

# 基于指数尺度间隔连续小波变换的相位提取算法

崔世林<sup>1,2</sup> 田 斐<sup>2</sup> 李德华<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 华中科技大学图像识别与人工智能研究所, 湖北 武汉 430074)  
(<sup>2</sup> 南阳理工学院电子与电气工程学院, 河南 南阳 473004)

**摘要** 只需要一幅调制图像的光栅投影测量方法主要有傅里叶变换轮廓术(FTP)、小波变换轮廓术(WTP)等。采用基于指数尺度间隔的连续小波变换与重构方法,提取调制图像的瞬时相位。针对指数尺度间隔连续小波变换,指出了足够大的噪声能够改变小波变换脊的位置,并且该脊向上移动的概率最大。因此,为了重构载频信号,选择脊及其紧邻的较大的那个尺度所对应的小波系数,采用灰度图像阈值分割中最大类间方差法(OTSU),剔除掉幅值较小的系数;针对斑点噪声的影响,对 OTSU 算法的结果进行了修正;使用修正后的系数集合重构载频信号,并计算该信号的瞬时相位。理论分析和实验结果表明算法有效且具有稳健性。

**关键词** 信息光学;轮廓术;连续小波重构;大津法;指数尺度间隔;三维测量

**中图分类号** O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0712001

## Phase Retrieval Method with Continuous Wavelet Transform Based on Exponent Spacing Scales

Cui Shilin<sup>1,2</sup> Tian Fei<sup>2</sup> Li Dehua<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)  
(<sup>2</sup> Nanyang Institute of Science and Technology, Nanyang, Henan 473004, China)

**Abstract** The methods which only need one modulated pattern for fringe projection measurement mainly have Fourier transform profilometry, wavelet transform profilometry, and so on. The continuous complex Morlet wavelet based on exponent scale interval and reconstruction is used to retrieve the instantaneous phase of fringe pattern. For the continuous wavelet transform, the great enough noise can change the position of wavelet transform ridge, the probability that the ridge moves up with the influence of noise is greatest. So, the wavelet coefficients corresponding to the ridge and the closest larger scale are chosen, and the maximum between-class variance method (OTSU) is used to prevent the interference caused by low frequency components; in order to overcome the speckle noise, the result of OTSU is modified and at last, the modified result is used to reconstruct the analytic carrier-frequency signal, and compute the instantaneous phase of the signal. The theoretical analysis and experimental results illustrate that the method is valid and robust.

**Key words** signal processing; profilometry; continuous wavelet reconstruction; OTSU; exponent-based scales interval; three-dimensional measurement

**OCIS codes** 120.2650; 120.2830; 120.5050

## 1 引言

基于单幅条纹图像的光栅投影轮廓术(FPP)<sup>[1,2]</sup>适合动态物体测量,标定简单<sup>[3,4]</sup>,因此在非接触测量<sup>[5]</sup>领域得到了广泛的应用。近年来,

FPP 中相位的提取方法研究主要集中在傅里叶变换,加窗傅里叶变换(WFT)<sup>[6]</sup>和小波变换上,其他的方法包括 S 变换<sup>[7]</sup>、神经网络和双频光栅技术<sup>[8]</sup>等也有涉及。

**收稿日期**: 2012-01-05; **收到修改稿日期**: 2012-02-15

**作者简介**: 崔世林(1977—),男,副教授,博士研究生,主要从事人工智能、图像处理和信号处理等方面的研究。

Email: shilin.cui@gmail.com

**导师简介**: 李德华(1946—),男,教授,博士生导师,主要从事人工智能、思维科学等方面的研究。

E-mail: lsfl007@126.com

早期的 WFT 方法对窗口尺寸大小比较敏感,为了克服传统 WFT 的缺点,研究人员陆续提出了自适应 WFT<sup>[9]</sup> 和多尺度 WFT<sup>[10]</sup> 等算法。但是, WFT 算法及其诸多改进算法速度慢,相位提取的效果过于依赖阈值等参数的选择<sup>[11~13]</sup>。

对于小波变换方法,Zhang 等<sup>[14]</sup> 提出使用二维离散小波变换消除光栅调制图像中的零频分量,文献<sup>[15]</sup> 提出了一种改进的 2D Gabor 小波变换来提取相位,很多文献采用复 Morlet 小波<sup>[16]</sup>,并认为复 Morlet 小波变换的脊处的相位就是信号的瞬时相位<sup>[17,18]</sup>。文献<sup>[19]</sup> 提出了基于代价函数的小波脊的计算与相位提取方法,该方法是目前为止最为有效的,最稳健的相位恢复算法。

