝对检测技术由被测球面绕光轴旋转前后的检测数据,采用基于最小二乘法的 Zernike 多项式拟合,剔除系统误差,获得被测面的旋转非对称面形误差。详细推导了理论计算公式,分析了单次旋转角度对算法检测精度的影响,并和多次旋转法作了对比,其残差均方根(RMS)值约为 1.5 nm。该方法只需一次旋转两次检测,在保证检测精度的同时简化了检测过程。

**关键词** 测量;绝对检测;单次旋转;旋转非对称;光学检测

中图分类号 O439 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0812006

## Study on the Absolute Testing of Rotationally Asymmetric Surface Deviation with the Method of Single Rotation

Song Weihong<sup>1,2</sup> Wu Fan<sup>1</sup> Hou Xi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences,  
Chengdu, Sichuan 610209, China

<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The absolute testing method is an effective way to remove system errors of interferometer and improve the accuracy of the measurements of surface deviation. The method of single rotation based on least-squares fitting of Zernike polynomials requires rotating the spherical surface once and taking two measurements to calculate the rotationally asymmetric surface deviation. The formulas are derived theoretically in detail and the analysis of the impact of angle of single rotation on algorithm accuracy is presented. To prove the effectiveness of the method, the experimental result obtained from this method is compared with that of the multi-rotation method, and they meet well.

**Key words** measurement; absolute testing; single rotation; rotationally asymmetric; optical measurement

**OCIS codes** 120.2830; 120.3180; 120.3940; 120.4640; 120.4800; 120.6650

## 1 引 言

随着现代光学加工技术的快速发展,对光学元件的面形检测精度要求不断提高。目前对于旋转非对称面形误差的检测,主要有多次旋转平均法<sup>[1~6]</sup>和单次旋转法<sup>[7,8]</sup>。传统的多次旋转平均法需要在共焦位置绕光轴多次等角度旋转被测球面,故对调整机构精度要求较高,检测周期较长,检测过程较易

受到环境因素的影响,且算法精度与旋转测量次数有关<sup>[9,10]</sup>。单次旋转法只需要一次旋转,两次检测数据,通过基于最小二乘法的 Zernike 条纹多项式拟合即可得到被测球面的旋转非对称面形误差。单次旋转法的检测精度与旋转角度密切相关,但关于这方面的研究则鲜有报道。

本文阐述了单次旋转算法的基本原理,详细推

收稿日期: 2012-02-08; 收到修改稿日期: 2012-04-07

基金项目: 国家自然科学基金(60908042)资助课题。

作者简介: 宋伟红(1987—),男,博士研究生,主要从事球面面形检测技术方面的研究。

E-mail: songweihonghb@163.com

导师简介: 伍凡(1957—),男,研究员,博士生导师,主要从事光学加工和检测等方面的研究。E-mail: wufan@ioe.ac.cn

导了其理论公式,重点分析了不同旋转角度对单次旋转算法检测精度的影响,进行了理论分析和实验验证,并与多次旋转平均法作了对比。

## 2 基本原理

如果以  $T(x, y)$  表示测得的被测球面的面形误差,  $W(x, y)$  表示被测球面实际的面形误差,  $V(x, y)$  表示系统误差, 则有关系式

$$T(x, y) = W(x, y) + V(x, y). \quad (1)$$

被测球面面形误差可用 Zernike 多项式来表示<sup>[11]</sup>, 其系数由最小二乘法<sup>[12]</sup>获得, 用极坐标可表示为

$$W(\rho, \theta) = \sum_i q_i Z_i(\rho, \theta) = \sum_i q_i \left[ \sum_{n,m} R_n^m(\rho) (a_n^m \cos m\theta + a_n^{-m} \sin m\theta) \right], \quad (2)$$

式中  $q_i$  为 Zernike 多项式系数,  $Z_i(\rho, \theta)$  为 Zernike 多项式,  $R_n^m(\rho)$  为多项式的径向表达式,  $a_n^{\pm m}$  为不同角度项的系数, 其中  $m = 0$  的项即表示旋转对称部分,  $m \neq 0$  的项则表示旋转非对称部分。

(2)式可简化表示为

$$W(\rho, \theta) = \sum_{i,n,m} (C_{i,n}^m \cos m\theta + C_{i,n}^{-m} \sin m\theta). \quad (3)$$

