

动态光散射技术的角度依赖性

刘晓艳 申 晋 朱新军 孙贤明 刘 伟

(山东理工大学电气与电子工程学院, 山东 淄博 255049)

摘要 与单角度动态光散射技术相比,多角度动态光散射(MDLS)颗粒测量技术能够提高颗粒粒度分布的测量准确性。但在 MDLS 技术中,测量角度的选择常常与被测颗粒体系的分布有关。对 100 nm、500 nm 的单峰模拟分布和 300 nm 与 600 nm 混合的双峰模拟分布的颗粒体系,分别在 1、3、6、9 个散射角条件下进行了测量。颗粒粒度反演结果表明,随着散射角个数的增大,颗粒粒度分布更趋于真实的颗粒粒度分布。对数量比为 5:1 的 100 nm 与 503 nm 双峰分布的聚苯乙烯颗粒,分别在 1、3、5、10 个散射角条件下进行了测量,实测结果表明采用单角度测量只能得到单峰分布,3 个及更多散射角可得到双峰分布,并且双峰的数量比随散射角数量的增加逐渐趋近真实的数量比。因此,MDLS 颗粒测量技术能够改善颗粒粒度分布的测量结果,但这种改善程度会随散射角的增多逐渐降低。由于散射角个数的增多会增加散射角的校准噪声和光强相关函数的测量噪声,因而会导致在有些情况下颗粒粒度分布的测量结果反而变差。

关键词 动态光散射;散射角;颗粒测量;粒度分布;颗粒粒度反演

中图分类号 O436; O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201232.0629002

Angular Dependence of Dynamic Light Scattering

Liu Xiaoyan Shen Jin Zhu Xinjun Sun Xianming Liu Wei

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China)

Abstract Multiangle dynamic light scattering (MDLS) technique can give better particle-size distribution (PSD) than single-angle dynamic light scattering (SDLS) technique. However, the choice of scattering angles is affected by the measuring particles in MDLS. Unimodal simulation distribution of 100 nm and 500 nm and bimodal simulation distribution of 300 nm and 600 nm are respectively measured at one, three, six and nine scattering angles and are inverted to obtain the PSD. This results show that MDLS can give better PSD with the increase of number of angles. Furthermore, the PSD has a little modification when there are more than one angle for 100 nm particles or more than three angles for 600 nm particles. A dilute bimodal suspension of polystyrene latex standard spheres mixed in a number ratio of 5:1 is measured at one, three, five and ten angles. The results show that one angle only can give one peak and more than three angles can give two peaks. The number ratio is closer to the true value with the increase of number of angles. Though MDLS can give better PSD than SDLS, the improvement of PSD become less obvious with the increase of number of angles. In some cases, the PSD may become worse with the increase of angle numbers because the calibration noise of scattering angle and measurement noise of light-intensity correlation function are added.

Key words dynamic light scattering; scattering angle; particle sizing; particle-size distribution; particle-size inversion

OCIS codes 290.3200; 120.5820; 300.6500

1 引 言

动态光散射技术自 20 世纪 60 年代^[1~3]提出以

来,已广泛应用于科学研究和工程应用领域。在动态光散射技术中,一般采用单一角度接收散射光,通

收稿日期: 2011-12-22; **收到修改稿日期:** 2012-01-19

基金项目: 国家自然科学基金(60877050)和山东省自然科学基金(ZR2010FM005, ZR2009AQ013)资助课题。

作者简介: 刘晓艳(1984—),女,硕士研究生,主要从事动态光散射测量技术方面的研究。

E-mail: liuxiaoyan8512@126.com

导师简介: 申 晋(1962—),男,博士,教授,主要从事光电精密测试技术方面的研究。E-mail: shenjin@sdut.edu.cn (通信联系人)

过所测颗粒散射光的时间自相关函数获取颗粒的粒度信息。与其他的亚微米及纳米颗粒测量技术相比,这一技术能够得到颗粒体系的分布信息,因而一直受到相关领域学者的关注^[4~8]。然而,动态光散射技术常常受限于单一散射角度引起的测量数据的信息量的不足,从而导致难以获取准确的颗粒粒度分布,特别是在粒度分布较宽的情况下。为了得到准确的颗粒粒度分布,需要在散射光采集时获取尽可能多地反映颗粒特征的散射光信息^[9]。基于不同粒度的颗粒在不同的散射角度具有不同的散射特性,可以对胶体颗粒进行多个散射角度的测量来获取更多的特征信息,即进行多角度动态光散射(MDLS)测量,然后把在多个散射角度测量的光强相关函数结合到一起进行数据分析,通过反演运算来获取更加准确的颗粒粒度分布。进行光强相关函数测量时,用的散射角度越多,获取的测量信息也就越多。

