

# 扩展目标夏克-哈特曼波前传感器的频域迭代算法研究

曾仁昌 刘晓华 胡新奇 杨鹏

(北京理工大学光电学院, 北京 100081)

**摘要** 扩展目标夏克-哈特曼波前传感器(SH-WFS)子图像之间偏移量的计算是影响波前传感精度的关键,通常采用相关算法来实现,并通过抛物线插值达到亚像素精度。子图像间的相对偏移量计算也可采用频域相移量估算的方法进行计算,频域算法还可通过迭代进一步提高算法精度。对频域迭代算法进行了理论分析、仿真和实验研究,结果表明,频域迭代算法在信噪比高于 4:1 时,具有比抛物线插值法更高的计算精度;在信噪比较低时,与抛物线插值法精度相近。

**关键词** 图像处理;自适应光学;夏克-哈特曼波前传感;扩展目标;频域迭代算法

**中图分类号** TP212.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0701006

## Frequency-Domain Iterative Algorithm for Extended Scene Shack-Hartmann Wavefront Sensing

Zeng Renchang Liu Xiaohua Hu Xinqi Yang Peng

(School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract** The estimation of the shifts between sub-images obtained in extended scene Shack-Hartmann wavefront sensing (SH-WFS) are the keys for calculating wavefront errors. The estimation can be got by parabolic interpolation algorithm and the accuracy can reach sub-pixel. The estimation can also be acquired by frequency-domain phase-shift algorithm and the accuracy can increase using frequency-domain iterative algorithm. Based on the later algorithm, the theoretical analysis, simulation and experiment are researched. The results show that the parabolic interpolation algorithm and frequency-domain iterative algorithm get close results in low signal-noise-ratio (SNR), but the later one performs better while SNR is higher than 4:1.

**Key words** image processing; adaptive optics; Shack-Hartmann wavefront sensing; extended scene; frequency-domain iterative algorithm

**OCIS codes** 110.1085; 280.4788; 110.2960; 150.1135

## 1 引 言

夏克-哈特曼波前传感器(SH-WFS)由一个透镜阵列和一个放在透镜阵列焦平面处的相机组成,透镜阵列放在波前误差源的共轭面上。SH-WFS具有结构简单、抗环境振动以及可实时探测的优点,使得它在很多领域都有广泛的使用,包括自适应光学系统、光学测试系统等。

传统的 SH-WFS 的方法是对点光源目标成像,

然后估计这个点图像和参考点图像之间的偏移量,最后利用这些偏移量重构波前相位。在许多应用领域,如太阳望远镜<sup>[1,2]</sup>、空间对地遥感<sup>[3]</sup>等应用,视场内没有点目标,这时需要采用扩展目标 SH-WFS 方法。在扩展目标 SH-WFS 中,透镜阵列在相机中产生的将是子图像,波前相位误差将会使这些子图像和它的参考位置有一个偏移。因此,为了测量波前误差,需要估计子图像和它的参考位置之间的偏移量。

收稿日期: 2011-10-27; 收到修改稿日期: 2012-02-08

基金项目: 国家 973 计划(2009CB724006)资助课题。

作者简介: 曾仁昌(1988—),男,硕士研究生,主要从事 SH-WFS 图像偏移量算法方面的研究。E-mail: zrhc123@126.com

导师简介: 胡新奇(1967—),男,博士,副教授,主要从事自适应光学、光电技术等方面的研究。E-mail: xqhu@bit.edu.cn

采用互相关算法来估算子图像间的相对平移量,并通过抛物线插值法提高估算精度,是目前扩展目标夏克-哈特曼波前传感器最常用的算法。2003年 Poyneer<sup>[4]</sup>对该方法的性能特点进行了较为系统地研究,并通过实验已经证明,对于基于点目标的自适应光学系统,相关算法比质心法精度更高,灵活性更大。

2005年 Per A. Knutsson 等<sup>[5]</sup>根据图像空域平移等效于图像频域相移的特点,发明了一种频域算法来估计子图像之间的偏移量,2008年 E. Sidick 等<sup>[6]</sup>在频域算法的基础上提出了频域迭代算法,该算法能进一步提高精度。

本文通过仿真和实验对频域迭代算法的性能特点进行了详细研究,并与常用的互相关算法进行了对比分析。

## 2 频域迭代算法原理

### 2.1 频域算法

给定两个图像  $f(r)$  和  $g(r)$ ,  $r = (x, y)$ , 假设  $g(r) = f(r - r_0)$ , 通过最小平方误差  $\lambda^2$  可以得到偏移量  $r_0$  的最小二乘估计, 其中  $\lambda^2$  为

$$\lambda^2 = \int \int_{-\infty}^{\infty} |f(r) - g(r + r_0)|^2 dr = \int \int_{-\infty}^{\infty} |F(f) - G(f) \exp(i2\pi fr_0)|^2 df, \quad (1)$$