相对于 WFT 和小波变换,相位提取中的傅里叶变换方法是最古老的一种研究方法,其测量范围受被测物体表面梯度的大小制约<sup>[20,21]</sup>。但是,傅里叶变换方法的计算量小、速度快,Chen 等<sup>[22]</sup> 指出消除调制图像中的零频分量,可以提高 FTP 方法的测量精度和适用范围,Gdeisat 等<sup>[23]</sup> 在研究了 Chen 等的算法后,提出使用二维连续 Dog 小波消除光栅调制图像中的低频分量。在此基础上,消除条纹图像中的低频分量,然后采用标准傅里叶变换计算条纹图像的相位,已经发展为一种新的具有很大影响力的方法,被称为背景分量消除法。内模分解(EMD)<sup>[24]</sup> 作为小波分解之后一种新的信号分解技术,得到了很多研究人员的注意,Li 等<sup>[25]</sup> 提出使用 EMD 分解消除光栅调制图像的零频分量,然后采用标准傅里叶变换计算条纹图像的相位,但该方法存在着端点效应、过冲效应等,导致测量误差比较大。

为了进一步提高光栅投影测量的精度,本文基于指数尺度间隔的连续小波变换与重构算法,提出了一种新的相位恢复算法,从分类上,这种方法属于背景分量消除法的一种。理论分析和实验结果表明了该算法具有很强的稳健性和很高的精度和抗噪声能力。

## 2 基于指数尺度的连续复 Morlet 小波变换与重构

信号  $f(t)$  的连续小波变换可以描述为

$$W_{\psi}f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (1)$$

式中  $*$  表示共轭,  $\psi(t)$  表示母小波,  $a$  是尺度因子,  $b$  是平移因子。从频率的角度来看,利用 Parseval 恒等式,又有

$$W_{\psi}f(a,b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \hat{\psi}_{a,b}^*(\omega) d\omega = \frac{|a|^{1/2}}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\omega) \exp(ib\omega) \hat{\psi}^*(a\omega) d\omega, \quad (2)$$

式中  $\hat{f}(\omega)$  表示  $f(t)$  的傅里叶变换,  $\hat{\psi}_{a,b}(\omega)$  表示  $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  的傅里叶变换:

$$\hat{\psi}(a\omega) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp(i\omega b) \hat{\psi}_{a,b}(\omega). \quad (3)$$

通过  $W_{\psi}f(a,b)$ , 可以重构信号  $f(t)$ , 其重构公式为

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \iint_{\mathbb{R}^2} [W_{\psi}f(a,b)] \psi_{a,b}(t) \frac{1}{a^2} da db, \quad (4)$$

式中  $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ ,  $C_{\psi}$  表示标准化因子。

不同于以上传统的小波重构方法,当  $f(t)$  为离散信号时,Sun<sup>[26]</sup> 基于快速傅里叶变换(FFT)提出了一种基于指数尺度的 Morlet 小波变换和重构方法,其主要步骤如下:

1) 在尺度  $S_{\text{scales}}$  下,按(1)式分别对  $f(t)$  进行连续复 Morlet 小波变换,得到一个小波系数矩阵  $\mathbf{A}$ , 大小为  $N_{\text{bSc}} \times n_{\text{bSamp}}$ , 其中

$$S_{\text{scales}} = 2 \times \{ 2^{0 \times 0.4875}, 2^{1 \times 0.4875}, 2^{2 \times 0.4875}, \dots, 2^{(N_{\text{bSc}}-1) \times 0.4875} \} \quad (5)$$

并且和具体的信号无关,

$$N_{\text{bSc}} = \text{ent}[\log 2(n_{\text{bSamp}})/0.4875] + 1, \quad (6)$$

式中  $\text{ent}()$  表示取整,  $n_{\text{bSamp}}$  表示信号的长度,信号的采样周期为 1。

2) 对系数矩阵  $\mathbf{A}$  按行求和,即可得到一个长度为  $n_{\text{bSamp}}$  的信号,该信号即为  $f(t)$  的重构。

## 3 基于指数尺度间隔复 Morlet 小波重构的相位恢复算法

一幅条纹图像可以描述为

$$I(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \times \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x,y)] + r(x,y), \quad (7)$$

式中  $r(x,y)$  为摄像机噪声,  $a(x,y)$  为背景分量,  $b(x,y)$  为物体表面反射系数,  $f_0$  为载频频率,  $\varphi(x,y)$  为和被测物体高度相关的相位,  $x,y$  分别表示  $x$  轴和  $y$  轴的索引。为简单起见,  $I(x,y)$  中的行信号可以描述为

$$I(x) = a(x) + b(x) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)] + r(x), \quad (8)$$

可以看出,  $I(x)$  的主要构成为低频的背景分量

$a(x)$  和包含了物体高度信息的载频分量  $b(x)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)]$  以及噪声  $r(x)$ 。一般背景分量和载频分量的频谱存在混迭现象,使得传统的带通滤波器无法有效地消除信号中的背景成分,并导致下一步的相位提取出现较大的误差。