单次旋转法只需要获得被测球面初始位置的面形数据并在绕光轴旋转任意角度后检测面形, 即可通过基于最小二乘法的 Zernike 多项式拟合得到被测球面的旋转非对称面形误差。

将被测球面旋转一定角度  $\theta_0$  后, 其面形误差分布可表示为

$$W(\rho, \theta + \theta_0) = \sum_{i,n,m} [C_{i,n}^m \cos m(\theta + \theta_0) + C_{i,n}^{-m} \sin m(\theta + \theta_0)]. \quad (4)$$

检测得到的被测球面面形误差分布为

$$T(\rho, \theta + \theta_0) = W(\rho, \theta + \theta_0) + V(\rho, \theta). \quad (5)$$

将该位置处的检测数据与初始位置处的检测数据相减可得

$$\begin{aligned} T(\rho, \theta + \theta_0) - T(\rho, \theta) = \\ W_{\text{asy}}(\rho, \theta + \theta_0) - W_{\text{asy}}(\rho, \theta) = \\ \sum_{i,n,m} \{ C_{i,n}^m [\cos m(\theta + \theta_0) - \cos m\theta] + \\ C_{i,n}^{-m} [\sin m(\theta + \theta_0) - \sin m\theta] \}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $m \neq 0$ 。

当  $m\theta_0 \neq 2k\pi (k = 1, 2, 3, \dots)$  时, (6)式即为关于 Zernike 多项式拟合系数  $q_i$  的方程组, 运用最小二乘法解此方程组即可得到被测面面形误差的旋转

非对称部分。

而当  $m\theta_0 = 2k\pi (k = 1, 2, 3, \dots)$  时,  $\cos m(\theta + \theta_0) - \cos m\theta = 0$  且  $\sin m(\theta + \theta_0) - \sin m\theta = 0$ , 得到的旋转非对称部分则丢失了角度项为  $k \frac{2\pi}{\theta_0} \theta$  的面形信息。

理论上,  $k \frac{2\pi}{\theta_0}$  越大 ( $k \frac{2\pi}{\theta_0}$  为正整数), 忽略的  $k \frac{2\pi}{\theta_0} \theta$  项越接近于旋转对称部分, 忽略这一项产生的误差越小。相比于多次旋转平均法, 该算法忽略的  $k \frac{2\pi}{\theta_0} \theta$  项的项数远远小于  $kN\theta$  项的项数, 由于实际检测条件和环境的限制, 旋转次数  $N$  不可能太大, 而理论上  $k \frac{2\pi}{\theta_0}$  则可以极大, 即  $k \frac{2\pi}{\theta_0} \gg N$ , 同时基于最小二乘法的 Zernike 多项式拟合精度也满足算法要求, 从而保证了检测精度。

## 3 实验结果对比

### 3.1 仿真分析

利用 Zygo 公司的 Verifire Asphere 型干涉仪检测面形精度在  $\lambda/20$  ( $\lambda$  为波长) 的被测球面, 将检测得到的面形数据进行 36 项 Zernike 条纹多项式 (多项式采用文献[13]所述的排列顺序) 拟合, 并提取拟合系数  $Q$ , 以该拟合系数生成的面形作为理论仿真的被测球面面形误差 (算法拟合误差在后续误差分析部分详述)。

根据拟合系数生成被测球面在初始  $0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  和  $120^\circ$  位置的面形检测数据, 并分别利用  $0^\circ$  和  $60^\circ, 0^\circ$  和  $90^\circ$  以及  $0^\circ$  和  $120^\circ$  处的检测数据, 应用单次旋转算法计算得到被测球面面形误差的旋转非对称部分, 其对应的 Zernike 条纹多项式拟合系数分别为  $Q_1, Q_2$  和  $Q_3$ 。Zernike 条纹多项式可分为旋转对称项和旋转非对称项, 被测球面面形误差的旋转非对称部分是由旋转非对称项决定的, 其对应的 36 项 Zernike 条纹多项式拟合系数为  $Q_{\text{as}}$  ( $Q = Q_{\text{as}} + Q_s$ ,  $Q_s$  为旋转对称项的拟合系数)。将计算得到的  $Q_1, Q_2$  和  $Q_3$  分别与  $Q_{\text{as}}$  做差值运算, 结果如图 1 和图 2 所示。