式中  $F(f)$  和  $G(f)$  分别是  $f(r)$  和  $g(r)$  的傅里叶变换。 $\lambda^2$  也可以写成

$$\lambda^2 = \int \int_{-\infty}^{\infty} [F(f) - G(f) \exp(i2\pi fr_0)] \times [F^*(f) - G^*(f) \exp(-i2\pi fr_0)] df, \quad (2)$$

式中  $*$  表示复共轭,  $\lambda^2$  的最小值在偏导数为 0 的地方取得, 对  $\lambda^2$  求偏导, 并令偏导等于零, 得

$$\frac{\partial \lambda^2}{\partial x_0} = -4\pi \int \int_{-\infty}^{\infty} f_x |C(f)| \sin(\varphi_c - 2\pi fr_0) df = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \lambda^2}{\partial y_0} = -4\pi \int \int_{-\infty}^{\infty} f_y |C(f)| \sin(\varphi_c - 2\pi fr_0) df = 0, \quad (4)$$

式中  $\varphi_c$  为  $F(f)$ 、 $G(f)$  之间的相位差, 即  $f(r)$ 、 $g(r)$  之间的相位差。假定  $\varphi_c - 2\pi fr_0$  很小, 并且

$C(f) \equiv |C(f)| \exp[i\varphi_c(f)] = F(f)G^*(f)$ , 可以得出偏移量  $x_0$  和  $y_0$ :

$$x_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{b_x a_{xy} - b_y a_{xx}}{a_{xx} a_{yy} - a_{xy}^2}, \quad (5)$$

$$y_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{b_y a_{xx} - b_x a_{xy}}{a_{xx} a_{yy} - a_{xy}^2}, \quad (6)$$

式中

$$a_{xx} = \int \int_{-\infty}^{\infty} |C(f)| f_x^2 df, \quad a_{yy} = \int \int_{-\infty}^{\infty} |C(f)| f_y^2 df,$$

$$a_{xy} = \int \int_{-\infty}^{\infty} |C(f)| f_x f_y df,$$

$$b_x = \int \int_{-\infty}^{\infty} |C(f)| \varphi_c(f) f_x df,$$

$$b_y = \int \int_{-\infty}^{\infty} |C(f)| \varphi_c(f) f_y df.$$

### 2.2 频域迭代算法

给定大小相同但图像内容有微小相对偏移  $\{\Delta x, \Delta y\}$  的两个图像: 一个参考图像  $R(x, y)$  和一个测试图像  $S(x, y)$ ,  $r(x, y)$  和  $s(x, y)$  分别为  $R$ 、 $S$  中间的部分图像,  $\hat{S}(u, v)$ 、 $\hat{s}(u, v)$  分别是它们的傅里叶变换。

频域迭代算法计算  $\{\Delta x, \Delta y\}$  的步骤如下:

- 1) 令  $\Delta x = 0, \Delta y = 0$ ;
- 2) 用频域算法计算  $r$  和  $s$  之间的偏移量  $\{\delta x, \delta y\}$ , 然后累加起来  $\Delta x = \Delta x + \delta x, \Delta y = \Delta y + \delta y$ ;
- 3) 在频域将图像  $S(x, y)$  平移  $(\Delta x, \Delta y)$ :  $S(x + \Delta x, y + \Delta y) \leftrightarrow \hat{S}(u, v) \exp[j2\pi(\Delta x u + \Delta y v)]$ ;
- 4) 重复步骤 2) 和步骤 3), 直至  $\sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}$  小于预设值或迭代次数达到预设值; 此时的  $\{\Delta x, \Delta y\}$  就是频域迭代算法的结果, 迭代终止。

相比于相关函数抛物线插值算法, 频域迭代算法计算量要大, 因为频域迭代算法有 2D 快速傅里叶变换 (FFT) 和快速傅里叶逆变换 (IFFT)。

## 3 频域迭代算法仿真

仿真研究了频域迭代算法的性能特点, 重点分析了频域迭代算法精度随信噪比 (SNR) 的变化, 并与相关函数抛物线插值法的精度进行了对比。

在仿真时采用降低分辨率的方法获得亚像元的偏移量<sup>[5]</sup>, 具体做法: 将高分辨率的图像先平移, 再用  $10 \text{ pixel} \times 10 \text{ pixel}$  合一即实现低分辨率图像的亚像元精确平移。

在分析噪声对算法精度影响时, 考虑到图像中的直流成分 (即均值) 对平移量计算无影响<sup>[7]</sup>, 因此采用图像起伏均方根 (RMS) 值与噪声起伏均方根值之比表示信噪比, 称为图像起伏信噪比, 仿真中加