当载频信号频谱的低频部分和背景信号频谱的高频部分存在交叉时,载频信号和背景信号的频谱出现混迭。频谱混迭分为两种情况:1)载频信号的低频部分发生的时间和背景信号的高频部分发生的时间无交叉;2)载频信号的低频部分发生的时间和背景信号的高频部分发生的时间存在交叉。小波分析是目前解决信号频谱混迭问题的主要工具,如果出现第二种情况,则无论是时域的方法还是频域的方法,还是时频联合方法,都无法将这两类信号有效地分开,这种情况在 FPP 中出现的情况较少。本文讨论和解决第一种情况,并基于文献的连续小波重构算法,提出了一种稳健的、高精度的相位恢复算法,算法的主要内容包括以下 3 点:

1) 计算载频信号的连续指数尺度小波分解的尺度。对于长度为 512, 采样频率为 1 的信号, Sun<sup>[26]</sup> 的指数尺度小波分解需要在以下 19 个尺度下进行: {2.0, 2.8, 3.9, 5.5, 7.7, 10.8, 15.2, 21.3, 29.9, 41.9, 58.7, 82.3, 115.4, 161.7, 226.8, 317.9, 445.7, 624.9, 876.1, 1228.3, 1722.2}; 其对应的 Morlet 小波的中心频率分别为 {0.4063, 0.2898, 0.2067, 0.1474, 0.1051, 0.0750, 0.0535, 0.0382, 0.0272, 0.0194, 0.0138, 0.0099, 0.0070, 0.0050, 0.0036, 0.0026, 0.0018, 0.0013, 0.0009, 0.0007, 0.0005}。

对于给定的任意长度为 512, 采样周期为 1 的离散信号,按以上尺度进行连续复 Morlet 小波变换,并将变换结果相加,即可重构原信号,也就是说小波变换的结果包含了原信号的所有信息。

对于光栅测量中的行信号,较小尺度的小波分解系数对应着信号的高频噪声,较大尺度的小波分解系数对应着信号的低频和背景分量,需要利用小波分解的结果,重构出位于中间的载频分量。因此,不需要对以上的 19 个尺度均进行小波变换。文献 [19] 中使用的最大尺度为 64, 针对长度为 512 的信号,其第 13 个尺度的实际尺度值为 115.4 大于 64, 第 12 个尺度的实际尺度值为 82.3 大于 64, 大量的文献和经验表明,连续小波变换的最大尺度在 60~80 之间即可满足要求,因此,选择前 13 个尺度进行小波变换,这样做的好处一是减少了小波分解的计

算量,二是保证算法对低频载频也有一定的稳健性和裕量,三是避免引入低频干扰。

2) 小波变换系数矩阵  $\mathbf{A}$  中的每一列元素的模极大值被认为是小波变换的脊,其所在的行的标号用  $v_j (j = \{1, 2, 3, \dots, n_{\text{bSamp}}\})$  表示。脊容易受到噪声的干扰,一般认为噪声信号是随机的,对脊的扰动也是随机的,经过扰动后脊位置的变化也是随机的。但是大量的研究和实验结果表明,针对指数尺度间隔连续小波变换,噪声在一定程度上会改变脊的位置,而这种改变将会以很高的概率导致脊上移。根据这一结论,当  $v_j$  处的小波系数远大于  $v_{j+1}$  处的系数时,表明信号在  $j$  处没有受到太大干扰,信号在  $j$  处的相位就是脊的相位;当  $v_{j+1}$  处的小波系数和  $v_j$  处的小波系数大小差不多时,脊处的相位和载频信号的实际相位就会存在大的偏差。

从传统的小波重构理论的角度来说,当小波系数的模足够小时,可以在重构中丢弃该系数,这种处理几乎不影响重构精度。那么,如果小波分解系数的模足够大,则在小波重构中,必须保留该系数,以保证重构精度。因此,当  $v_{j+1}$  和  $v_j$  两处小波系数的模大小差不多时, $j$  处的相位信息就需要  $v_{j+1}$  和  $v_j$  处的小波系数联合确定。

严格地度量两个小波系数模的接近程度是很困难的,为了保证载频信号的重构质量,有效去除小模系数(一般为噪声)的干扰,提出了基于灰度图像阈值分割中最大类间方差法(OTSU)<sup>[27]</sup> 的小波变换系数选择法。

OTSU 是图像分割中常用的一种最大类间方差算法,它可以有效地将图像的背景和前景分开。这里选用 OTSU, 将  $v_j$  和  $v_{j+1}$  处的所有的小波系数取其模并构成一个集合  $\mathbf{V}, j = 1, 2, 3, \dots, n_{\text{bSamp}}$ 。将集合  $\mathbf{V}$  看做是一幅图像,用 OTSU 计算  $\mathbf{V}$  的阈值,并使用该阈值将  $\mathbf{V}$  分为两类:1) 模比较大的系数的集合  $\mathbf{A}_{\text{max}}$ ; 2) 模比较小的系数的集合。忽略模比较小的系数,而只采用集合  $\mathbf{A}_{\text{max}}$  中的元素,重构信号,可以有效消除背景分量的干扰。

