

准同心广义经纬相机的成像模型及高精度标定

苑 云^{1,2} 朱肇昆^{1,2} 张小虎^{1,2} 尚 洋^{1,2} 于起峰^{1,2}

(¹ 国防科学技术大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)
(² 图像测量与视觉导航湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073)

摘要 对于大尺度运动目标的参数测量, 固定相机存在着视场与空间分辨率之间的矛盾, 并且当测量空中或海上目标时相机的标定也十分困难。跟踪式相机(如光电经纬仪)能解决此问题, 但存在体积大、成本高和操作复杂等缺点。结合两者特点取长补短, 将相机固定在二维旋转平台上, 尽可能实现同心放置, 组成准同心广义经纬相机进行中远场高精度测量, 测量过程中转台实时跟踪目标并为相机提供外参数。此方法并没有光电经纬仪非常严格的同心同轴的安裝要求。在合理假设基础上建立了经纬相机成像模型, 提出了线性求解及平差优化相机参数的方法。大量仿真与实际测量验证了模型和标定方法的正确性和高精度。广义经纬相机测量系统组合巧妙、装拆和操作简单、体积小、成本低、可全视场测量且测量精度高, 有广泛且重要的应用前景。

关键词 测量; 成像系统; 准同心广义经纬相机; 相机标定; 成像模型

中图分类号 O438 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201232.0715003

Imaging Model and High-Precision Calibration of Quasi-Concentric General Theodolite-Camera

Yuan Yun^{1,2} Zhu Zhaokun^{1,2} Zhang Xiaohu^{1,2} Shang Yang^{1,2} Yu Qifeng^{1,2}

¹ College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha, Hunan 410073, China

² Hunan Key Laboratory of Videometrics and Vision Navigation, Changsha, Hunan 410073, China

Abstract There is a contradiction between field of view and spatial resolution in still-camera-based measurement when the motion range of object is large, and the corresponding calibration procedure is difficult when the object is in the sky or sea. Measuring equipment like photoelectric theodolite can resolve this problem, but its volume is big, it costs very much, and the operation is relatively complicated. To combine the advantages of still camera and photoelectric theodolite, CCD camera is fixed to the two-dimensional (2D) rotation platform as concentrically as possible, constructing a quasi-concentric general theodolite-camera, to conduct high-accuracy measurement. The 2D rotation platform can rotate horizontally and vertically to track object in real time, and provide camera with rotation angle information to update its extrinsic parameters in real time. Photoelectric theodolite requires its optical center and optical axis to coincide with its rotation center and rotation axis respectively. However, no such assembling requirement is imposed on the general theodolite-camera. Theodolite-camera imaging model is constructed based on reasonable hypotheses, and linear solution and adjustment strategy for camera parameters are proposed. The correctness and high accuracy of the proposed imaging model and calibration strategy have been proved by both simulation data and experimental data. Measurement system based on general theodolite-camera possesses many advantages, for example simple structure and assembly, relatively small volume, low costs, panoramic measurement capability and high measuring accuracy. It has a wide and important application prospect.

Key words measurement; imaging systems; quasi-concentric general theodolite-camera; camera calibration; imaging model

OCIS codes 150.0155; 1550.6910; 120.6650

收稿日期: 2012-02-05; **收到修改稿日期:** 2012-03-05

基金项目: 国家自然科学基金(11072263)资助课题。

作者简介: 苑 云(1986—), 男, 博士研究生, 主要从事大型结构形变测量与大尺度运动目标参数测量、计算机视觉等方面的研究。E-mail: yuanyun_0101@163.com

导师简介: 于起峰(1958—), 男, 教授, 中国科学院院士, 主要从事空天图像测量与视觉导航方面的研究。

E-mail: yuqifeng@vip.163.com

1 引 言

目标大尺度运动参数测量是实验力学的一项基本研究内容,在航空航天及武器研制、试验中有广泛的应用。光学测量^[1~3]作为实验力学的一种重要手段,是测量目标运动参数的有效方法。光测系统的相机有固定式和跟踪式两种布置方式。固定式相机测量系统有小巧、拆装简单、便于携带等特点,但是存在着视场与空间分辨率之间的矛盾,并且标定时常常需要在相机视场内放置若干控制点。在某些使用条件下,如对空中或海上目标的测量情况,难以放置控制点,导致无法标定和测量。

跟踪式相机(如光电经纬仪)上的摄像系统^[4,5],其相机参数通过辅助设备测量获取。经纬仪二维(2D)旋转平台为三轴(垂直轴、水平轴、视准轴)地平装置,三轴相交且相互垂直,交点为旋转中心。二维旋转平台测量得到的方位角和俯仰角即是视准轴(望远镜主光轴)的方向。相机光心与二维旋转平台旋转中心重合,且相机光轴与视准轴重合,本文称同心同轴。相机光轴的方向等同于视准轴的方向,在任意位置相机光轴的方位角和俯仰角等于二维旋转平台测量得到的方位角和俯仰角。光电经纬仪上的相机参数的获取简单,但是同心同轴的条件需要精密的安装测试才能实现,导致光电经纬仪设备体积大、安装困难、成本高,一般只在靶场对远距离目标跟踪拍摄时使用。

结合上述两者测量的特点取长补短,将相机固定在各种能够提供二维旋转角功能的平台上即组成经纬相机。全站仪、经纬仪等不仅能提供二维旋转角还具有目视镜装置,标定此种形式的经纬相机有更简单的方法^[6~10]。本文只研究相机与普通二维旋转平台组成的准同心广义经纬相机,它并没有光电经纬仪非常严格的同心同轴的特殊安装要求,在未知光心光轴的情形下只需尽可能接近同心。大型光电经纬仪先使用平行光管的方法^[11]对经纬仪光轴和相机光轴进行平行校正,然后使用控制点及正倒镜方法计算定向差、零位差及轴系误差等,在测量过程中直接修正这些系统差。而本文的二维旋转平台没有精密的设备进行平行校正,光电经纬仪的外场校准方法并不完全适用于本文准同心的广义经纬相机,必须采用其他方法标定整个经纬相机系统。

广义经纬相机的标定类似于手眼标定^[12,13]。基于两次正交运动的手眼标定是常用方法,其基础方法是位姿估计,这要求单视图中存在多个控制点,此条件在中远场标定中不容易满足,因此手眼标定

比较适用于近场。本文首先给出了相机中心投影模型,在合理假设基础上推导了转台角度指零时各坐标系之间的位姿关系,然后推导了运动时各坐标系之间的位姿关系,建立了准同心广义经纬相机成像模型。在相机标定中提出了基于控制点线性求解及平差优化相机参数的方法。平差优化等效焦距、畸变系数、光心位置和角度在内的各参数,得到高精度结果,并做了大量仿真和外场实测实验对成像模型和标定方法进行了验证。

2 准同心广义经纬相机成像模型

2.1 相机中心投影

本文研究基于中心投影模型,其表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{X}_C, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x} = [x \ y \ 1]^T$ 为像点的齐次坐标, $\mathbf{X}_C = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ 表示物点在相机坐标系 C 中的非齐次坐标。C 定义 Z 轴为光轴, X、Y 轴方向平行于 CCD 阵列的方向,且满足右手定则。 \mathbf{K} 为内参数矩阵

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & s & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 f_x 和 f_y 为行和列方向等效焦距, (c_x, c_y) 表示主点(单位:像素), s 为扭曲因子。现在多数相机的 s 理想值为零,因此内参数矩阵常简化为 4 参数形式。在此基础上,当行列方向等效焦距相等时内参数矩阵简化为 3 参数形式。当主点假设为图像中心时^[14](此种假设几乎不损失测量精度)为 2 参数或 1 参数形式。本文标定方法用于交会测量,采用假设图像中心为主点的简化模型,内参数矩阵中只有等效焦距为未知数。