人的噪声为均值等于零的高斯噪声。本文使用误差均方根值作为精度的评价。

大量仿真表明,当信噪比较低时(小于 3),频域迭代算法估计精度接近抛物线插值算法精度,当信噪比较高时(等于 5),频域迭代算法的估计精度会高于抛物线插值算法精度;频域迭代算法迭代次数达到 3 次时精度不再提高。

图 1~3 给出了一组仿真实例。图 1 为仿真时使用的高分辨率图像,图 2 为降低分辨率后的平移图像,图 3 为  $\pm 0.5$  pixel 平移量范围内的 50 次统计估算结果,其中信噪比为 10:1,频域迭代算法的次数为 3 次,由于在纵横方向结果类似,所以只给出横方向的结果。

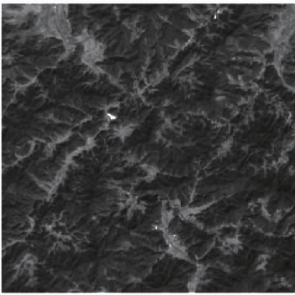


图 1 原始图像 (640 pixel×640 pixel)

Fig.1 Original image (640 pixel×640 pixel)

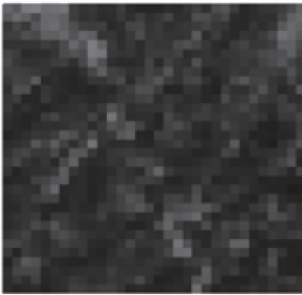


图 2 降低分辨率后的图像 (64 pixel×64 pixel)

Fig.2 Image with lower resolution (64 pixel×64 pixel)

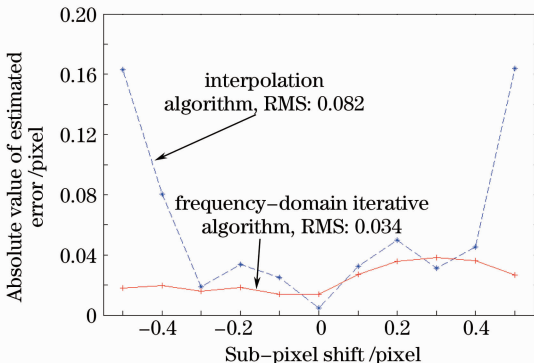


图 3 估计误差对比

Fig.3 Comparison of estimated errors

仿真发现,频域迭代算法和抛物线插值算法估计精度与信噪比有密切关系,具体如图 4 所示。

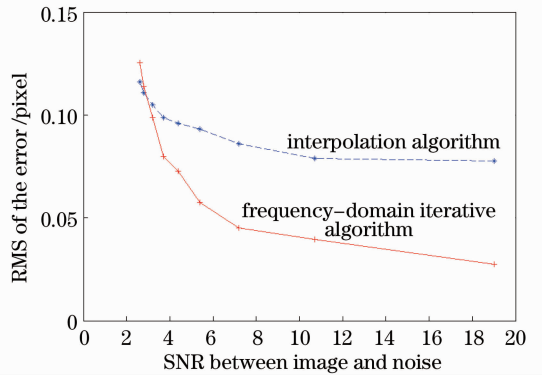


图 4 估计误差 RMS 随 SNR 的变化曲线

Fig.4 RMS of errors versus SNR

## 4 实验验证

利用实验室的 SH-WFS 实验光路,进行了频域迭代算法的实验验证。实验光路图如图 5 和图 6 所示。实验中,通过控制压电倾斜镜获得图像平移,平移量与倾斜镜的位移呈线性关系,比例系数可在大偏移量条件下进行标定,标定结果横方向为 0.66 pixel/ $\mu\text{m}$ ,纵方向为 0.88 pixel/ $\mu\text{m}$ ;微偏转镜控制步长为 0.2  $\mu\text{m}$ ,正负 4 个步长;扩展目标哈特曼波前传感器采集图像,并利用相关算法和频域迭代算法进行子图像偏移量估算。实验中系统参数为:子孔径数目为  $10 \times 10$ ,SH-WFS 中 CCD 为 DALSA 的 FA-21-1M120 型 (1024 pixel×1024 pixel),压电控制系统为普爱纳米位移公司的 E-501.00,微偏转镜为普爱纳米位移公司的 S-325.3SL(分辨率可达 1 nm)。