利用 OTSU 阈值化后可能得到 3 种结果:1) 系数矩阵中该列的所有的 2 个系数模都比较大,都被划分到集合  $\mathbf{A}_{\text{max}}$  中;2) 该列中只有一个系数模比较大,被 OTSU 划分到集合  $\mathbf{A}_{\text{max}}$  中;3) 该列中所有的 2 个系数模都比较小,都不在集合  $\mathbf{A}_{\text{max}}$  中。当第三种情况出现时,小波变换系数矩阵中该列的所有系数均被抛弃,会导致重构算法失败。因此,为了避免重构算法中所使用的小波系数为 0,对小波系数进行

微调,即当某一行所有的小波系数均被 OTSU 抛弃时,强制将该行中最大的那个系数加入到集合  $\mathbf{A}_{\max}$  中。在实际中,条纹图像可能存在亮度较低的光斑干扰,光斑处的小波变换系数的模一般较小,因此这种做法的另一个好处就是可以克服光斑噪声的干扰。

3) 结合以上两点,在 Sun<sup>[26]</sup> 提到的小波重构算法的基础上,提出了如下的载频信号的瞬时相位恢复方法。算法的具体步骤如下:

① 以精简后的  $S_{\text{scales}}$  为尺度,按式分别对  $f(t)$  进行小波变换,得到一个小波系数矩阵  $\mathbf{A}$ ,大小为  $n \times n_{\text{bSamp}}$ ,其中  $n$  表示精简后  $S_{\text{scales}}$  的个数,不同于 Sun 的算法,这里的系数矩阵直接取为复矩阵。

② 按列计算矩阵  $\mathbf{A}$  的最大值所在的行的标号,记做  $v_j, j = 1:n_{\text{bSamp}}, v_j$  实际上就是小波变换的脊。

③ 将矩阵  $\mathbf{A}$  中  $v_j$  和  $v_j + 1 (j = 1:n_{\text{bSamp}})$  处的元素构成一个集合,并采用上述方法将该集合划分为集合 1 和集合 2,其中集合 1 为模较大的系数构成的集合,集合 2 为模较小的系数构成的集合。对于矩阵  $\mathbf{A}$  中的每一个元素,如果该元素位于集合 1 中,则该元素的权重为 1,否则权重为 0。对加权后的矩阵  $\mathbf{A}$  中的元素,按照 Sun 提到的重构方法,重构该信号,得到的就是被物体高度调制后的载频信号。

该信号是一个复信号,其相位可以直接计算得到。这种加权重构方法实质上是对 Sun 提到的信号重构的一种改进,他保留了脊处及脊正下方模较大的系数,并将其他系数置为 0,从而准确提取出被噪声和背景分量干扰的载频信号的相位。

## 4 实验结果对比与分析

通过两个模拟光栅和两个实际光栅实验,来验

表 1 模拟图像(1)上的实验对比结果

Table 1 Comparison for simulated pattern (1)

Noise carrier frequency		0	0.2	0.5	0.8	1.2	1.5	1.8	2.0
1/8	Our method	0.0234	0.0249	0.0308	0.0386	0.0507	0.0597	0.0685	0.0710
	Ref. [19] method	0.0241	0.0289	0.0468	0.0764	0.1000	0.1242	0.1492	0.1663
1/16	Our method	0.0563	0.0567	0.0581	0.0598	0.0626	0.0650	0.0679	0.0703
	Ref. [19] method	0.0913	0.0921	0.0957	0.1046	0.1137	0.1244	0.1365	0.1451

### 4.2 模拟光栅图像(2)

另外一个计算机模拟图像可以表示为

$$I(x, y) = 0.25\phi(x, y) + \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)] + r(x, y), \quad (12)$$

式中  $\phi(x, y) = 0.2 \sqrt{(x - 256)^2 + (y - 256)^2}$ , 其

证本文提出算法的有效性和稳健性。正弦光栅测量的载频对测量精度具有较大的影响,载频频率高,可以提高测量精度,但如果被测物体表面梯度大,则容易出现相位不连续情况;对于表面高度变化比较剧烈的应用,载频频率应稍低,但过低的载频将导致测量精度下降。因此在验证实验中,分别采用了不同载频的模拟光栅,来校验算法的有效性。实验中采用的复 Morlet 小波的频域表达式为

$$\hat{\Psi}(s\omega) = \pi^{-1/4} \exp[(s\omega - \omega_0)^2/2] U(s\omega), \quad (9)$$

式中  $U(s\omega)$  为 Heaviside 阶跃函数,  $\omega_0 = 6$ 。

### 4.1 模拟光栅图像(1)

模拟光栅(1)的表达式为

$$I(x, y) = 0.25\varphi(x, y) + \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] + r(x, y), \quad (10)$$

式中  $f_0$  表示载频,分别取值为 1/8, 1/16;  $r(x, y)$  表示均匀分布的零均值随机噪声,其标准差分别取为 0, 0.2, 0.5, 0.8, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0。

