第 32 卷 第 6 期
2012 年 6 月
光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA
Vol. 32, No. 6
June, 2012

柱矢量光束的角动量性质

杨双燕[1] 王婷婷[1] 李春芳[1,2]

[1] 上海大学理学院物理系，上海 200444
[2] 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室，陕西 西安 710119

摘要 介绍了非近轴光束的表示理论，利用该表示理论很好地解决了非近轴光束的角动量问题，发现非近轴光束的总角动量可以严格地分解成自旋和轨道两部分，但是两者都依赖于由偏振椭圆度表征的光束的偏振状态。主要研究了柱矢量光束的角动量问题。给出了动量空间和位形空间中的柱矢量光束表达式和角动量算符表达式。通过分析两个空间中的角动量算符及柱矢量光束表达式，发现在这两种空间中，具有螺旋型相位的柱矢量光束是角动量算符沿着传播方向的分量的本征态，其本征值与偏振椭圆度无关，这为计算这类特殊光束的角动量提供了一种新方法。

关键词 物理光学；本征态；角动量算符；柱矢量光束

中图分类号 O431.1 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201232.0626002

Angular Momentum Characteristics of Cylindrical Vector Beams

Yang Shuangyan[1] Wang Tingting[1] Li Chunfang[1,2]

[1] *Department of Physics, College of Sciences, Shanghai University, Shanghai* 200444, *China*
[2] *State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi* 710119, *China*

Abstract The representation theory of nonparaxial light beams is introduced. On the basis of this theory, the decomposition of angular momentum of nonparaxial light beams is well solved. The total angular momentum of an arbitrary free electromagnetic field is separated rigorously into spin and orbital parts, both of which are dependent on the state of polarization and polarization ellipticity. The angular momentum problem of cylindrical vector beams is mainly researched. Based on the expressions of cylindrical vector beams and angular momentum operators given both in momentum space and position space, it is shown that cylindrical vector beams with a helical phase structure are the eigenstates of total angular momentum in the propagation direction, and the eigenvalue of total angular momentum has no relationship with polarization ellipticity. This provides a new calculation of the angular momentum for this special kind of light beams.

Key words physical optics; eigenstates; angular momentum operator; cylindrical vector beams

OCIS codes 260.2110; 140.3295; 260.5430

1 引 言

近 20 年的研究表明，光束角动量可分为与光束偏振特性相关的自旋角动量和与光束螺旋型相位结构相关的轨道角动量[1~8]。1936 年 Beth[1] 通过实验发现光束具有自旋角动量，并通过精确测量光纤的扭矩发现此角动量与量子自旋有关。而光束的轨道角动量直到 1992 年才引起广泛注意，Allen 等[2] 表明拉盖尔-高斯光束既可以携带自旋角动量，也可

收稿日期： 2011-12-13；**收到修改稿日期：** 2012-02-08

基金项目： 国家自然科学基金(60877055, 60806041)、上海市科委基金(08JC1409701, 08QA14030)、上海市教育发展基金(2007CG52)和上海市重点学科(S30105)资助课题。

作者简介： 杨双燕(1984—)，女，博士研究生，主要从事光物理中有关波束物理性质方面的研究。
E-mail: yangshuangyan@shu.edu.cn

导师简介： 李春芳(1964—)，男，博士，教授，主要从事光物理和量子物理中有关波束物理性质等方面的研究。
E-mail: cfli@shu.edu.cn(通信联系人)

以携带轨道角动量。自旋角动量由光束的偏振携带，由偏振椭圆度 σ 表征；轨道角动量由光束的螺旋形波前携带，由螺旋相位因子 $\exp(\mathrm{i}l\phi)$ 表征，其中 l 是整数。近轴光束的角动量能鲜明地分为与 σ 有关的自旋角动量和与 l 有关的轨道角动量[2~6]，但非近轴光束的角动量却不能[7~9]。最近的实验结果表明，非近轴光束与物质发生作用时，轨道角动量和自旋角动量表现出不同的力学效应[10,11]。光的自旋角动量使粒子绕自身轴旋转，而轨道角动量使粒子绕光轴旋转；而且近轴光束的部分自旋角动量可以通过高数值孔径转移到非近轴光束的轨道角动量上去。这些实验结果表明光束的自旋角动量和轨道角动量既有区别又有联系。Li[9] 指出近轴和非近轴光束角动量都能分为与参考位置选取有关的轨道角动量和与参考位置选取无关的自旋角动量。