当单次旋转角度为  $60^\circ$  时计算得到的被测球面旋转非对称面形误差和初始值吻合得很好, 其拟合系数的差值在  $10^{-14}$  量级, 这是由于此时单次旋转算法忽略了  $k(360^\circ/60^\circ)\theta = 6k\theta$  项, 而被测球面是由前 36 项 Zernike 条纹多项式 (其最大角度项为  $5\theta$  项)

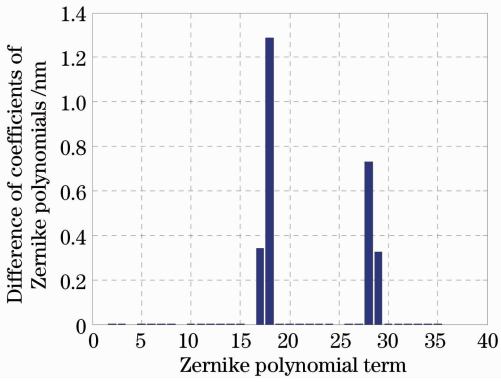


图1 单次旋转法(90°)解得面形的36项 Zernike 系数与初始值的差值

Fig. 1 Differences between coefficients of first 36 terms of Zernike polynomials of calculated result with single rotation (90°) method and that of original surface deviation

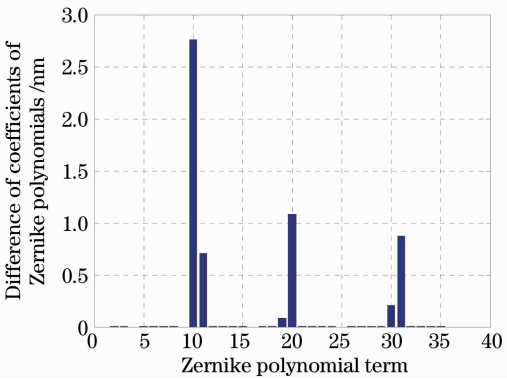


图2 单次旋转法(120°)解得面形的36项 Zernike 系数与初始值的差值

Fig. 2 Differences between coefficients of first 36 terms of Zernike polynomials of calculated result with single rotation (120°) method and that of original surface deviation

拟合的,故几乎不存在算法误差;而当旋转角度为90°时,单次旋转算法误差来源于 $k(360^\circ/90^\circ)\theta=4k\theta$ 项,故前36项 Zernike 条纹多项式中角度项为4 $\theta$ 项(第17、18、28、29项)的系数与初始值相差较大,如图1所示;当单次旋转角度为120°时,单次旋转算法误差则来源于 $k(360^\circ/120^\circ)\theta=3k\theta$ 项,故前36项 Zernike 条纹多项式中角度项为3 $\theta$ 项(第10、11、19、20、30、31项)的系数与初始值相差较大,如图2所示。

### 3.2 实验验证

为了验证单次旋转算法的有效性并分析旋转角度对单次旋转算法精度的影响,采用 Zygo 公司的 Verifire Asphere 型干涉仪,对一标准球面样板进行了等角度旋转测量,旋转次数为6次,每次旋转角度为60°。然后利用测得的0°和60°、0°和120°以及0°和180°检测数据分别计算得到被测球面面形误差的旋转非对称部分,并与旋转平均算法得到的面形作对比。

利用0°和60°检测数据,得到的被测球面旋转非对称面形误差如图3(a)所示,其均方根(RMS)值为2.52 nm,峰谷(PV)值为14.53 nm;图3(b)为采用旋转平均算法(等角度旋转次数 $N=6$ )得到的被测球面旋转非对称面形误差分布图,其RMS值为2.71 nm,PV值为16.90 nm。图4所示为图3(a)与(b)之间的残差分布图,其RMS值为1.45 nm。由图3和图4可知,两种方法检测结果低频面形分布比较一致,由此验证了单次旋转法对低频面形误差检测的有效性。