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & 3(1-x)^2 \exp[-x^2 - (y+1)^2] - \\ & 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) \exp(-x^2 - y^2) - \\ & \frac{1}{3} \exp[-(x+1)^2 - y^2]. \end{aligned} \quad (11)$$

基于代价函数的一维复 Morlet 小波变换轮廓术<sup>[19]</sup>是目前为止稳健性较强,精度较高的相位提取方法,为了验证算法的有效性,将本文算法和文献[19]提出的算法结果做了对比。两种算法的参数设置中,保留了原文献[19]的参数,算法的尺度范围为 1:64,步长为 2,脊的提取方法为代价函数法。两种算法的解相方法均采用文献[28]中的方法,两种方法对比结果如表 1 所示。

他参数的含义同上。该图像的背景分量变化较大,被测物体高度变化范围也比较大,很多算法都无法准确地提取其瞬时相位。保留两种算法的参数设置不变,对比实验的结果如表 2 所示。

表 2 模拟图像(2)上的实验对比结果  
Table 2 Comparison for simulated pattern (2)

Noise carrier frequency		0	0.2	0.5	0.8	1.2	1.5	1.8	2.0
1/8	Our method	0.0472	0.0488	0.0538	0.0611	0.0739	0.0855	0.0986	0.1080
	Ref. [19] method	0.0959	0.0971	0.1031	0.1188	0.1349	0.1542	0.1762	0.1914
1/16	Our method	0.1016	0.1023	0.1040	0.1057	0.1088	0.1116	0.1149	0.1172
	Ref. [19] method	0.1297	0.1499	0.2176	0.1734	0.1806	0.1857	0.1985	0.2058

4.3 实际光栅图像实验

保持两种算法的参数不变,在一个实际光栅图像上检验该算法.实际的光栅图像如图 1 所示,两种算法的对比结果分别如图 2,3 所示.

从以上两个模拟实验可以看出,无论在何种噪声水平下,无论载频频率怎样变化,该算法计算精度始终优于文献[19]的算法;实际实验是测量圆柱的轮廓,如图 1,2,3 所示.在圆柱和平面的交接处存在相位突变,基于代价函数的一维复 Morlet 小波方法在相位突变处的结果是完全错误的,而该方法除了边沿处有误差外,在相位突变处给出了很好的结果.边沿误差是由于傅里叶变换和解相算法产生

的,忽略边沿像素后的结果如图 4 所示,从图 3,4 可以看出该算法给出的结果非常完整,真实、平滑地描述了圆柱的轮廓.

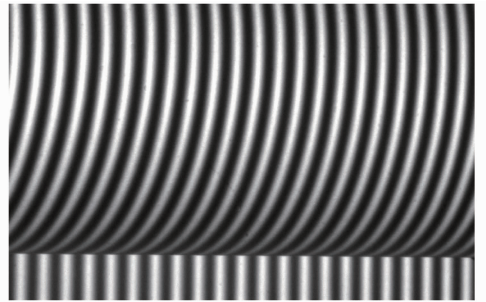


图 1 圆柱的光栅图像

Fig. 1 Fringe pattern modulated by a cylinder

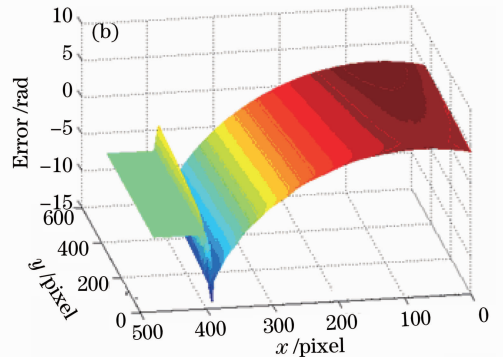
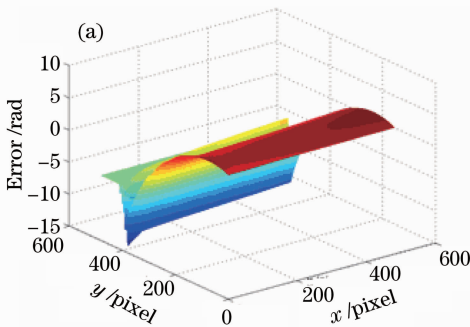


图 2 文献[19]算法的结果,其中(b)是(a)的另一个视角  
Fig. 2 Results of Ref. [19] and (b) is other view point of (a)