相机的畸变模型根据相机镜头的类型采用不同的形式,长焦小视场角的镜头可不考虑其畸变,而短焦镜头只采用一阶径向畸变。

2.2 指零时位姿关系

将相机固定安装在二维旋转平台(下文简称转台或平台)上,即形成较为普通的经纬相机,本文称广义经纬相机。本文不研究将相机任意固定在转台上的广义经纬相机,只研究在未知光心光轴的情形下尽可能接近同心安装要求的广义经纬相机。它虽然没有光电经纬仪非常严格的同心同轴的要求,但也要求相机安装在离旋转平台中心尽可能近的位置上,称为准同心广义经纬相机(下文简称经纬相机),如图 1 所示。



图 1 准同心广义经纬相机实物图

Fig. 1 Quasi-concentric general theodolite-camera

大型光电经纬仪先使用平行光管的方法对经纬仪光轴和相机光轴进行平行校正,然后使用控制点及正倒镜方法计算定向差、零位差及轴系误差等,在测量过程中直接修正这些系统差。而本文的转台没有精密的设备进行平行校正,必须采用其他方法标定整个经纬相机系统。本节首先推导此类经纬相机的成像模型。

世界坐标系 W 定义如下: Y 轴朝上,水平面内相互垂直的两个轴为 X 轴和 Z 轴,坐标轴满足右手定则。辅助世界坐标系 W' 定义为世界系平移到光心位置后的坐标系。 W' 与 W 两者关系为

$$\mathbf{X}_{W'} = \mathbf{X}_W - \mathbf{O}_C, \quad (3)$$

式中 \mathbf{X}_W 和 $\mathbf{X}_{W'}$ 分别为空间点在坐标系 W 和 W' 中的坐标, $\mathbf{O}_C = [O_{cx} \ O_{cy} \ O_{cz}]^T$ 为光心在 W 中的坐标。

转台只能提供在两个相互垂直平面内转动的两个角度。由于转台没有经纬仪那样的可用于观察的镜筒,并不清楚其轴对准空间中哪个方向。因此它提供的两个转角只是相对值,相对于零角度值而言。测量前转台已用水平仪调平,这两个转角称为方位角和俯仰角(AE角)。

定义转台坐标系 T 的原点为转台转动中心, Y 轴为垂直转动轴, Z 轴为水平转动轴, X 轴由右手定则确定。转台坐标系随着转台的转动而变化。定义转台在角度指零时的坐标系为初始转台坐标系,并记为 T_0 。定义转台在运动到某位置时的坐标系为运动转台坐标系,并记为 T_i 。

相机光心是个抽象的概念,不是可见的物理实体。考虑到待测量目标到相机的距离要远远大于光心偏离转台转动中心的位移,本文假设转台坐标系与辅助世界坐标系之间只有旋转关系,如图 2 所示。

初始转台坐标系 T_0 与辅助世界坐标系 W' 之间的关系为

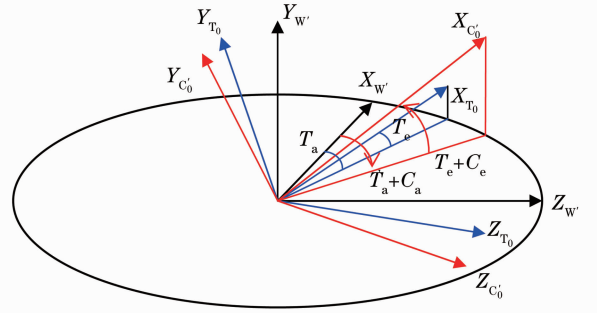


图 2 指零时坐标系关系

Fig. 2 Relative pose of coordinate systems under zero position

$$\mathbf{X}_{T_0} = \mathbf{R}_{W'T_0} \mathbf{X}_{W'}, \quad (4)$$

式中 $\mathbf{X}_{W'}$ 和 \mathbf{X}_{T_0} 分别为空间点在 W' 和 T_0 中的坐标, $\mathbf{R}_{W'T_0}$ 表示 W' 向 T_0 转换的旋转矩阵(以下类同)。 $\mathbf{R}_{W'T_0}$ 可表示为绕垂直轴 $Y_{W'}$ 和水平轴 $Z_{W'}$ 的两个转动的合成,即

$$\mathbf{R}_{W'T_0} = \mathbf{R}_e(T_e) \mathbf{R}_a(T_a), \quad (5)$$

式中 T_a 和 T_e 分别为 T_0 的 X 轴在 W' 中的方位角和俯仰角, $\mathbf{R}_a(\theta)$ 和 $\mathbf{R}_e(\theta)$ 分别表示角度值为 θ 的水平面内转动(顺时针为正)和垂直面内转动(逆时针为正),

$$\mathbf{R}_a(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_e(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

如图 2 所示,为推导方便,定义辅助相机坐标系 C'_0 为: W' 先后经过绕垂直轴 $Y_{W'}$ 和水平轴 $Z_{W'}$ 的两个转动,其 $X_{W'}$ 轴达到与相机光轴重合。 W' 和 C'_0 关系为

$$\mathbf{X}_{C'_0} = \mathbf{R}_{W'C'_0} \mathbf{X}_{W'}, \quad \mathbf{R}_{W'C'_0} = \mathbf{R}_e(T_e + C_e) \mathbf{R}_a(T_a + C_a), \quad (7)$$

式中 $T_a + C_a$ 和 $T_e + C_e$ 分别为相机光轴在 W' 中的方位角和俯仰角, C_a 和 C_e 分别为相机与转台的方位角和俯仰角的差值。

图 3 为真实的相机坐标系 C_0 与辅助相机坐标系 C'_0 之间的关系。

C_0 与 C'_0 之间相差一个绕光轴的滚转角 ρ (顺时针为正)和坐标轴的交换,可表示为

$$\mathbf{X}_{C_0} = \mathbf{R}_{C'_0 C_0} \mathbf{X}_{C'_0}, \quad \mathbf{R}_{C'_0 C_0} = \mathbf{R}_I \mathbf{R}_\rho, \quad (8)$$

式中 \mathbf{R}_ρ 表示滚转, \mathbf{R}_I 表示坐标轴交换:

$$\mathbf{R}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\rho = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho & -\sin \rho \\ 0 & \sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix}. \quad (9)$$

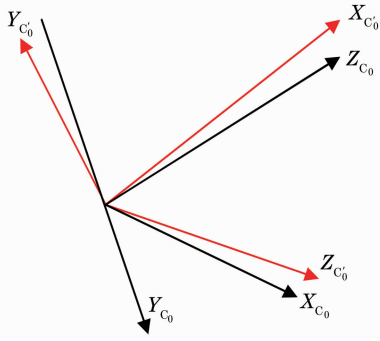


图3 真实相机坐标系与辅助相机坐标系关系
Fig.3 Relation between the real and auxiliary camera coordinate systems

相机固定安装在转台上。在转台转动时,相机与转台的相对关系保持不变,即三个坐标系 T_0 、 C_0 和 C_0 之间相对关系保持不变。由(4)式和(7)式得 $X_{C'_0} = R_{W'C'_0} (R_{W'T_0})^T X_{T_0}$, $R_{T_0 C'_0} = R_{W'C'_0} (R_{W'T_0})^T$ 。利用 $R_a(\theta)^T = R_a(-\theta)$, $R_e(\theta)^T = R_e(-\theta)$ 得

$$R_{T_0 C'_0} = R_{W'C'_0} (R_{W'T_0})^T = R_e(T_e + C_e) R_a(C_a) R_e(-T_e). \quad (10)$$