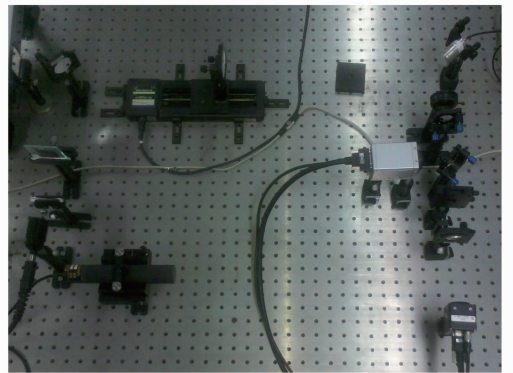


图 5 实验台照片

Fig.5 Photograph of the test-bed

多个目标图像的实验表明,不同的目标图像,两种算法估计精度略有差异,但总体规律相同,即频域迭代算法的精度高于抛物线插值法。图 7 为实验采集到的子图像阵列实例,图 8 为该实例 50 次统计估

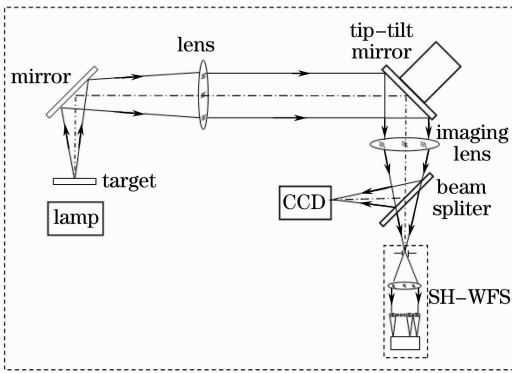


图 6 实验光路原理图

Fig. 6 Schematic diagram of the experimental optical path

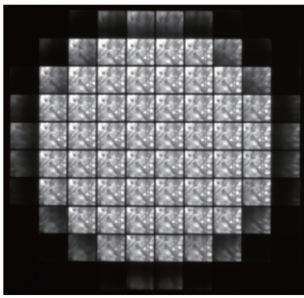


图 7 实验中获得的子图像阵列

Fig. 7 Sub-image array obtained in experiment

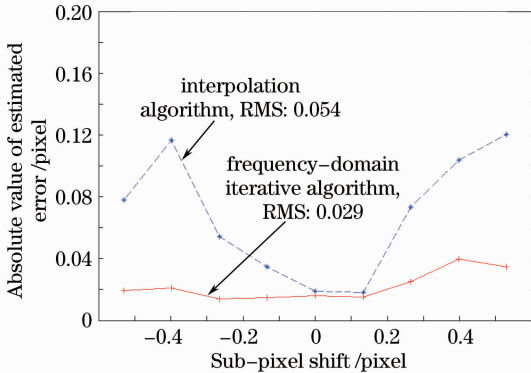


图 8 估计误差对比

Fig. 8 Comparison of estimated errors

算结果,由于实验中不方便控制信噪比,所以给出的是在实验条件下信噪比的结果。

## 5 结 论

由于存在亚像元平移,参与运算的两个子图像在边界处的内容是不同的,该特征可称为边缘效应。频域迭代算法,利用上次计算结果,采用频域移相方法,在略大于参与运算图像的范围进行逆向的亚像元平移。这样,平移后的两个图像的内容更加接近,大大减弱了图像边缘效应,平移量计算精度有显著提高。仿真和实验研究表明,在低信噪比时频域迭代算法与相关函数抛插值法估计精度接近,在信噪比高于 4:1 时频域迭代算法精度高于相关函数插值法。

## 参 考 文 献

- 1 T. R. Rimmele. Solar adaptive optics[C]. *SPIE*, 2000, **4007**: 218~231
- 2 Rao Changhui, Zhang Xuejun, Jiang Wenhan. Simulation study on correlating Hartmann-Shack wavefront sensor for solar granulation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(3): 285~289  
饶长辉, 张学军, 姜文汉. 太阳米粒结构相关夏克-哈特曼波前传感模拟研究[J]. *光学学报*, 2002, **22**(3): 285~289
- 3 Lisa A. Poyneer, Kai La Fortune, Carri Chan. Scene-based wavefront sensing for remote imaging [C]. *SPIE*, 2003, **5162**: 91~102
- 4 Lisa A. Poyneer. Scene based Shack-Hartmann wave-front sensing, analysis and simulation[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(29): 5807~5815
- 5 P. A. Knutsson, M. O. Petersen. Extended object wavefront sensing based on the correlation spectrum phase [J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(23): 9527~9536
- 6 E. Sidick, J. J. Green, R. M. Morgan *et al.*. Adaptive cross-correlation algorithm for extended scene Shack-Hartmann wavefront sensing[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(3): 213~215
- 7 Hu Xinqi. Study on Ground Scene Based Hartmann-Shack Wavefront Sensing[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2007. 47  
胡新奇. 地物目标哈特曼-夏克波前传感方法研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2007. 47

栏目编辑: 谢 婧