MDLS 技术需要将各散射角度测量的光强相关函数进行恰当的加权,权重系数可以通过光强均值、相关函数基线或其他估计方法获得^[10,11]。Cummins 等^[12]提出 MDLS 并分别将 45°、70°和 45°、90°两个散射角度组合以及 45°、70°、90°三个散射角度组合用于颗粒粒度反演,Finsky 等^[13]分别选取了 35°~60°范围内的 2 个、3 个和 6 个散射角度进行 MDLS 数据分析,Wu 等^[14]选取了 40°~90°范围内的 11 个散射角度,这些研究证明了采用多角度分析,可给出比单角度更好的颗粒粒度反演结果。Bryant 等^[15]分别在不同的单角度(30°、60°、90°和 120°)和不同的多角度组合(30°~70°范围内选取 5 个角度、80°~120°范围内选取 5 个角度、30°~120°范围内选取 5 个角度和 30°~120°范围内选取 10 个角度)测量中进行了颗粒粒度分布反演,验证了宽角度范围内选取的多角度与窄角度范围内选取的多角度相比较,能够得到更好的颗粒粒度分布。

在 MDLS 研究中测量结果的准确性并不一定随着散射角度个数的增大而提高。散射角度个数增加到一定数量时,测量结果的准确性就不会继续提高,有些情况下,反而会变差。本文对 100 nm 和 500 nm 的单峰模拟分布和 300 nm 与 600 nm 的双峰模拟分布的颗粒分别采用 1、3、6 和 9 个散射角度进行了测量,并分别采用 1、3、5 和 10 个散射角对数量比为 5:1 的双峰分布的聚苯乙烯颗粒进行了实测,对不同测量条件下反演得到的颗粒粒度分布进行了分析。

2 MDLS 理论

动态光散射实验中,可通过测量获取光强自相关函数 $G^{(2)}(\tau)$ ^[16] 为

$$G^{(2)}(\tau) = G_{\infty}^{(2)}(\tau)[1 + \beta |g^{(1)}(\tau)|^2], \quad (1)$$

式中 τ 为延迟时间, $G_{\infty}^{(2)}(\tau)$ 为实验基线, β 为相干因子, $g^{(1)}(\tau)$ 为电场自相关函数。离散的电场自相关函数 $g^{(1)}(\tau_j)$ 为^[16]

$$g^{(1)}(\tau_j) = \sum_{i=1}^N G(\Gamma_i) \exp(-\Gamma_i \tau), \quad (2)$$

式中 Γ 为瑞利线宽,且 $\Gamma = D_r q^2$, $D_r = \frac{KT}{3\pi\eta D}$ 为颗粒的平移扩散系数, $q = \frac{4\pi n}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}$ 为散射矢量,其中 n 为溶液折射率, K 为波兹曼常数, T 为绝对温度, η 为溶液粘度系数, λ 为激光在真空中的波长, D 为颗粒粒度, θ 为散射角度。令 $\Gamma = \Gamma_0/D$, 则 $\Gamma_0 = \frac{16\pi n^2 KT}{3\eta\lambda^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$, 并且(2)式可表示为

$$g^{(1)}(\tau_j) = \sum_{i=1}^N G(\Gamma_0/D_i) \exp(-\Gamma_0 \tau_j/D_i),$$

$$(i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M) \quad (3)$$

式中 N 为所测颗粒的总数量, M 为光子相关器总的通道数。

在 MDLS 数据处理中,需要将所有散射角度所测量的光强相关函数结合到一个数据分析中,并且每一个散射角度处的光强相关函数需要进行恰当的加权,即在每一个散射角度 θ_r , 需要给予一个恰当的权重系数 k_{θ_r} 。权重系数可通过散射光强均值或其他估计方法求得。对于在固定散射角度 θ_r 处的离散电场相关函数为^[10]

$$g_{\theta_r}^{(1)}(\tau_j) = k_{\theta_r} \sum_{i=1}^N \exp[-\Gamma_0(\theta_r) \tau_j/D_i] \times$$

$$C_{1,\theta_r}(D_i) f(D_i), \quad (r = 1, 2, \dots, R) \quad (4)$$

式中 $C_{1,\theta_r}(D_i)$ 可通过米氏理论^[17] 计算,表示粒度为 D_i 的颗粒在散射角度 θ_r 处的散射光强分数, $f(D_i)$ 为离散的颗粒粒度分布, R 为散射角度的总个数。