同理由(8)式和(10)式可得 $X_{C_0} = R_{C'_0 C_0} R_{T_0 C'_0} X_{T_0}$, 则

$$R_{T_0 C_0} = R_{C'_0 C_0} R_{T_0 C'_0} = R_1 R_\rho R_e(T_e + C_e) R_a(C_a) R_e(-T_e). \quad (11)$$

2.3 运动时位姿关系

如前所述,坐标系 W 固定不动, W' 的原点由光心位置决定。在转台指零时,转台坐标系、相机坐标系和辅助相机坐标系为 T_0 、 C_0 与 C'_0 。在转台运动到某位置时三者分别记为 T_i 、 C_i 与 C'_i , 此时转台的方位角和俯仰角读数为 A 和 E 。 T_i 与 C_i 关系为

$$X_{C_i} = R_{T_i C_i} X_{T_i}, \quad R_{T_i C_i} = R_{T_0 C_0}. \quad (12)$$

转台指零时, T_0 的 X 轴在在 W' 中的方向向量由 A, E 角 T_a 和 T_e 来表示。 T_0 到 T_i 的运动应该是先做角度为 $-T_e$ 的俯仰运动,再做角度为 A 的水平运动,最后做角度为 $E + T_e$ 的俯仰运动,表示为

$$X_{T_i} = R_{T_0 T_i} X_{T_0}, \quad R_{T_0 T_i} = R_e(E + T_e) R_a(A) R_e(-T_e). \quad (13)$$

由此可知,当 A 和 E 指零时, $R_{T_0 T_i} = I_{3 \times 3}$ 为单位阵,说明经纬相机还没有运动。

由(4)、(12)和(13)式得 $X_{C_i} = R_{T_i C_i} R_{T_0 T_i} R_{W'T_0} X_W$, 则

$$R_{W'C_i} = R_1 R_\rho R_e(T_e + C_e) R_a(C_a) R_e(E) R_a(A) R_a(T_a). \quad (14)$$

由(1)、(3)和(14)式,最后得投影模型为

$$x = KR_1 R_\rho R_e(T_e + C_e) R_a(C_a) R_e(E) \times R_a(A) R_a(T_a) (X_W - O_C),$$

记角度向量

$$A = [\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \rho]^T = [T_a \quad T_e + C_e \quad C_a \quad \rho]^T,$$

则中心投影模型为

$$x = KR(X_W - O_C) = KR[I \quad -O_C] \begin{bmatrix} X_W \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$R = R_1 R_\rho R_e(\beta) R_a(\gamma) R_e(E) R_a(A) R_a(\alpha), \quad (15)$$

式中 R 为相机的外参数旋转矩阵。可见与常见的中心投影模型十分相似,只是外参数旋转矩阵 R 与从转台读取的 AE 角 (A, E) 和角度向量 A 有关系。考虑畸变系数可得到完整的成像模型。

2.4 另一种理解

上面的推导比较复杂,想像存在一个与转台关系固定并随着转台运动的虚拟体坐标系 G ,在指零时记为 G_0 ,在运动时记为 G_i 。在指零时它与 W 只相差一个方位角 T_a 的运动:

$$X_{G_0} = R_{W'G_0} X_W, \quad R_{W'G_0} = R_a(T_a). \quad (16)$$

由(7)、(8)和(16)式不难知道

$$X_{C_0} = R_{G_0 C_0} X_{G_0}, \quad R_{G_0 C_0} = R_1 R_\rho R_e(T_e + C_e) R_a(C_a). \quad (17)$$

G 运动到 G_i 的过程同经纬仪的转动完全一致,即分解为方位角 A 和俯仰角 E 的运动:

$$X_{G_i} = R_{G_0 G_i} X_{G_0}, \quad R_{G_0 G_i} = R_e(E) R_a(A). \quad (18)$$

由(16)~(18)式可得到同(14)式一样的结果,其中

$$R = R_{G_0 C_0} R_{G_0 G_i} R_{W'G_0}. \quad (19)$$

各坐标系传递的示意图如图4所示。

从图4中不难得到

$$R_{C_0 C_i} = R_{G_0 C_0} R_{G_0 G_i} (R_{G_0 C_0})^T,$$

上式与手眼标定公式完全一致, G_0 和 C_0 分别为“手”和“眼”。这表明如果能够通过两次旋转轴不相互平行的运动,计算出相机运动前后的姿态变化量 $R_{C_0 C_i}$ [15,16],并且已知转动角度 (A, E),就能标定出手眼关系 $R_{G_0 C_0}$ 。由于 $R_{C_0 C_i}$ 一般通过位姿估计得到,这要求单视图中存在多个控制点,此条件在中远场标定中不容易满足,因为经纬相机的镜头一般为长焦小视场角。因此,这种标定方法比较适合于近场的标定。况且,在多台经纬相机交会测量时,仅完成手眼标定还不够,还需要已知 $R_{W'G_0}$ 或 $R_{W'C_0}$ 。鉴于此,下文采用类似于立体标定的方法,以单个控制点及其对应像点为结构直接建立关于经纬相机参数的共线约束关系进行标定。

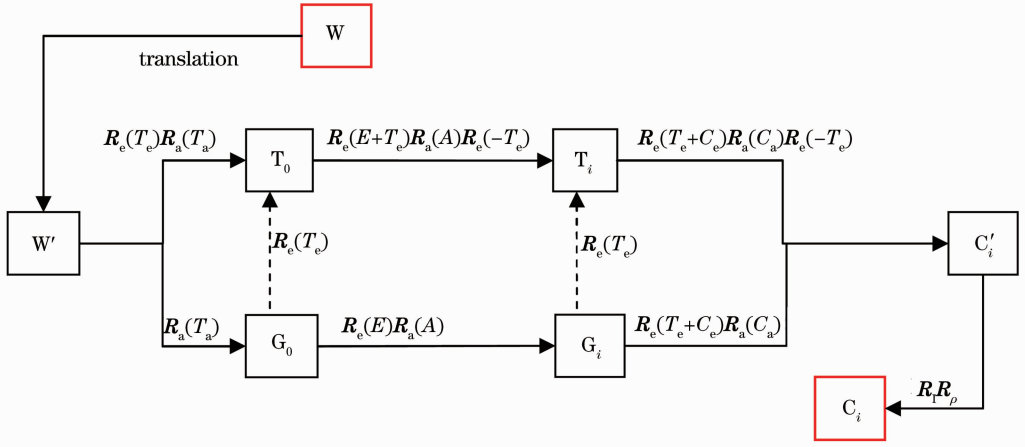


图4 坐标系传递

Fig. 4 Transfer of each coordinate system

3 准同心广义经纬相机标定方法

3.1 线性求解相机参数

本文假设图像中心为主点,焦距初始值由远处与像平面近似平行的平面上的两个点计算得到。由(15)式和(19)式得 $\mathbf{K}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{R}_{G_0C_0}\mathbf{R}_{G_0G_i}\mathbf{R}_{W'G_0}\mathbf{X}_{W'}$, 此式

相差一个尺度因子,消除尺度因子后为

$$(\mathbf{R}_{G_0G_i})^T(\mathbf{R}_{G_0C_0})^T\mathbf{x}' = \mathbf{R}_{W'G_0}\mathbf{X}'_w, \quad (20)$$