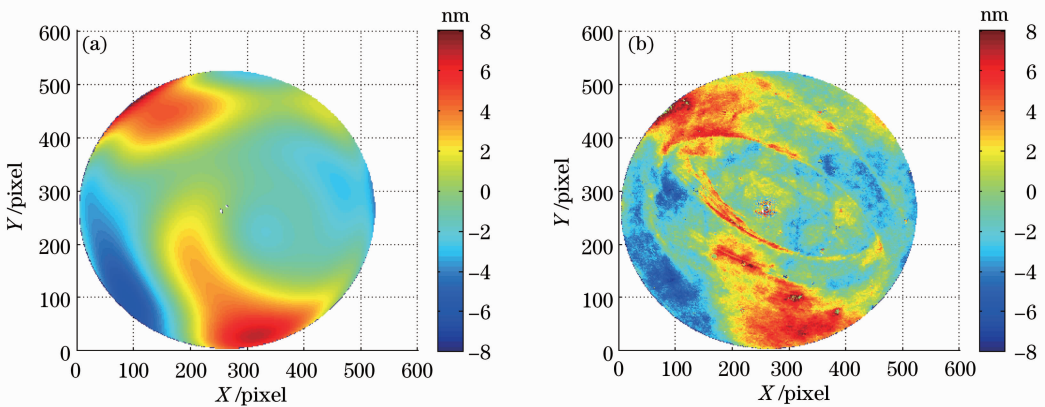


图3 被测球面旋转非对称面形误差。(a)单次旋转方法(60°);(b)多次旋转平均算法( $N=6$ )

Fig. 3 Rotationally asymmetric surface deviation of spherical surface under test. (a) Single rotation method (60°); (b) multi-rotation averaging method ( $N=6$ )

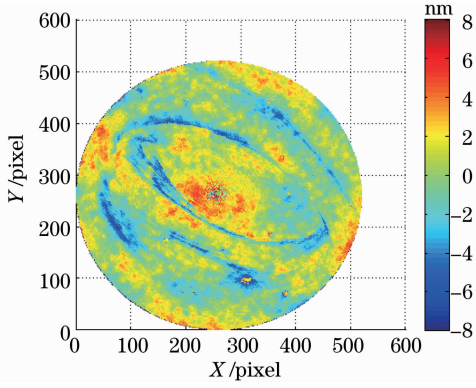


图 4 单次旋转法和旋转平均法检测结果间的残差分布图

Fig. 4 Differences between Figs. 3 (a) and (b)

图 5 为单次旋转角度为  $60^\circ(0^\circ, 60^\circ)$  和  $120^\circ(0^\circ, 120^\circ)$  时得到的被测面旋转非对称面形误差结果对

比,图 5(a)为检测结果间的残差图,图 5(b)为检测结果前 36 项 Zernike 条纹多项式拟合系数的差值。由图可以看出,前 36 项 Zernike 条纹多项式中角度项为  $k(360^\circ/120^\circ)\theta = 3k\theta$  项(第 10、11、20、30、31 项)的系数差值较大,且残差图呈现明显的  $120^\circ$  旋转对称形式,与理论分析相符。

图 6 为单次旋转角度为  $60^\circ(0^\circ, 60^\circ)$  和  $180^\circ(0^\circ, 180^\circ)$  时得到的被测面旋转非对称面形误差结果对比,图 6(a)为检测结果间的残差图,图 6(b)为检测结果 Zernike 条纹多项式拟合系数的差值。由图可知,前 36 项 Zernike 条纹多项式中角度项为  $k(360^\circ/180^\circ)\theta = 2k\theta$  项(第 5、6、12、13、18、21、22、28、33 项)的系数差值较大,且残差图呈现明显的  $180^\circ$  旋转对称形式(即关于中心点对称),与理论分析吻合较好。

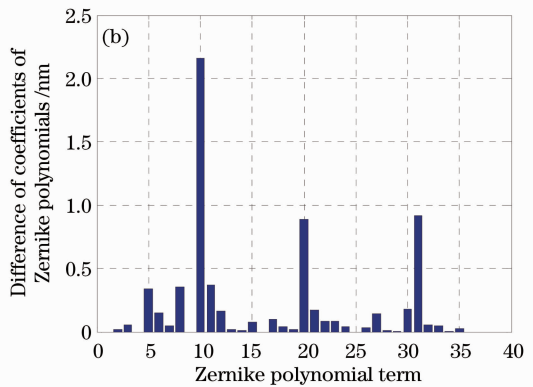
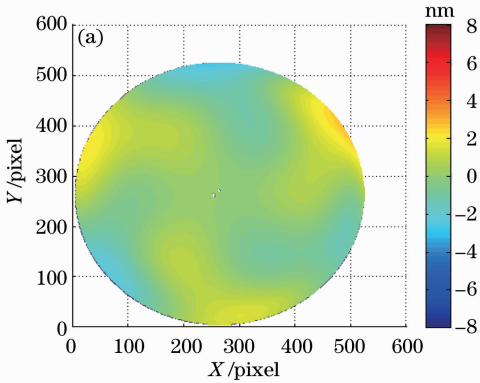