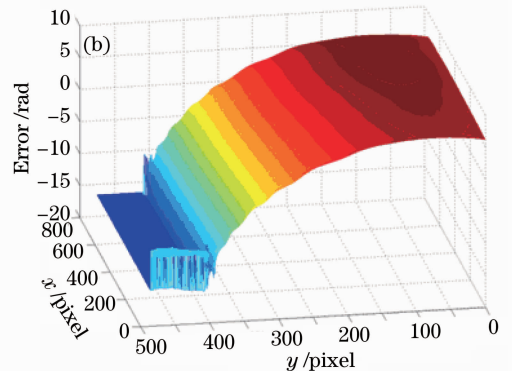
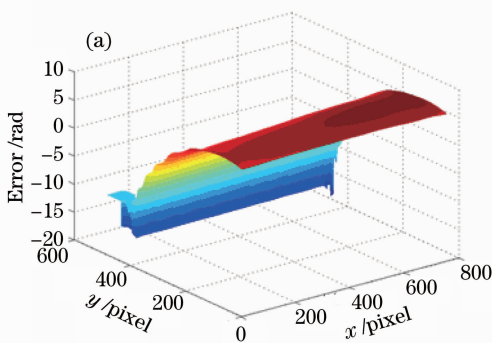


图 3 本课题算法的实验结果,其中(b)是(a)的另一个视角  
Fig. 3 Results of our method and (b) is other view point of (a)

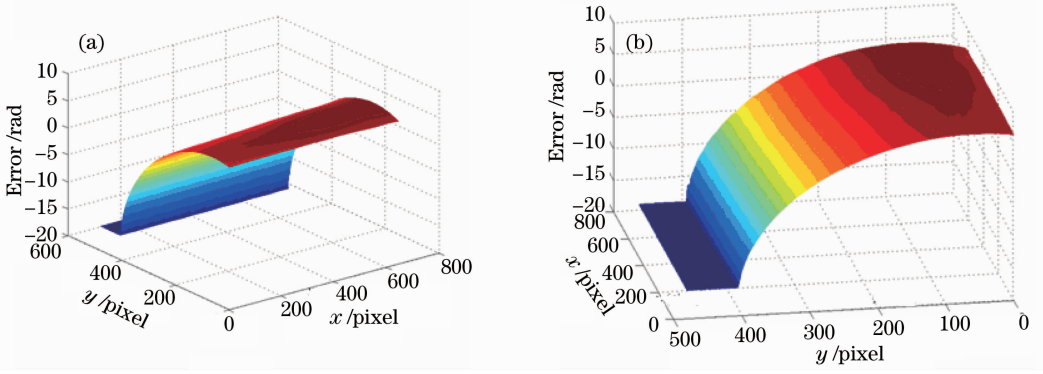


图 4 删除边缘像素后该算法的结果,其中(b)是(a)的另一个视角

Fig. 4 Unwrapped pattern of our method with edge pixels deleted, and (b) is other view point of (a)

另一个对比试验采用的是一个大噪声情况下焊缝的条纹图像,如图 5 所示,两种算法的对比结果如图 6 和 7 所示。从图 6 和 7 可以看出,该算法正确地得到了焊缝的轮廓,而文献[19]算法给出的结果是完全错误的,这进一步说明本文算法的有效性,尤其是在被测物体高度变换比较剧烈的情况下,该算法优于文献[19]算法。

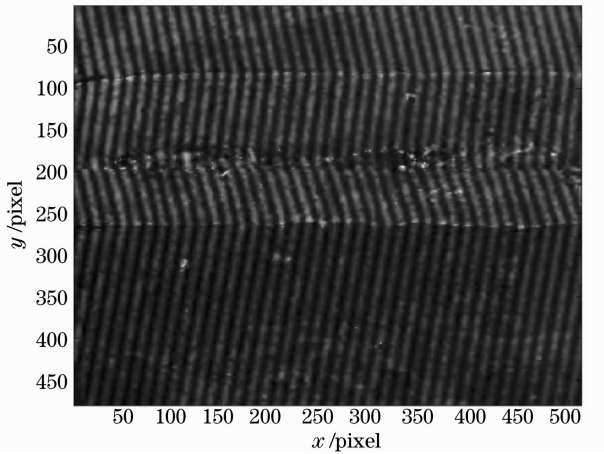


图 5 焊缝的条纹图

Fig. 5 Fringe pattern of welding seam

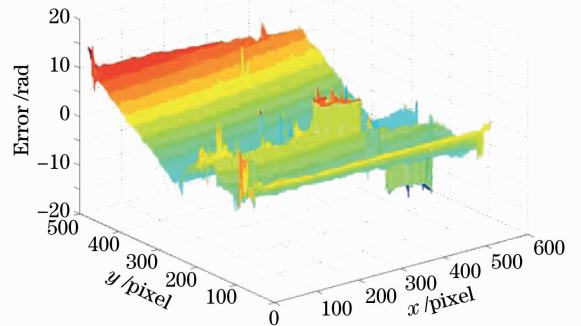


图 7 本课题算法的实验结果

Fig. 7 Result of our method for pattern of welding seam

#### 4.4 噪声对脊的影响

为了检验关于噪声对脊的影响的论断,在模拟条纹图像(1)的基础上,做了一个补充实验,实验步骤如下:

- 1) 逐行计算无噪声时条纹图像(1)的小波变换脊,并将该脊所在的尺度存放在矩阵变量  $A_0$  中;
- 2) 针对噪声方差为 0.2, 0.5, 0.8, 1.0, 1.2, 1.5, 1.8 和 2.0 等情形,分别逐行逐个计算未经滤波的加噪条纹图像(1)的小波变换脊,脊所对应的尺度分别存放在矩阵  $A_1 - A_8$  中;
- 3) 计算差值  $E_1 = A_0 - A_1, E_2 = A_0 - A_2, \dots, E_8 = A_0 - A_8$ .