式中 \mathbf{x}' 和 \mathbf{X}'_w 分别为 $\mathbf{K}^{-1}\mathbf{x}$ 和 \mathbf{X}_w 按模归一化后的坐标。(20)式的左边为

$$(\mathbf{R}_{G_0G_i})^T(\mathbf{R}_{G_0C_0})^T\mathbf{x}' = (\mathbf{R}_{G_0G_i})^T \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{G_0C_01}^T\mathbf{x}' \\ \mathbf{R}_{G_0C_02}^T\mathbf{x}' \\ \mathbf{R}_{G_0C_03}^T\mathbf{x}' \end{bmatrix} = (\mathbf{R}_{G_0G_i})^T \begin{bmatrix} \mathbf{x}'^T\mathbf{R}_{G_0C_01} \\ \mathbf{x}'^T\mathbf{R}_{G_0C_02} \\ \mathbf{x}'^T\mathbf{R}_{G_0C_03} \end{bmatrix} = (\mathbf{R}_{G_0G_i})^T \text{diag}(\mathbf{x}'^T, \mathbf{x}'^T, \mathbf{x}'^T) \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{G_0C_01} \\ \mathbf{R}_{G_0C_02} \\ \mathbf{R}_{G_0C_03} \end{bmatrix},$$

式中 $\mathbf{R}_{G_0C_0i}$ 为 $\mathbf{R}_{G_0C_0}$ 的第 i 列, $\text{diag}(\mathbf{x}'^T, \mathbf{x}'^T, \mathbf{x}'^T)$ 表示行向量 \mathbf{x}'^T 组成的分块矩阵,其尺寸为 3×9 。(20)式的右边为

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_w \\ Y'_w \\ Z'_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'_w & Z'_w \\ 0 & 0 \\ Z'_w & -X'_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Y'_w \\ 0 \end{bmatrix},$$

进行直接线性变换后为

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{R}_{G_0G_i})^T \text{diag}(\mathbf{x}'^T, \mathbf{x}'^T, \mathbf{x}'^T) & -X'_w & -Z'_w \\ & 0 & 0 \\ & -Z'_w & X'_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{G_0C_01} \\ \mathbf{R}_{G_0C_02} \\ \mathbf{R}_{G_0C_03} \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y'_w \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

在已知相机内参条件下,一个空间点及其对应的图像点和 AE 角可提供(21)式中的 3 个方程,4 个一般位置的控制点与图像点的对应可线性求解(21)式中未知数。 α 角由解 $\cos \alpha$ 和 $\sin \alpha$ 得到。

假设线性解 $\mathbf{R}_{G_0C_0}$ 的奇异值分解(SVD)为 $\mathbf{R}_{G_0C_0} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T$, 与其逼近的正交阵为^[17]

$$\hat{\mathbf{R}}_{G_0C_0} = \mathbf{U}\mathbf{V}^T, \quad (22)$$

分解 $\hat{\mathbf{R}}_{G_0C_0}$ 得到旋转角 β, γ, ρ 的初始值。

当 α 角已知即 $\mathbf{R}_{W'G_0}$ 已知时,例如由(21)式或者由正倒镜标定的方法近似得到,(20)式简化成了求解旋转矩阵 $\mathbf{R}_{G_0C_0}$ 的问题形式,两个控制点对应就能求解。较好的一种方法是 Cayley 变换^[18]

$$[\mathbf{X}_G + \mathbf{x}']_x \Omega = \mathbf{X}_G - \mathbf{x}', \quad (23)$$

式中 $\mathbf{X}_G = \mathbf{R}_{G_0G_i}\mathbf{R}_{W'G_0}\mathbf{X}_{W'}$, $[\]_x$ 表示三维列向量的反

对称矩阵, Ω 为 $\mathbf{R}_{c_0 c_0}$ 的带角度大小的旋转轴矢量。

3.2 优化相机参数

本文在假设光心已知的基础上求解得到相机参数的初始值, 因此初始值并不精确, 需要优化相机参数。采用 Levenberg-Marquardt (LM) 优化方法, 待优化值为相机的等效焦距、一阶径向畸变系数、外参数旋转角、光心位置。由于控制点数并不可能设置得很多, 因此通过假设图像中心为主点和采用一阶径向畸变模型而省略若干待优化参数, 这样一方面将增加优化过程中的剩余自由度, 另一方面避免了优化过程中参数之间的耦合, 提高优化的稳定性。

优化的观测方程形式由投影模型关系(15)式得到

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x X_c / Z_c + c_x + f_x d_x (d_x^2 + d_y^2) k \\ f_y Y_c / Z_c + c_y + f_y d_y (d_x^2 + d_y^2) k \end{bmatrix}, \quad (24)$$

式中 $\mathbf{X}_c = \mathbf{R}(\mathbf{X}_w - \mathbf{O}_c)$ 同(1)式, k 为一阶径向畸变系数, $d_x = (x - c_x) / f_x$, $d_y = (y - c_y) / f_y$ 为归一化像点坐标。

优化过程中的迭代形式为

$$\mathbf{J}\delta = \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (25)$$

即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{k} \\ \mathbf{A} \\ \mathbf{O}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_n \end{bmatrix},$$

式中 n 为优化的总点数, $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i$ 第 i 个点的残差矢量, \mathbf{x}_i 为测量得到的像点坐标, $\bar{\mathbf{x}}_i$ 为由(15)式计算得到的像点坐标。 δ 为当前选择参数的改正数, 其

中 $\mathbf{F} = [f_x \ f_y]^T$ 表示等效焦距组成的矢量, $\mathbf{A} = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \rho]^T$ 表示如(15)式中相机的外参数旋转角矢量, $\mathbf{O}_c = [O_{cx} \ O_{cy} \ O_{cz}]^T$ 表示如(3)式中相机的光心位置。 \mathbf{J}_i 为第 i 个点的导数阵:

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{x}_i}{d\mathbf{F}} & \frac{d\mathbf{x}_i}{d\mathbf{k}} & \frac{d\mathbf{x}_i}{d\mathbf{A}} & \frac{d\mathbf{x}_i}{d\mathbf{O}_c} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

某像点对等效焦距 $\mathbf{F} = [f_x \ f_y]^T$ 的偏导数阵为

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} X_c / Z_c - 2kd_x^3 & -2kd_x d_y^2 f_x / f_y \\ -2kd_x^2 d_y f_y / f_x & Y_c / Z_c - 2kd_y^3 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

像点对一阶径向畸变系数 k 的偏导数阵为

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} f_x d_x (d_x^2 + d_y^2) \\ f_y d_y (d_x^2 + d_y^2) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

像点对平移向量 $\mathbf{O}_c = [O_{cx} \ O_{cy} \ O_{cz}]^T$ 的偏导数阵为

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{O}_c} = \frac{d\mathbf{x}}{dX_c} \frac{dX_c}{d\mathbf{O}_c}, \quad (29)$$

式中

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}_c} = \frac{1}{Z_c^2} \begin{bmatrix} f_x Z_c & 0 & -f_x X_c \\ 0 & f_y Z_c & -f_y Y_c \end{bmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{X}_c}{d\mathbf{O}_c} = -\mathbf{R}. \quad (30)$$

像点对外参数旋转角 $\mathbf{A} = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \rho]^T$ 的偏导数阵为

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{A}} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}_c} \frac{d\mathbf{X}_c}{d\mathbf{A}} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}_c} \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{X}_c}{d\alpha} & \frac{d\mathbf{X}_c}{d\beta} & \frac{d\mathbf{X}_c}{d\gamma} & \frac{d\mathbf{X}_c}{d\rho} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