3 MDLS 的实验模拟

针对两个不同粒度的单峰分布和一个双峰分布颗粒体系,分别采用 1、3、6 和 9 个散射角进行模拟测量,并对测量求取的相关函数值加入 0.1% 噪声后,用正则化方法对其进行反演获取颗粒粒度分布。模拟实验条件为:溶液折射率 $n=1.33$,入射光在真空中的波长 $\lambda=632.8$ nm,绝对温度 $T=298.15$ K,介质粘度

系数 $\eta=0.89 \times 10^{-9} \text{ g}/(\text{nm} \cdot \text{s})$ 。

采用半对数公式模拟单峰颗粒粒度分布^[10]

$$f(D_i) = \frac{1}{D_i \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(D_i/D_g)]^2}{2\sigma^2}\right\},$$

两个半对数公式联合模拟双峰颗粒粒度分布

$$f(D_i) = 0.8 \frac{1}{D_i \sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(D_i/D_{g,1})]^2}{2\sigma_1^2}\right\} + 0.2 \frac{1}{D_i \sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(D_i/D_{g,2})]^2}{2\sigma_2^2}\right\}$$

式中 D_i 为离散的颗粒粒度, D_g 、 $D_{g,1}$ 和 $D_{g,2}$ 为颗粒标称直径, σ 、 σ_1 和 σ_2 为标准偏差, 双峰数量比为 0.8:0.2。其为表征“最好”的颗粒粒度分布, 引入性能参数值

$$V = \left\{ \sum_{i=1}^N [f(D_i) - \hat{f}(D_i)]^2 \right\}^{1/2},$$

式中 $f(D_i)$ 为真实的颗粒粒度分布, $\hat{f}(D_i)$ 表示估计的颗粒粒度分布, 性能参数值越小, 表明经过反演运算获取的颗粒粒度分布与真实的颗粒粒度分布越接近。

在第一种单峰模拟分布中, $D_g=100 \text{ nm}$, $\sigma=0.2$, 粒度分布范围为 1~200 nm, 采样点数为 200 点; 在第二种单峰模拟分布中, $D_g=500 \text{ nm}$, $\sigma=0.1$, 粒度分布范围为 200~800 nm, 采样点数为 100 点。在双峰模拟分布中, $D_{g,1}=300 \text{ nm}$ 、 $D_{g,2}=600 \text{ nm}$ 、 $\sigma_1=0.18$ 、 $\sigma_2=0.08$, 粒度分布范围为 50~850 nm, 采样点数为 160 点。在所有的模拟分布中, 根据模拟得到的“真实”颗粒粒度分布计算“真实”的光强相关函数值, 并对“真实”光强相关函数加入 0.1% 的噪声后作为测量值进行反演计算。反演算法采用正则化算法, 正则化参数由 L 曲线^[18,19]确定。100 nm 单峰模拟分布反演结果如图 1 所示, 500 nm 单峰模拟分布反演结果如图 2 所示, 双峰模拟分布反演结果如图 3 所示, 三种模拟颗粒粒度分布的真实粒度值、估计粒度值, 两者间的相对误差及性能参数值如表 1 所示。在图 1、图 2 和图 3 中, “true PSD”、“one angle”、“three angles”、“six angles”和“nine angles”分别表示“真实”的颗粒粒度分布, 分别在一个散射角(90°)、三个散射角(60°、90°和 120°)、六个散射角(30°、50°、70°、90°、110°和 130°)和九个散射角(30°、50°、70°、80°、90°、100°、110°、130°和 140°)下测量得到的颗粒粒度分布。表 1 中, “true PSD”、“one angle”、“three angles”、“six angles”和“nine angles”分别表示“真实”的颗粒粒度, 分别在上述 1、3、6、9 个散射角测量下得到的颗粒粒度分布的参数值。