柱矢量光束[12~20]是一种特殊的矢量偏振光束，其振幅和偏振态在光束横截面上的分布是轴对称的，是麦克斯韦方程组在柱坐标下的特征解。近年来，人们对涡旋光束[21~24]进行大量研究，认为光束所携带的轨道角动量与螺旋型相位有关。

本文在 Li[17] 矢量光束表述理论的基础上指出沿着 z 轴传播且具有螺旋型相位的柱矢量光束是角动量算符 z 分量的本征态。介绍了动量空间的光子态函数及角动量算符；指出了动量空间的柱矢量光束是角动量算符 z 分量的本征态；提出了位形空间的柱矢量光束也是角动量算符 z 分量的本征态；给出计算这类光束角动量的一种新方法。

2 动量空间的光子态函数及角动量算符

众所周知，位形空间中光子位置不能严格地被确定下来，因此位形空间中没有严格定义的概率密度波函数[25]。而动量空间中，光子的量子行为能够完整地得到描述，动量空间光子态函数[26]为

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{2A}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}) - \frac{1}{\mathrm{i}kc}\dot{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{k})\right], \tag{1}$$

它满足微分方程

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) = \hbar kc\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) \tag{2}$$

和横向性条件

$$\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) = 0. \tag{3}$$

(1)～(3)式中 A 为归一化常数，$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k})$、$\dot{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{k})$ 分别为电矢量及电矢量对时间的一阶导数在动量空间的表示；态函数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k})$ 描述了光子随时间演绎的状态，是动量空间光子能量算符 $\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ 和动量算符 $\hbar\boldsymbol{k}$ 本征态，其本征值分别为 $\hbar kc$ 和 $\hbar k$。

由于柱矢量光束是沿着 z 轴传播的，则角动量算符 z 分量在动量空间可表示为[25,27]

$$\hat{\boldsymbol{J}}_z = -\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi} - \mathrm{i}\hbar\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

式中

$$\hat{\boldsymbol{L}}_z = -\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}, \tag{5}$$

$$\hat{\boldsymbol{S}}_z = -\mathrm{i}\hbar\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

分别对应着动量空间中轨道和自旋角动量算符的 z 分量。

3 动量空间中的柱矢量光束是 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的本征态

参照文献[15]中所给出的柱矢量光束且考虑 l 为单值的情况，具有螺旋型相位的柱矢量光束在动量空间可表示为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{m}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi), \quad \tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{pmatrix}\alpha \\ \beta\end{pmatrix},$$
$$\sigma = -\mathrm{i}(\alpha^*\beta - \beta^*\alpha), \tag{7}$$

它满足(2)、(3)式，是动量空间的光子波函数。(7)式中，

$$\boldsymbol{m} = (\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}) = \begin{pmatrix} -\frac{k_z}{k}\cos\varphi & \sin\varphi \\ -\frac{k_z}{k}\sin\varphi & -\cos\varphi \\ \frac{k_\rho}{k} & 0 \end{pmatrix} \tag{8}$$

为动量空间的局域投影矩阵；$\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$ 是与波矢 $\boldsymbol{k}$ 垂直的两个相互正交的单位矢量，表示平面波的两个独立偏振方向；$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ 是琼斯矢量，σ 为偏振椭圆度；$f(k_\rho,\varphi) = f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi)$ 是动量空间中螺旋型分布的标量振幅，是 $\hat{\boldsymbol{L}}_z$ 的标量本征函数。

$\hat{\boldsymbol{L}}_z$、$\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 作用于柱矢量光束电矢量在动量空间中的表达式为

$$\hat{\boldsymbol{L}}_z\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}) = -\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}[\boldsymbol{m}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi)] =$$
$$l\hbar\boldsymbol{m}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi) - \hat{\boldsymbol{S}}_z[\boldsymbol{m}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi)], \tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_z\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}) = (\hat{\boldsymbol{L}}_z + \hat{\boldsymbol{S}}_z)\boldsymbol{m}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi) = l\hbar\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}). \tag{10}$$