其中 $d\mathbf{x}/d\mathbf{X}_c$ 同上,

$$\frac{d\mathbf{X}_c}{d\alpha} = \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_\rho \mathbf{R}_e(\beta) \mathbf{R}_a(\gamma) \mathbf{R}_e(E) \mathbf{R}_a(A) \frac{d\mathbf{R}_a(\alpha)}{d\alpha} (\mathbf{X}_w - \mathbf{O}_c),$$

$$\frac{d\mathbf{X}_c}{d\beta} = \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_\rho \frac{d\mathbf{R}_e(\beta)}{d\beta} \mathbf{R}_a(\gamma) \mathbf{R}_e(E) \mathbf{R}_a(A) \mathbf{R}_a(\alpha) (\mathbf{X}_w - \mathbf{O}_c),$$

$$\frac{d\mathbf{X}_c}{d\gamma} = \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_\rho \mathbf{R}_e(\beta) \frac{d\mathbf{R}_a(\gamma)}{d\gamma} \mathbf{R}_e(E) \mathbf{R}_a(A) \mathbf{R}_a(\alpha) (\mathbf{X}_w - \mathbf{O}_c),$$

$$\frac{d\mathbf{X}_c}{d\rho} = \mathbf{R}_1 \frac{d\mathbf{R}_\rho}{d\rho} \mathbf{R}_e(\beta) \mathbf{R}_a(\gamma) \mathbf{R}_e(E) \mathbf{R}_a(A) \mathbf{R}_a(\alpha) (\mathbf{X}_w - \mathbf{O}_c),$$

$$\frac{d\mathbf{R}_a(\alpha)}{d\alpha} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{R}_e(\beta)}{d\beta} = \begin{bmatrix} -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ -\cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{d\mathbf{R}_a(\gamma)}{d\gamma} = \begin{bmatrix} -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \end{bmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{R}_\rho}{d\rho} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \rho & -\cos \rho \\ 0 & \cos \rho & -\sin \rho \end{bmatrix}. \quad (32)$$

以上各式中 f_x 为等效焦距, $\alpha, \beta, \gamma, \rho$ 分别代表角度向量 $\mathbf{A} = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \rho]^T$ 的对应元素, O_{cx}, O_{cy}, O_{cz} 分别代表光心位置的坐标分量, (x, y) 为像点重投影坐标。当已知行列方向等效焦距相等时, 取两者平均值作为等

等效焦距。在优化过程中等效焦距只作为一个参数来优化,将(27)式两列合并成一列。

4 算 法

本文算法总结如下。

输入:控制点坐标 \mathbf{X}_w 、对应像点坐标 \mathbf{x} 、对应图像的 AE 角读数 (A, E) 、相机光心粗略位置 \mathbf{O}_c 。

1) 计算相机内参数初值

主点取为图像中心;

焦距初始值由远处与像平面近似平行的平面上的两个点计算得到。

2) 计算相机外参数初值

利用(21)式计算相机的 α 角,使用(23)式计算相机的 β, γ, ρ 角,增加参数求解的稳定性。

3) 优化相机参数

畸变参数初值为 0,其他参数初值同上,采用 LM 加速 Newton 迭代方法优化各参数。残差方程式如(25)式所示。

5 实 验

5.1 仿真实验

仿真世界系原点设置在转台旋转中心,标定用

9 个控制点分布大约在经纬相机前方 100 m、宽 60 m 高 60 m 的“田”字形平面上。相机分辨率为 1024 pixel \times 1024 pixel,等效焦距 20000,主点(512, 512),光心位置(0,0,0)。标定时已知行列方向等效焦距相等。相机角度向量为($3^\circ, 3^\circ, 3^\circ, 3^\circ$)。

仿真分别检验物点、像点、光心位置、转台 AE 角度、等效焦距几个因素单独对标定结果的影响。算法输入时都给像点加上均值为 0,均方根(RMS)误差为 0.3 pixel 的高斯噪声。

首先检验物点误差对标定结果的影响。物点噪声 RMS 误差变化范围 0~20 mm,间隔 1 mm。对每种噪声水平取 100 次独立实验的平均值作为计算结果。图 5 为各个参数的 RMS 误差随物点噪声的变化曲线,其中 f_x 表示等效焦距, $\alpha, \beta, \gamma, \rho$ 分别代表角度向量 $\mathbf{A} = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \rho]^T$ 的对应元素, O_{cx}, O_{cy}, O_{cz} 分别代表光心位置的坐标分量, (x, y) 为像点重投影坐标。从图中可看出,曲线都呈上升趋势。滚转角误差受噪声的影响比其他三个角大很多。由于物点在经纬相机标定中并不被优化,给定的物点精度直接影响标定的精度。

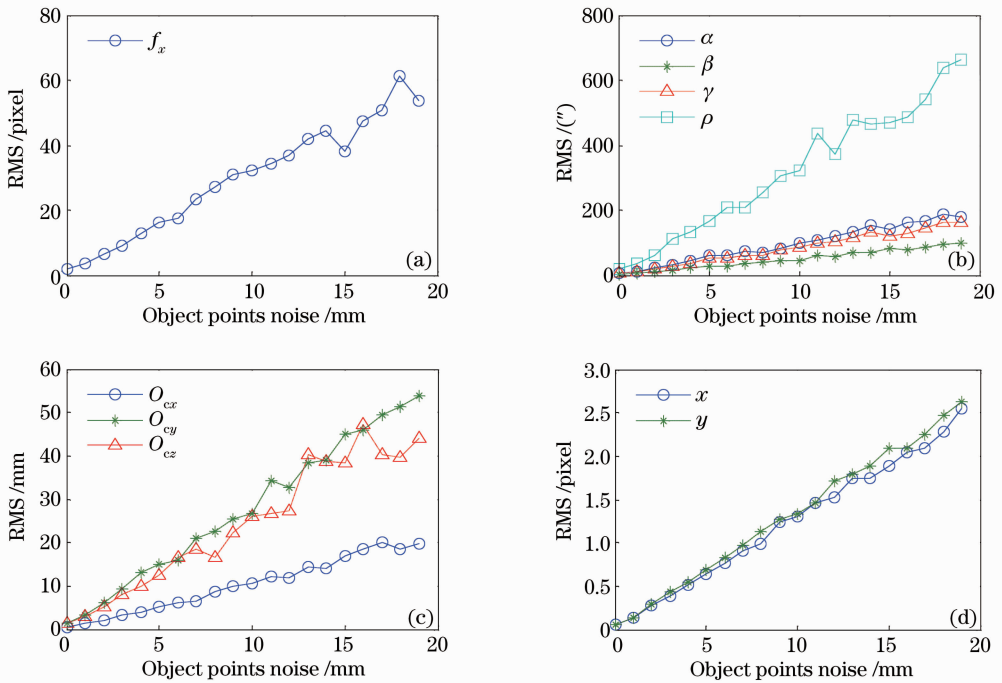


图 5 各个参数的均方根误差随物点噪声的变化曲线

Fig. 5 RMS change curves of each parameter along with object points noise

然后检验像点误差对标定结果的影响。像点噪声 RMS 误差变化范围 0~1 pixel,间隔 0.05 pixel。对每种噪声水平做 100 次独立实验。图 6 为各个参

数的 RMS 误差随像点噪声的变化曲线。从图中可以看出,曲线都呈上升趋势,但等效焦距和光心位置的误差都比较小,说明两者受像点噪声的影响比较

小,原因是由于长镜头的等效焦距很大,像点噪声换算成角度噪声会很小,等效焦距为 20000 时 0.2 pixel 对应大约 $2''$ 。滚转角误差受噪声的影响比其他三个角大。