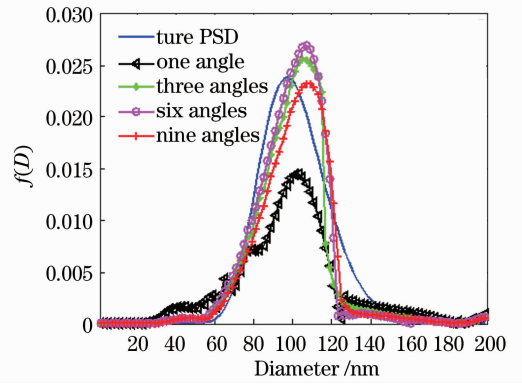


图 1 100 nm 单峰模拟分布在多个不同散射角下的粒度反演结果

Fig. 1 Inversion results of 100 nm unimodal simulation particle-size distribution at different numbers of scattering angles

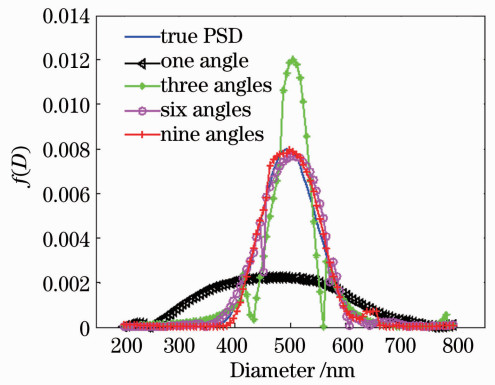


图 2 500 nm 单峰模拟分布在多个不同散射角下的粒度反演结果

Fig. 2 Inversion results of 500 nm unimodal simulation particle-size distribution at different numbers of scattering angles

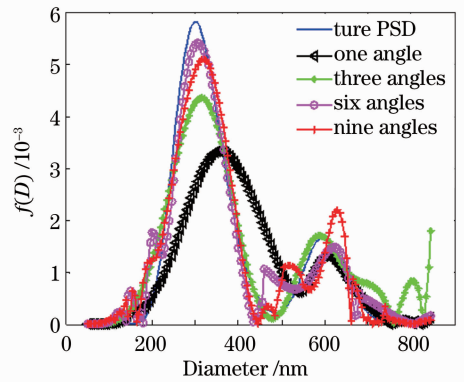


图 3 300 nm 和 600 nm 双峰模拟分布在多个不同散射角度下的粒度反演结果

Fig. 3 Inversion results of 300 nm and 600 nm bimodal simulated particle-size distribution at different number of scattering angles

表 1 三种模拟分布的“真实”粒度值、估计粒度值、两者间的相对误差和性能参数值
Table 1 “True” and estimated particle size, relative errors between them and the performance values of all the simulation particle size distribution

	True PSD (f)	One angle (f_1)	Three angles (f_2)	Six angles (f_3)	Nine angles (f_4)
Particle size /nm	100	102	106	106	106
Relative error		0.020	0.060	0.060	0.060
Performance V		0.0423	0.0261	0.0260	0.0257
Particle size /nm	500	490	506	506	500
Relative error		0.020	0.012	0.012	0
Performance V		0.0212	0.0130	0.0028	0.0026
Particle size /nm	300/600	390/605	315/595	310/610	315/610
Relative error		0.300/0.008	0.050/0.008	0.033/0.017	0.050/0.017
Performance V		0.0141	0.0070	0.0049	0.0052

Relative error: $|f - f_i|/f$. ($i = 1, 2, 3, 4$)

从图 1 和表 1 可以看出,对于 100 nm 的小粒度颗粒的单峰分布,一个散射角(90°)的动态光散射实验可给出好的颗粒粒度峰值,峰值误差为 2%,但是性能参数值大,颗粒粒度分布偏离真实分布。3、6、9 个散射角测量获取的颗粒粒度分布均给出相同的颗粒粒度峰值,并且性能参数值相差很小,即,过多的散射角(6 个或 9 个)并没有给出更好的颗粒粒度分布。图 2 和表 1 表明,对于 500 nm 的大粒度颗粒的单峰分布,一个散射角(90°)的动态光散射实验也可给出好的粒度峰值,峰值误差为 2%,但性能参数值大,反演获取的颗粒粒度分布距离真实分布相差较大。采用 3 个散射角测量得到的颗粒粒度分布与 1 个散射角的测量结果相比,峰值更接近真实峰值,峰值误差降为 1.6%,并且性能参数值更小,得到的颗粒粒度分布更接近真实分布。6 个和 9 个散射角测量得到的性能参数值相差很小,几乎给出同样的颗粒粒度分布。