图 5 单次旋转角度  $60^\circ$  与  $120^\circ$  检测结果对比。(a)残差分布图; (b) Zernike 系数差值

Fig. 5 Comparison of results that calculated with single rotation  $60^\circ$  and  $120^\circ$ . (a) Differences of surface deviations; (b) differences of coefficients Zernike

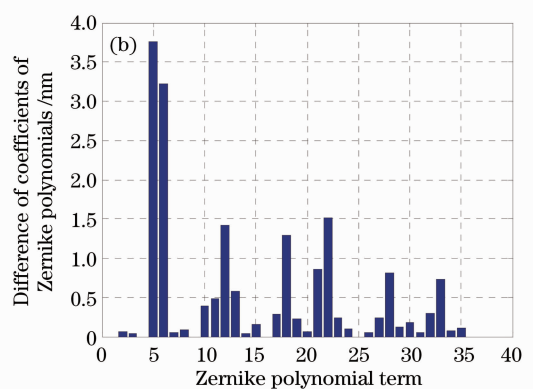
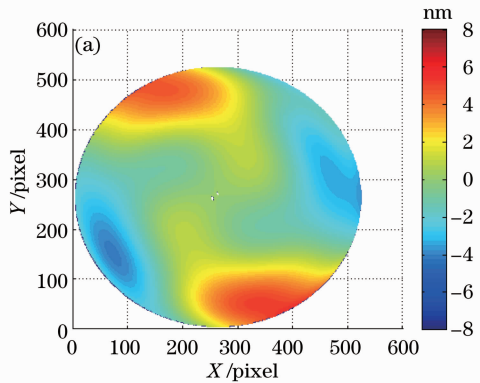


图 6 单次旋转角度  $60^\circ$  与  $180^\circ$  检测结果对比。(a)残差分布图; (b) Zernike 系数差值

Fig. 6 Comparison of results that calculated with single rotation  $60^\circ$  and  $180^\circ$ . (a) Differences of surface deviations; (b) differences of coefficients Zernike

以上的实验结果分析表明,单次旋转角度为  $60^\circ$  时的检测精度要优于旋转角度为  $120^\circ$  时的检测精度,而旋转角度为  $180^\circ$  时的检测精度相对最低,

与仿真计算得到的算法精度随旋转角度变化的关系相吻合。由于以上实验分析采用的是前 36 项 Zernike 多项式拟合,故  $60^\circ$  的旋转角度满足算法精

度需要,为进一步提高检测精度,可进一步减小单次旋转角度,并增加 Zernike 多项式拟合项数。

## 4 误差分析

被测球面在绕光轴旋转的过程中难免会产生旋转角度和旋转对准误差,前者会造成旋转角度偏差进而影响单次旋转角度的准确性,后者则会造成旋转一定角度后被测球面的偏心、倾斜和离焦。这两方面的因素都会对单次旋转算法的精度产生影响。

表 1 各旋转角度位置原始数据中心点坐标和数据点数

Table 1 Coordinates of center points of data maps and data points at different positions

Rotational positions / ( $^{\circ}$ )	0	60	120	180	240	300
X coordinate of the center	491	491	491	491	491	491
Y coordinate of the center	487	489	489	489	488	490
Number of data points	211702	215013	215004	214988	213405	215007

单次旋转算法检测精度随旋转角度误差变化的关系曲线如图 7 所示。由图可知,当旋转角度偏差在  $1^{\circ}$  以内时,仿真分析得到的被测球面旋转非对称面形误差与初始面形误差之间的残差 RMS 与初始旋转非对称面形误差 RMS 值的比值在  $10^{-2}$  量级,表明算法精度对旋转角度精度要求较低。此外,在检测过程中,环境因素(如噪声、振动、气流、湿度等)也会对检测精度造成一定的影响<sup>[14~16]</sup>。在检测过程中,要保持环境的相对稳定。