心位置噪声 RMS 误差变化范围 0~100 mm,间隔 5 mm。对每种噪声水平做 100 次独立实验。图 7 为各个参数的 RMS 误差随光心位置噪声的变化曲线。图中曲线表明光心位置对标定的影响很小。

然后检验光心位置误差对标定结果的影响。光

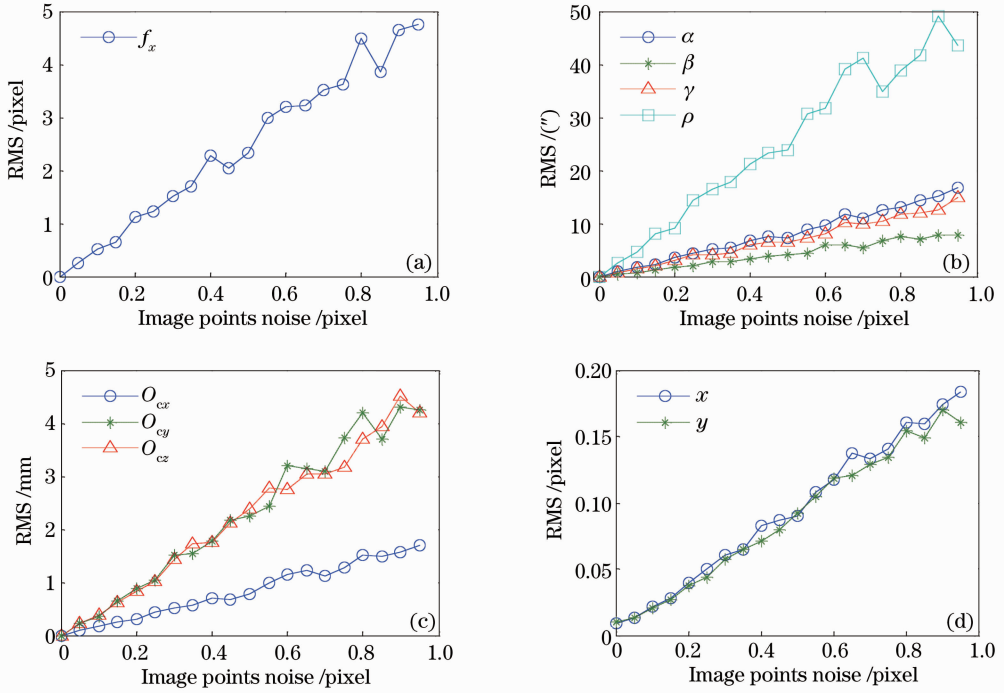


图 6 各个参数的均方根误差随像点噪声的变化曲线

Fig. 6 RMS change curves of each parameter along with image noise

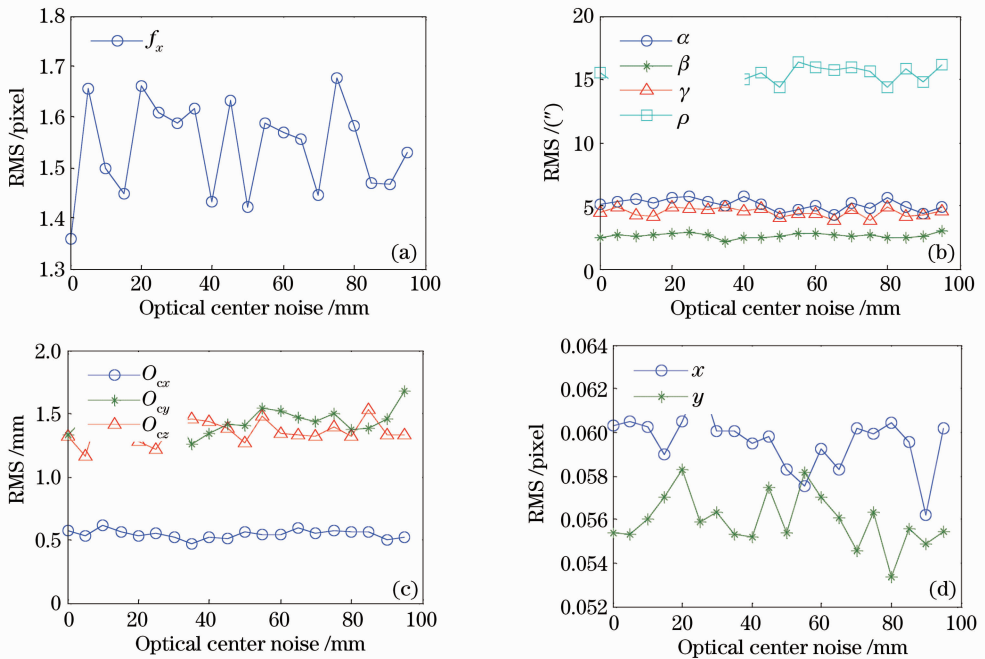


图 7 各个参数的均方根误差随光心位置噪声的变化曲线

Fig. 7 RMS change curves of each parameter along with optical center noise

然后检验转台 AE 角误差对标定结果的影响。转台 AE 角噪声 RMS 误差变化范围 $0'' \sim 20''$ ，间隔 $1''$ 。对每种噪声水平做 100 次独立实验。图 8 为各个参数的 RMS 误差随转台 AE 角噪声的变化曲线。从图中可以看出，曲线都呈上升趋势。滚转角误差受噪声的影响比其他三个角大很多。AE 角为转台

提供的角度，此参数在经纬相机标定中并不被平差优化。转台的精度直接影响标定的精度。

最后检验等效焦距误差对标定结果的影响。等效焦距噪声 RMS 误差变化范围 $0 \sim 4000$ ，间隔 200。对每种噪声水平做 100 次独立实验。图 9 为各个参数的 RMS 误差随等效焦距噪声的变化曲线，