对照图 1 和图 2 可以看出,对于 500 nm 的大粒度颗粒,散射角数量的增多可明显提高颗粒粒度分布的测量准确性,而对 100 nm 小粒度颗粒的影响则不明显。这样的结果可以从米氏理论中得到解释,入射光波长为 632.8 nm 时,不同粒度的颗粒在不同散射角度的散射光强变化如图 4 所示。小粒度颗粒在不同散射角的散射光强并没有明显变化,采用过多的散射角测量并不能给出更多的粒度分布信息。而大粒度颗粒在不同散射角的散射光强有显著变化,散射角越多,获取的粒度分布信息越多,从而反演结果的准确性越高。然而,随着散射角个数的增多,散射角的校准噪声和光强相关函数的测量噪声等也会随之增大,增大的噪声就会影响到颗粒粒度分布的反演准确性,从而导致在有些情况下,颗粒

粒度分布的测量结果反而变差,这在下述的粒度为 300 nm 与 600 nm 的双峰分布颗粒体系的反演中得到进一步的验证。

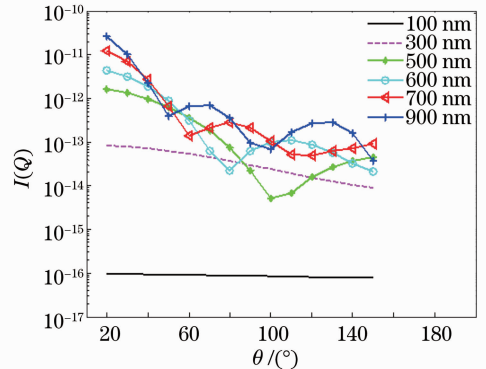


图 4 不同粒度的颗粒在不同散射角度的散射光强变化
Fig. 4 Light-scattering intensity variation for different particle sizes at different scattering angles

图 3 和表 1 给出了粒度比为 2:1 的 300 nm 与 600 nm 双峰模拟分布的测量结果,从中可以看到,单一散射角(90°)的动态光散射测量可以清晰地给出两个峰值,但峰值误差偏大,最大的峰值误差达到 30%。3 个散射角的测量结果可以给出好的峰值,最大峰值误差为 5%,但性能参数值偏大。散射角增加到 6 个时,性能参数值降到最小,获取最优的颗粒粒度分布,继续增加散射角个数到 9 个时,性能参数值又开始回升,颗粒粒度分布结果变差。

由图 1~3 可以看出,单角度的动态光散射技术测量单峰分布的颗粒体系,可以给出好的粒度峰值,但是测量双峰分布的颗粒体系时,给出的粒度峰值则偏离真实的粒度值。从表 1 也可以看到,散射角度的数量从 1 个变化到 3 个时,双峰分布颗粒体系比单峰分布颗粒体系受散射角度数量的影响更为显著。双峰分布测量结果受散射角影响较大,同样也

可从图 4 得到解释。从图 4 可以看到,随着颗粒粒度的增大,颗粒散射光光强随散射角的变化也愈加急剧,甚至产生波动变化,每一种粒度的颗粒都有其最佳的散射测量角度,在此角度下测量,能够得到较其它角度下更多的粒度信息。由于不同粒度颗粒的散射光随散射角变化的规律不同甚至差异巨大,使得单一散射角难以同时满足两种及以上颗粒的最佳测量要求,从而导致单角度测量时,双峰及多峰分布的颗粒体系的峰值偏差和性能参数偏大。多角度的动态光散射技术则是通过采用更多的散射角来补偿单角度的不足,使得测量双峰及多峰分布颗粒体系时,能够得到尽可能多的不同粒度颗粒的信息,从而提高了颗粒粒度反演的准确性。

4 实验分析

MDLS 实验装置包括波长为 632.8 nm 的垂直偏振 He-Ne 激光器,数字相关器(BI-2030AT)和步进电机控制的测角仪(BI-200SM)。实验样品放置在温度为 298.15 K 的样品池内,用单模光纤探针接收散射光,保证了所测量光强相关函数值的连续性。聚苯乙烯标称粒度为(300±3) nm 和(503±4) nm 的标准颗粒以 5:1 的数量比混合后,分别在 30°、40°、50°、60°、70°、80°、90°、100°、110°和 120° 10 个散射角度处进行光强相关函数的测量。并分别选取 1 个散射角(90°)、3 个散射角(50°、80°和 110°)、