矩阵  $E_1, E_2, \dots, E_8$  中的元素如果大于零,则表示对应位置处的脊上移,小于零则表示对应位置处的脊下移。经统计,大于零的元素数量和小于零的元素数量如表 3 所示。

从表 3 可以看出,当噪声较小时,脊的位置没有变换,当噪声较大时,脊的位置开始上移,并且随着噪声增大,向上偏移的脊的数量也开始增大,这就验证了观点的正确性,即噪声将以较大的概率引起脊上移。

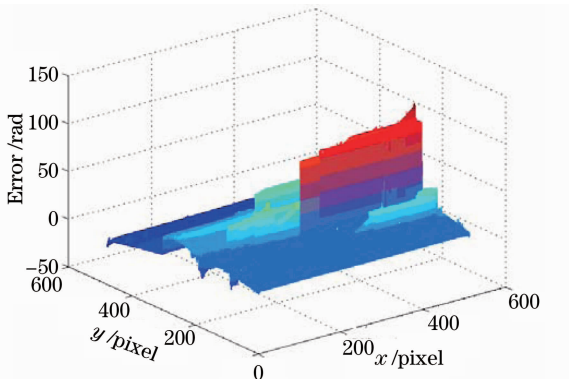


图 6 文献[19]算法的结果

Fig. 6 Result of Ref. [19] for pattern of welding seam

表3 脊的移动趋势

Table 3 Tendency of ridge moving

Noise variance number	0.2,0.5,0.8,1.0	1.2	1.5	1.8	2.0
Number of ridge moving up	0	8	94	467	1653
Number of ridge moving down	0	0	0	0	0

#### 4.5 时间复杂度分析

在时间复杂的方面,两种算法中,本文提出的方法具有非常小的时间复杂度。在 2.2 GHz CPU, 1 GB内存的计算机下,用 Matlab2011B 编程,处理一幅 512 pixel×512 pixel 大小的图像,两种算法消耗的时间(不包含解相算法所需时间),如表 4 所示。

表4 两种算法消耗的时间对比

Table 4 Comparison for time consuming of two algorithms

	Our method	Ref. [19] method
Time consumed $t/s$	4.47	377.82

## 5 结 论

文献[19]算法采用代价函数来计算最优的小波脊,在该代价函数中,如果两个相邻列的小波脊距离比较远,则相应的代价函数中的惩罚项将会增大,所以,算法主观上认为脊的位置是不会跳变的,这就导致该算法对相位的突变(对应小波脊位置的突变)缺乏稳健性,同时文献[19]算法有一个寻优过程,计算量比较大,这是文献[19]算法的两个主要缺点。

文中认为噪声将以非常大的概率导致小波脊上移。这个结论是很有意义的,因为小波脊的正上面的小波系数也可能比较大,但是在重构中,并不考虑该系数,并认为该系数只是噪声引起的,在信号的重构中可以被忽略。基于这样一个结论,可以采用部分幅值较大的小波系数近似重构原信号,然后基于 OTSU 算法对小波系数再次选择,去除小幅值系数,最后,对小波系数进行微调,避免在重构中出现小波系数为零的情况。

和文献[19]算法对比,本文算法没有类似的脊的位置约束,所以在相位突变处的处理能力要高于文献[19]算法,另外,采用指数尺度间隔的连续小波变换,代替常用的线性尺度间隔的小波变换,使得两个尺度之间的间隔变大,并且这里小波分解的结果是非冗余的,所以小波分解得到的子信号数量比较少,小波系数模极大值就对应了小波最优脊,算法不需要小波最优脊的寻优过程,因此,小波分解的子信号数量少和不需要脊的寻优过程这两个特点决定了本文算法计算量是很小的。

事实上,该算法也存在着一些缺点,主要表现为:1)算法是一维的,没有考虑行与行之间的相关性;2)对大强度的持续干扰缺乏稳健性。将模极大值作为小波变换的最优脊是本文算法的一个基础,在随机噪声模型下,算法采用脊及其正下方的元素重构信号,可以得到很好的结果。如果干扰信号是窄带信号且持续时间较长,幅度较大,使得小波脊大幅偏离其原有的位置,则本文算法及文献[19]算法都会给出错误的结果,下一步将在 Sun 的小波非冗余分解与重构算法的基础上,研究避免这种噪声干扰的方法。