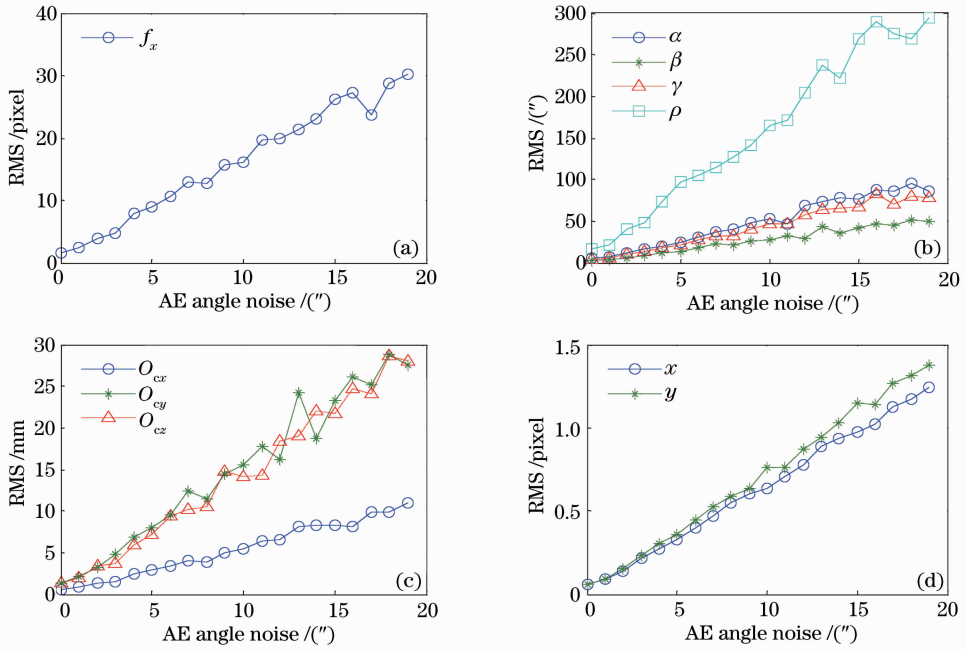


图 8 各个参数的均方根误差随转台 AE 角噪声的变化曲线

Fig. 8 RMS curves of each parameter along with AE angle noise

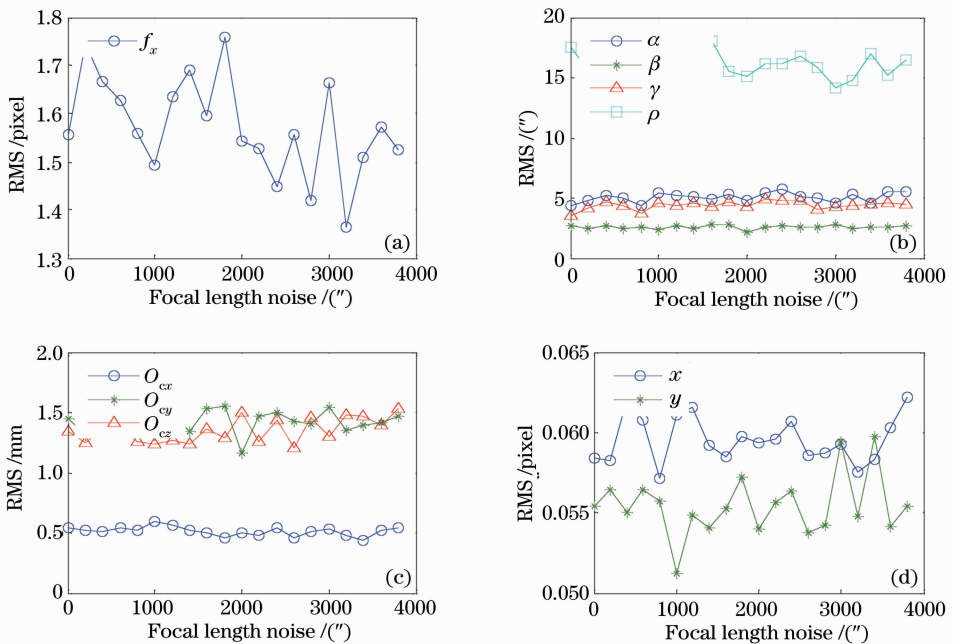


图 9 各个参数的均方根误差随等效焦距噪声的变化曲线

Fig. 9 RMS curves of each parameter along with focal length noise

表明等效焦距对标定的影响很小。

5.2 实拍实验

在外场做了测量实验,通过单相机标定得到的重投影误差来检验标定效果,同时利用双相机交会测量的方式,对比测量值与真实值的误差,从而验证交会测量的精度。

实际外场整个待测量区域为 $40\text{ m} \times 40\text{ m} \times 70\text{ m}$,如图 10 所示,图中三个红色区域为经纬相机所在位置,中间相机实物如图 1 所示。世界坐标系

定义为:原点为实验场地地面中心, X 轴为水平面上正视实验场方向, Y 轴朝上, Z 轴由右手定则确定。三个相机的平面上坐标大约为:左相机 $(-37.0619, -47.3143)$,中间相机 $(-110.0070, 0.0087)$,右相机 $(-36.9063, 47.2215)$ 。相机类型相同,为约克相机,分辨率 $1280\text{ pixel} \times 1024\text{ pixel}$,帧频 200 frame/s ,像元尺寸 $14\text{ }\mu\text{m}$,镜头类型为 Nikon,中间相机物理焦距 400 mm ,另两个为 200 mm 。

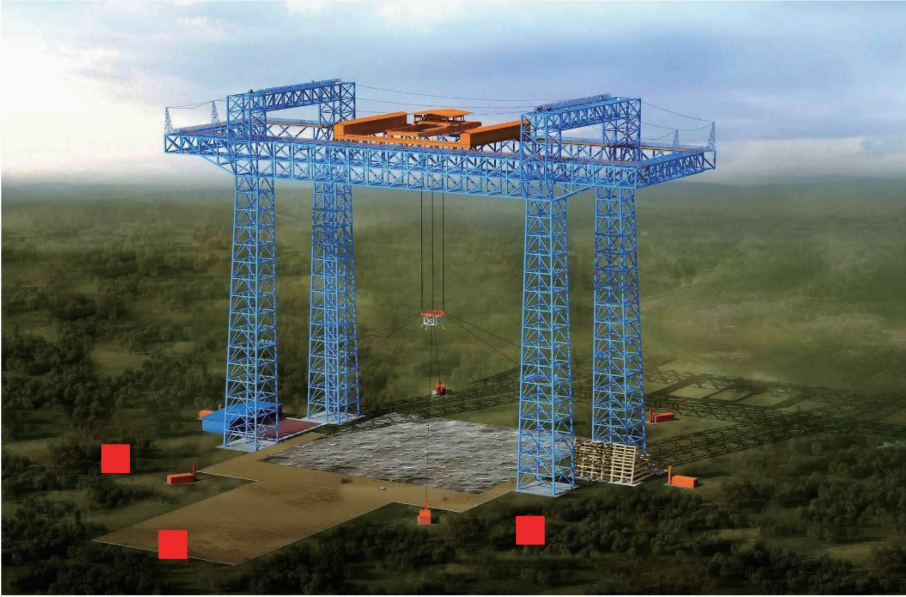


图 10 外场实验示意图

Fig. 10 Schematic diagram of field test

在地面和塔架柱子上粘贴黑白块标志,如图 11 所示;在大约 90 m 的顶部粘贴三个标志以验证测量精度,如图 12 所示。合作标志坐标及其相机初始位置利用全站仪测量得到。

三台相机标定结果如表 1 所示,表中符号同上,其中重投影角度误差计算公式为

$$\theta_x = \arctan(\Delta x / f_x),$$

$$\theta_y = \arctan(\Delta y / f_y), \quad (33)$$

式中 $(\Delta x, \Delta y)$ 为重投影像素误差。标定结果表明重投影角度 RMS 误差不超过 $4''$ 。

用中间相机与右相机对顶部三个标志点进行交会测量,将全站仪测量得到的值作为真实值。表 2 给出了交会测量值与真实值的对比。测量误差最大不超过 3 mm ,表明本文方法精度比较高。