五个散射角(30°、50°、70°、90°、和 110°)和全部 10 个散射角的光强相关函数测量值,用正则化方法对其进行反演,颗粒粒度分布的反演结果如图 5 所示。表 2 给出了真实的颗粒粒度、估计的颗粒粒度、两者的相对误差和双峰数量比。在图 5 中,“one angle”、“three angles”、“five angles”和“ten angles”分别表示在上述 1、3、5、10 个散射角度测量下得到的颗粒粒度分布。表 2 中,“true PSD”、“one angle”、“three angles”、“five angles”和“ten angles”分别表示真实的颗粒粒度,分别在以上 1、3、5、10 个散射角度测量下得到的颗粒粒度分布的各种参数值。

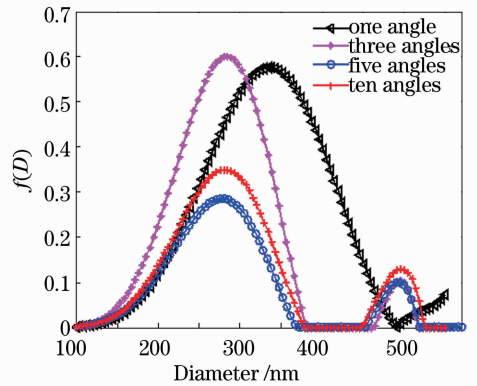


图 5 300 nm 和 503 nm 的双峰实验分布在不同多个散射角度下的粒度反演结果

Fig. 5 Inversion results of 300 nm and 503 nm bimodal experimental particle size distribution at different numbers of scattering angles

表 2 实验双峰分布的“真实”粒度值、估计粒度值、两者间的相对误差和双峰数量比

Table 2 “True” particle size, estimated particle size, relative errors between them and the number ratio of two peaks for the bimodal experimental particle-size distribution

	True PSD (f)	One angle (f_1)	Three angles (f_2)	Six angles (f_3)	Nine angles (f_4)
Particle size /nm	300/503	340/—	285/493	285/493	286/496
Relative error		0.133/—	0.050/0.020	0.050/0.020	0.047/0.014
Number ratio			28.6:1.0	11.1:1.0	8.9:1.0

由图 5 和表 2 可见,对于粒度比小于 1.0:1.7 的 300 nm 与 503 nm 双峰分布颗粒体系,1 个散射角(90°)的动态光散射实验只能清晰地给出 300 nm 的峰值,且峰值误差为 13.3%。采用 3、5、10 个散射角测量,均可清晰地给出双峰。虽然采用 3 个散射角测量时,可以给出好的粒度峰值,最大峰值误差为 5%,但双峰数量比为 28.6:1.0,远大于真实的双峰数量比 5:1。用的散射角度越多,得到的双峰数量比越接近于真实的双峰数量比,当散射角个数多于 6 以后,得到的双峰数量比变化不再显著。

5 结 论

在动态光散射技术中,颗粒粒度分布的反演需要预先获取颗粒的测量信息,获取的测量信息越多,反演结果越接近真实的颗粒粒度分布。基于不同粒度的颗粒在不同的散射角度具有不同的散射特性,研究了动态光散射技术对散射角度的依赖关系。结果表明,与单角度动态光散射技术相比,MDLS 颗粒测量技术能够提高颗粒粒度分布的测量准确性。但是,在 MDLS 技术中,测量角度的选择与被测颗粒体系的特性有关,由于单一散射角难以同时满足

两种及以上不同粒度颗粒的最佳测量要求,因此,与单峰分布的颗粒体系相比,双峰分布颗粒体系的测量结果受散射角度的影响更为显著。尽管增加散射角数量可明显改善颗粒粒度及其分布的测量结果,因为,随着散射角度个数的增多,散射角的校准噪声和光强相关函数的测量噪声等也会随之增大,从而会导致在有些情况下颗粒粒度分布的测量结果反而变差。因此,在多角度动态光散射颗粒测量技术中,测量结果的准确性并不一定随着选取的散射角的数量增加而绝对地提高,而是存在一个最佳的数量值,超过这一数量值,测量结果的准确性可能会降低。