此外,由于单次旋转算法是以 Zernike 多项式拟合算法为基础的,故多项式拟合算法的精度会直接影响单次旋转算法的检测精度。图 8 为实际干涉检测面形图与前 36 项 Zernike 多项式拟合面形图的对比。由图可知,拟合面形图较原始面形数据图更为平滑,后者包含较多的中高频信息,但对于低频部分,二者面形分布比较吻合。图 8(c)为二者之间的残差图,其 RMS 值为 1.57 nm。将图 8(c)与图 4

各旋转角度位置原始数据中心点坐标值和数据点数如表 1 所示。由于受到干涉仪调整精度的限制,检测数据中心点坐标存在最大 3 pixel 的偏移,而采样数据点数也存在一定量的偏差。这也表明在被测球面的调整过程中,不可避免地存在一定的偏心误差,需要加以控制。本文在对实验数据进行处理的过程中,首先通过像素平移将各位置检测数据中心重合以消除偏心的影响,然后再进行算法的后续运算。

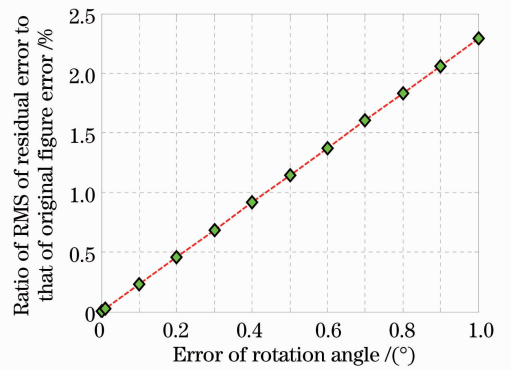


图 7 旋转非对称面形误差检测精度随旋转角度误差变化的关系

Fig. 7 Measurement accuracy of rotationally asymmetric surface error as a function of error of rotation angle

比较可知,其面形误差分布较为相似,且 RMS 值也较为接近,说明多项式拟合误差为单次旋转算法的主要误差来源。对于低频面形信息的检测,基于多项式拟合的单次旋转算法可以满足检测精度的要求。为

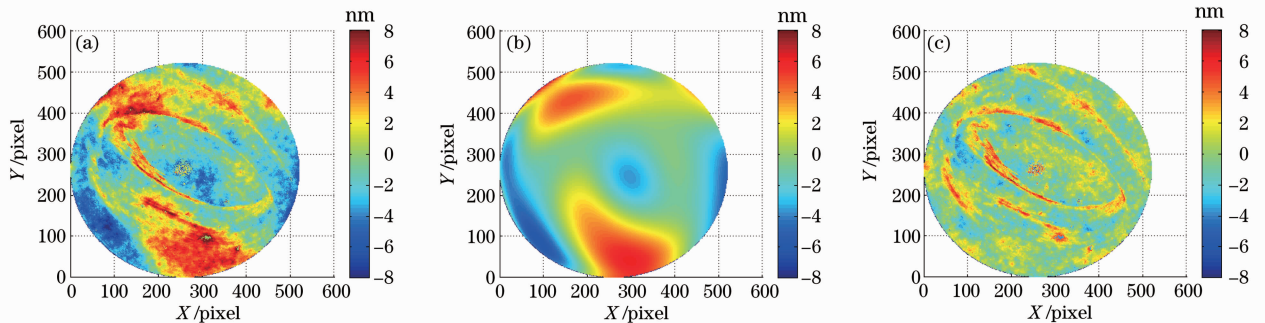


图 8 (a)实际干涉检测面形图,(b)前 36 项 Zernike 多项式拟合面形图及其(c)残差图

Fig. 8 (a) Surface deviation of interferometer measurement, (b) first 36 best fitted Zernike polynomials and (c) differences between the above two images