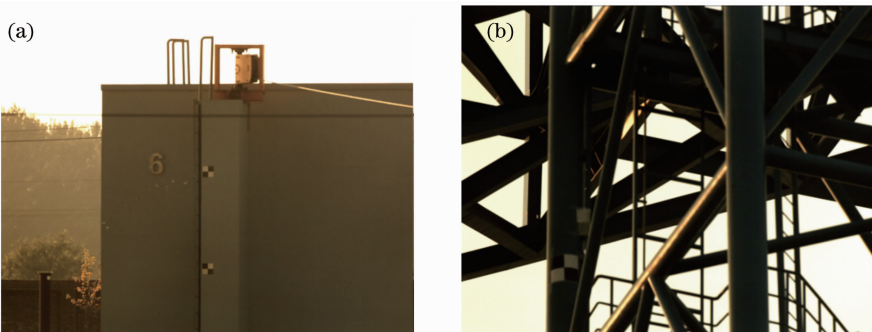


图 11 有标志的标定图

Fig. 11 Calibration images with markers

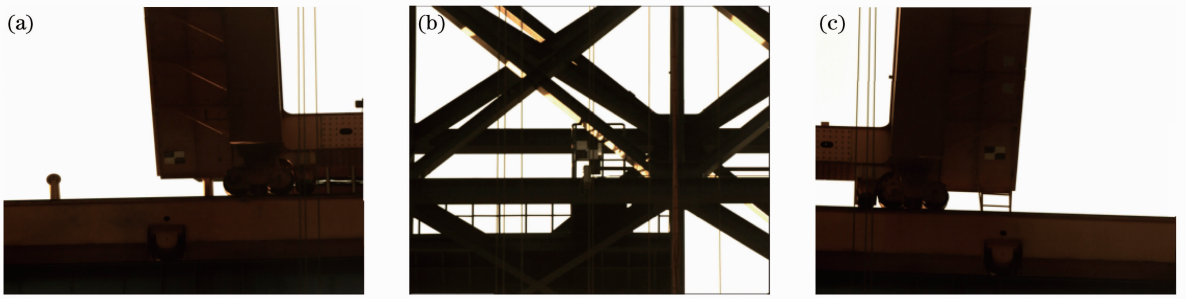


图 12 交会测量用图像

Fig. 12 Images for intersection measurement

表 1 相机标定结果

Table 1 Camera calibration results

Parameter		Left camera	Middle camera	Right camera
f_x/pixel		13706.9082	28016.8144	13607.0127
k		0.4587	0.3326	0.4963
$A / (")$	α	-2582.15	-1678.65	-1178.62
	β	183.99	-1229.34	-573.44
	γ	-1338.51	-325.53	262.41
	ρ	573.86	1046.85	-557.35
O_c/m	O_{cx}	-37.06689	-110.03084	-36.91705
	O_{cy}	0.98329	0.96541	0.95576
	O_{cz}	-47.29873	-0.00106	47.20161
RMS of angular reprojection error / (")	θ_x	3.86	1.82	3.52
	θ_y	3.92	2.08	3.11

表 2 测量误差

Table 2 Measurement error

Point index	True value /m			Measured value /m		
1	13.0675	80.7361	-1.7506	13.0688	80.7342	-1.7481
2	12.9063	92.5776	-5.8544	12.9036	92.5797	-5.8568
3	12.3142	92.5907	5.8313	12.3152	92.5924	5.8293

6 结 论

本文方法理论上需要 4 个以上对应点即可线性求解相机参数,通过假设图像中心为主点和采用一阶径向畸变模型,增加优化过程中的剩余自由度,提高优化的稳定性。大量仿真与实际测量验证了本文模型和标定方法的正确性和高精度。

对于近场的测量任务,测量的空间相对中远场测量较小,选用的相机视场角也不会太小,在单视图中容易设置多个满足单相机标定条件的控制点,因此可以采用基于位姿估计的手眼标定方法很方便地标定经纬相机。手眼标定只需要固定安装,因此,近场测量时并不需要准同心的安装要求,本文方法与系统更适合中远场的标定与测量。

经纬相机测量过程中转台实时跟踪目标并为相

机提供外参数,转台可带动相机指向任意区域进行全视场测量,解决了固定相机视场有限性和空间分辨率小的问题,满足对目标大尺度运动参数测量的要求,同时还有效解决了安放控制点时相机无法标定的难题。不同于光电经纬仪,经纬相机不要求相机光心与转台中心完全重合,是一种普遍意义下的光电经纬仪,具有装拆和操作简单、体积小、成本低、可全视场测量且测量精度高等优点,有着广泛的工程应用价值。

参 考 文 献

- 1 Yu Qifeng, Shang Yang. Videometrics: Principles and Researches[M]. Beijing: Science Press, 2009. 53~60
于起峰,尚洋. 摄像测量学原理与应用研究[M]. 北京: 科学出版社, 2009. 53~60
- 2 T. Luhmann, S. Robson, S. Kyle *et al.*. Close Range

- Photogrammetry: Principles, Techniques and Applications[M]. Caithness: Whittles Publishing, 2006
- 3 Wang Zhizhuo. Photogrammetry[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2007
王之卓. 摄影测量原理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2007
- 4 He Zhaocai, Hu Baoan. Optical Measurement System [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002. 25~26
何照才, 胡保安. 光学测量系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002. 25~26
- 5 Liu Lisheng. Post-Flight Data Processing of Trajectory Measurement[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000
刘利生. 外弹道测量数据处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000
- 6 Zhu Zhaokun. Research on Theodolite-Camera Videometrics[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010
朱肇昆. 经纬相机摄像测量方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010
- 7 Zhu Zhaokun, Yuan Yun, Zhang Xiaohu. Theodolite-camera videometrics system based on total station [C]. SPIE, 2011, **8194**: 81942R
- 8 Zhang Zuxun, Zhan Zhongqian, Zheng Shunyi *et al.*. Photo total station system — the integration of digital photogrammetry and total station [J]. *Surveying and Mapping Report*, 2005, (11): 1~5
张祖勋, 詹总谦, 郑顺义 等. 摄影全站仪系统——数字摄影测量与全站仪的集成[J]. 测绘通报, 2005, (11): 1~5
- 9 Liang Hongyan, Zheng Zhenhua, Guo Jin. Structural research for large telescope mounts[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2006, **27**(6): 1017~1019
梁红艳, 郑振华, 郭 劲. 大口径望远镜跟踪架的结构研究[J]. 仪器仪表学报, 2006, **27**(6): 1017~1019
- 10 Zhang Zuxun. Integration of photogrammetry and engineering surveying — photo total station and digital camera[J]. *Geospatial Information*, 2004, **6**(2): 1~14
张祖勋. 论摄影测量与工程测量的结合——摄影全站仪+数码摄影机[J]. 地理空间信息, 2004, **6**(2): 1~14
- 11 Wang Lei, Wang Shouyin, Zhou Hu *et al.*. Basic principles and use method of collimator[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2006, **27**(6): 3~8
王 磊, 王守印, 周 虎 等. 平行光管的基本原理及使用方法[J]. 仪器仪表学报, 2006, **27**(6): 3~8
- 12 Y. C. Shui, S. Ahmad. Calibration of wrist-mounted robotic sensors by solving homogenous transform equations of the form $AX=XB$ [J]. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1989, **5**(1): 16~29
- 13 Zhang Guangjun. Vision Measurement [M]. Beijing: Science Press, 2008. 144~147
张广军. 视觉测量[M]. 北京: 科学出版社, 2008. 144~147
- 14 Space Yang. Researches on Vision-Based Pose Measurements for Space Targets[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006
尚 洋. 基于视觉的空间目标位置姿态测量方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006
- 15 Jiang Guangwen, Chao Zhichao, Fu Sihuan *et al.*. High-accurate camera calibration technique based on controllable rotation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1308~1314
姜广文, 晁志超, 伏思华 等. 基于可控旋转的相机高精度标定技术[J]. 光学学报, 2010, **30**(5): 1308~1314
- 16 Yuan Yun, Zhu Zhaokun, Zhang Xiaohu *et al.*. A stepwise method for camera calibration [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(11): 111501
苑 云, 朱肇昆, 张小虎 等. 一种逐级标定相机参数的方法[J]. 激光与光电子学进展, 2010, **47**(11): 111501
- 17 Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(11): 1330~1334
- 18 Jiao Chunlin, Gao Mantun, Shi Yikai. 3D terrain registration based on stereo vision [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2008, **44**(23): 206~208
焦春林, 高满屯, 史仪凯. 基于立体视觉的3D地形拼接[J]. 计算机工程与应用, 2008, **44**(23): 206~208

栏目编辑: 何卓铭