致谢 本文采用的双峰分布聚苯乙烯颗粒实验数据由南澳大学激光散射与材料科学研究所提供,感谢该研究所负责人 John C. Thomas 教授对本文工作提供有意义的建议。

参 考 文 献

- 1 R. Pecora. Doppler shifts in light scattering from pure liquids and polymer solutions [J]. *J. Chem. Phys.*, 1964, **40** (6): 1604~1614
- 2 H. Z. Cummins, N. Knable, Y. Yeh. Observation of diffusion broadening of Rayleigh scattered light [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1964, **12**(6): 150~153
- 3 N. C. Ford, Jr., G. B. Benedek. Observation of the spectrum of light scattered from a pure fluid near its critical point [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1965, **15**(16): 649~653
- 4 Zhou Zukang. Dynamic light scattering[J]. *Chemistry*, 1986, **10**: 34~39
周祖康. 动态光散射[J]. *化学通报*, 1986, **10**: 34~39
- 5 J. C. Thomas. Photon correlation spectroscopy: technique and instrumentation[C]. *SPIE*, 1991, **1430**: 2~18
- 6 Xia Hui, Li Fushi, Chen Zhiquan *et al.*. Diffusion properties of Brownian particles in dense suspensions by low coherence dynamic light scattering [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30** (10): 3059~3063
夏 辉, 李富石, 陈智全等. 低相干动态光散射研究浓悬浮液中布朗运动粒子的扩散特性[J]. *光学学报*, 2010, **30** (10): 3059~3063
- 7 Xu Yamin, Shen Jianqi, Cai Xiaoshu. Characteristics of transmission fluctuation frequency spectrum with band-pass filters [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3184~3190
许亚敏, 沈建琪, 蔡小舒. 基于带通滤波器的透射率起伏信号频谱特征[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3184~3190
- 8 Chen Xianqing, Shen Jianqi, Wang Huarui. Power spectrum of self-mixing interference feedback from a nano-fluid and Its calculation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1029003
陈先庆, 沈建琪, 王华睿. 纳米流体激光自混频功率谱及其计算[J]. *光学学报*, 2011, **31**(10): 1029003
- 9 R. Buttgerit, T. Roths, J. Honerkamp. Simultaneous regularization method for the determination of radius distributions from experimental multiangle correlation functions [J]. *Phys. Rev. E*, 2001, **64**(4): 041404
- 10 J. R. Vega, L. M. Gugliotta, V. D. Gonzalez *et al.*. Latex particle size distribution by dynamic light scattering: a novel data processing for multiangle measurements [J]. *J. Colloid and Interface Sci.*, 2003, **261**(1): 74~81
- 11 Xiaoyan Liu, Jin Shen, John. C. Thomas *et al.*. Multiangle dynamic light scattering analysis using angular intensity weighting determined by iterative recursion[J]. *Appl. Opt.*, 2012, **51**(7): 846~854
- 12 P. G. Cummins, E. J. Staples. Particle size distributions determined by a multiangle analysis of photon correlation spectroscopy data[J]. *Langmuir*, 1987, **3**(6): 1109~1113
- 13 R. Finsy, P. D. Groen, L. Deriemaeker. Data analysis of multi-angle photo correlation measurements without and with prior knowledge[J]. *Part. Part. Syst. Charact.*, 1992, **9**: 237~251
- 14 C. Wu, K. Unterforsthuber, D. Lilge. Determination of particle size distribution by the analysis of intensity-constrained multi-angle photon correlation spectroscopic data [J]. *Part. Part. Syst. Charact.*, 1994, **11**: 145~149
- 15 G. Bryant, J. C. Thomas. Improved particle size distribution measurements using multiangle dynamic light scattering [J]. *Langmuir*, 1995, **11**(7): 2480~2485
- 16 K. Schatzel. Correlation techniques in dynamic light scattering [J]. *Appl. Phys. B*, 1987, **42**(4): 193~213
- 17 W. J. Wiscombe. Improved Mie scattering algorithm[J]. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(9): 1505~1509
- 18 P. C. Hansen, D. P. O'Leary. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems[J]. *SIAM J. Sci. Comput.*, 1993, **14**(6): 1487~1503
- 19 Lu Xiaoqiang, Sun Yi. Limited angle computed tomography reconstruction algorithm based on multiplicative regularization method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1285~1290
卢孝强, 孙 怡. 基于乘性正则化的有限角度 CT 重建算法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1285~1290

栏目编辑: 李文洁