## 参 考 文 献

- 1 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 S. S. Gorthi, P. Rastogi. Fringe projection techniques: Whither we are? [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2010, **48**(2): 133~140
- 3 Wu Di, Lü Naiguang, Ouyang Jing. A structured light three-dimensional measurement method based on unconstrained system configuration[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 482~486  
吴迪,吕乃光,欧阳京.基于无约束系统的结构光三维测量方法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(3): 482~486
- 4 Xiao Yongliang, Su Xianyu, Chen Wenjing. Specular shape measurement with phase measuring deflectometry based on bundle adjustment [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(12): 1212007  
肖永亮,苏显渝,陈文静.基于光束法平差的相位测量偏折术镜面面形测量[J]. *光学学报*, 2011, **31**(12): 1212007
- 5 Li Yanqiu, Liu Ke. Core techniques of phase-shifting point diffraction interferometer[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(1): 011201  
李艳秋,刘克.相移点衍射干涉仪的关键技术研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(1): 011201
- 6 K. Qian. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(13): 2695~2702
- 7 Jiang Mohua, Chen Wenjing, Zheng Zhiping. Research of phase demodulation technique based on S-transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412001  
蒋模华,陈文静,郑志平.基于S变换的解相技术研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0412001
- 8 Zhang Nanyangsheng, Yang Kuntao. Three-dimensional measurement technology based on virtual grating of double frequency[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(10): 1407~1411  
张南洋生,杨坤涛.双频虚拟光栅投影三维测量技术[J]. *中国激光*, 2006, **33**(10): 1407~1411
- 9 K. Qian. On window size selection in the windowed Fourier ridges algorithm[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2007, **45**(12): 1186~1192
- 10 J. Zhong, H. Zeng. Multiscale windowed Fourier transform for phase extraction of fringe patterns [J]. *Appl. Opt.*, 2007,

- 46(14): 2670~2675
- 11 K. Qian. Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: principles, applications and implementations[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2007, **45**(2): 304~317
- 12 C. Quan, H. Niu, C. J. Tay. An improved windowed Fourier transform for fringe demodulation[J]. *Opt. Laser Technol.*, 2010, **42**(1): 126~131
- 13 L. Huang, Q. Kemao, B. Pan *et al.*. Comparison of Fourier transform, windowed Fourier transform, and wavelet transform methods for phase extraction from a single fringe pattern in fringe projection profilometry[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2010, **48**(2): 141~148
- 14 Q. Zhang, W. Chen, Y. Tang. Method of choosing the adaptive level of discrete wavelet decomposition to eliminate zero component[J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(5): 778~785
- 15 H. Niu, C. Quan, C. J. Tay. Phase retrieval of speckle fringe pattern with carriers using 2D wavelet transform[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2009, **47**(12): 1334~1339
- 16 H. Liu, A. N. Cartwright, C. Basaran. Moire. Interferogram phase extraction: a ridge detection algorithm for continuous wavelet transforms[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(4): 850~857
- 17 C. J. Tay, C. Quan, W. Sun *et al.*. Demodulation of a single interferogram based on continuous wavelet transform and phase derivative[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **280**(2): 327~336
- 18 A. Z. Abid, M. A. Gdeisat, D. R. Burton *et al.*. Ridge extraction algorithms for one-dimensional continuous wavelet transform: a comparison[J]. *Sensors and Their Applications XIV*, 2007, **76**(1): 012045
- 19 A. Z. Abid, M. A. Gdeisat, D. R. Burton *et al.*. Spatial fringe pattern analysis using the two-dimensional continuous wavelet transform employing a cost function[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(24): 6120~6126
- 20 Chen Wenjing, Su Xianyu, Cao Yiping *et al.*. Analysis on generalized measuring range of Fourier transform profilometry [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2004, **15**(5): 604~607  
陈文静, 苏显渝, 曹益平等. 傅里叶变换轮廓术测量范围的普适讨论[J]. *光电子•激光*, 2004, **15**(5): 604~607
- 21 L. C. Chen, H. W. Ho, X. L. Nguyen. Fourier transform profilometry (FTP) using an innovative band-pass filter for accurate 3-D surface reconstruction [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2010, **48**(2): 182~190
- 22 W. Chen, X. Su, Y. Cao *et al.*. Method for eliminating zero spectrum in Fourier transform profilometry[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2005, **43**(11): 1267~1276
- 23 M. A. Gdeisat, D. R. Burton, M. J. Lalor. Eliminating the zero spectrum in Fourier transform profilometry using a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **266**(2): 482~489
- 24 N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[C]. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 1998, **454**(1971): 903~995
- 25 S. Li, X. Su, W. Chen *et al.*. Eliminating the zero spectrum in Fourier transform profilometry using empirical mode decomposition[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**(5): 1195~1201
- 26 W. Sun. Convergence of Morlet's Reconstruction Formula[Z]. Preprint, 2010
- 27 N. A. Otsu. Threshold selection method from gray-level histograms[J]. *IEEE Trans. Syst. Man Cy. A*, 1979, **9**(1): 62~66
- 28 K. Qian, W. Gao, H. Wang. Windowed Fourier-filtered and quality-guided phase-unwrapping algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(29): 5420~5428

栏目编辑: 何卓铭