减小多项式拟合误差以进一步提高拟合精度,可增加多项式的拟合项数以包含更多的中高频信息。

## 5 结 论

阐述了基于单次旋转的旋转非对称面形误差绝对检测技术的基本原理,详细推导了单次旋转法的理论公式,重点分析了不同旋转角度对单次旋转算法检测精度的影响,实验结果与理论分析相符。与多次旋转平均算法作了对比,结果吻合较好,其残差RMS值约为1.5 nm。分析了影响单次旋转算法检测精度的主要因素(如旋转角度误差、旋转对准误差等),结果表明算法精度对旋转角度精度要求较低。与多次旋转平均法相比,单次旋转法只需一次旋转、两次测量,在保证检测精度的同时简化了检测过程,实用性较强。

## 参 考 文 献

- 1 C. J. Evans, R. N. Kestner. Test optics error removal [J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(7): 1015~1021
- 2 Guenther Seitz, Wolfgang Otto. Method for the Interferometric Measurement of Non-Rotationally Symmetric Wavefront Errors [P]. US Patent, 7277186 B2, [2007-10-02]
- 3 Wolfgang Otto, Aalen-Waldhausen. Method for the Interferometric Measurement of Non-Rotationally Symmetric Wavefront Errors [P]. US Patent, 6839143 B2, [2005-01-04]
- 4 Hajime Ichikawa, Takahiro Yamamoto. Apparatus and Method for Wavefront Absolute Calibration and Method of Synthesizing Wavefronts [P]. US Patent, 5982490, [1999-11-09]
- 5 Song Weihong, Wu Fan, Hou Xi. Simulation analysis on absolute testing of spherical surface with shift-rotation method [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(12): 3229~3234  
宋伟红, 伍凡, 侯溪. 基于平移旋转的球面绝对检测技术仿真分析[J]. *强激光与粒子束*, 2011, **23**(12): 3229~3234
- 6 Yang Peng, Wu Fan, Hou Xi. Simulation analysis of absolute measurement of rotationally asymmetric surface error [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2011, **38**(1): 93~97  
杨鹏, 伍凡, 侯溪. 旋转非对称面形误差绝对检测的仿真分析[J]. *光电工程*, 2011, **38**(1): 93~97
- 7 Seung-Woo Kim, Hyug-Gyo Rhee. Self-calibration of high frequency errors of test optics by arbitrary N-step rotation [J]. *International J. Korean Society of Precision Engineering*, 2000, **1**(2): 115~123
- 8 Zhang Jianfeng, Cao Xuedong, Jing Hongwei. Rotation method for system error calibration of interferometer [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2011, **38**(12): 69~74  
张建锋, 曹学东, 景洪伟. 基于旋转法的干涉仪系统误差标定[J]. *光电工程*, 2011, **38**(12): 69~74
- 9 K. Otaki, T. Yamamoto, Y. Fukuda. Accuracy evaluation of the point diffraction interferometer for extreme ultraviolet lithography aspheric mirror [J]. *J. Vac. Sci. Technol.*, 2002, **20**(1): 295~300
- 10 Xu Chen, Chen Lei, Wulan Tuya. Rotational variant error removal of the reference flat [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2010, **31**(3): 219~222  
徐晨, 陈磊, 乌兰图雅. 干涉仪标准面非旋转对称误差的消除[J]. *计量学报*, 2010, **31**(3): 219~222
- 11 D. Malacara. Optical Shop Testing [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007. 498~540
- 12 Cleve B. Moler. Numerical Computing with Matlab [M]. Beijing: China Machine Press, 2009. 121~133  
Cleve B. Moler. Matlab 数值计算 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009. 121~133
- 13 James C. Wyant, Katherine Creath. Applied Optics and Optical Engineering [M]. New York: Academic Press, 1990
- 14 Lars A. Selberg. Interferometer accuracy and precision [C]. *SPIE*, 1990, **1400**: 24~32
- 15 Miao Erlong, Zhang Jian, Gu Yongqiang *et al.*. Measurement error analysis of high precision Fizeau interferometer for lithography projection objective [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(8): 2029~2034  
苗二龙, 张健, 谷勇强等. 用于光刻投影物镜检测的高精度菲索干涉仪误差分析[J]. *中国激光*, 2010, **37**(8): 2029~2034
- 16 Xu Yang, Tang Feng, Wang Xiangzhao *et al.*. Measurement error analysis of absolute flatness test [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(10): 1008009  
徐洋, 唐锋, 王向朝等. 平面面形绝对检验技术测量误差分析[J]. *中国激光*, 2010, **38**(10): 1008009

栏目编辑: 何卓铭