发现矢量波函数 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k})$ 在 $\hat{\boldsymbol{L}}_z$、$\hat{\boldsymbol{S}}_z$ 的作用下发生了改变，但在 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的作用下保持不变。由此可知：在动量

空间中，沿着 z 轴传播且具有螺旋型相位的柱矢量光束虽然不是 $\hat{\boldsymbol{L}}_z$ 和 $\hat{\boldsymbol{S}}_z$ 的本征态，但它是 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的本征态，本征值为 $l\hbar$；该本征值与 $f(k_\rho)$ 和偏振椭圆度 σ 的选取无关，但与标量振幅中的 $\exp(\mathrm{i}l\varphi)$ 有关。

动量空间中的动量算符为 $\hat{\boldsymbol{p}}=\hbar\boldsymbol{k}$，则表示平面波的两个独立偏振方向的 $\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{u}$ 在动量空间中也可写成算符的形式：

$$\hat{\boldsymbol{v}}=\frac{(\hat{\boldsymbol{p}}\times\hat{\boldsymbol{z}})\times\hat{\boldsymbol{p}}}{\hbar^2 kk_\rho},\quad \hat{\boldsymbol{u}}=\frac{\hat{\boldsymbol{p}}\times\hat{\boldsymbol{z}}}{\hbar k_\rho}. \tag{11}$$

它们作用于标量函数 $f(\boldsymbol{k})=f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi)$ 后可得两类线偏振光束[28]，即 $\boldsymbol{u}$ 偏振矢量光束和 $\boldsymbol{v}$ 偏振矢量光束。而它们在动量空间可以表示为 $\boldsymbol{u}$ 偏振矢量光束的矢量函数

$$\hat{\boldsymbol{u}}f(\boldsymbol{k})=\frac{(\hat{\boldsymbol{p}}\times\hat{\boldsymbol{z}})\times\hat{\boldsymbol{p}}}{\hbar^2 kk_\rho}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi), \tag{12}$$

$\boldsymbol{v}$ 偏振矢量光束的矢量函数

$$\hat{\boldsymbol{v}}f(\boldsymbol{k})=\frac{\hat{\boldsymbol{p}}\times\hat{\boldsymbol{z}}}{\hbar k_\rho}f(k_\rho)\exp(\mathrm{i}l\varphi). \tag{13}$$

任一矢量光束的平面波矢量角谱都是由这两个独立的偏振矢量函数叠加而成。算符 $\hat{\boldsymbol{u}}$、$\hat{\boldsymbol{v}}$ 满足算符对易关系[29]：

$$[\hat{\boldsymbol{L}}_z,\hat{\boldsymbol{V}}]=\mathrm{i}\hbar\hat{\boldsymbol{z}}\times\hat{\boldsymbol{V}}, \tag{14}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{V}}$ 为 $\hat{\boldsymbol{u}}$、$\hat{\boldsymbol{v}}$ 或二者的任意叠加。而满足这种对易关系所得到的矢量函数是 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的矢量本征函数。从这一角度可知，具有螺旋型相位的柱矢量光束是总角动量算符 z 分量的本征态，与光束的偏振态无关。

4 位形空间中的柱矢量光束是 $\hat{J}_z$ 的本征态

位形空间的角动量算符 z 分量可表示为[26,27]

$$\hat{\boldsymbol{J}}_z=-\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}-\mathrm{i}\hbar\begin{bmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}, \tag{15}$$

式中

$$\hat{\boldsymbol{L}}_z=-\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}, \tag{16}$$

$$\hat{\boldsymbol{S}}_z=-\mathrm{i}\hbar\begin{bmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}, \tag{17}$$

分别为位形空间的轨道和自旋角动量算符 z 分量。

根据文献[15]，有柱矢量光束表达式

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{k}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k})\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x})k_\rho\mathrm{d}k_\rho, \tag{18}$$

式中 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k})$ 即上面提到的柱矢量光束在动量空间中的表达式。将 $\hat{\boldsymbol{L}}_z$、$\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 作用于柱矢量光束表达式上：

$$\hat{\boldsymbol{L}}_z\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=l\hbar\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})-\hat{\boldsymbol{S}}_z\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}), \tag{19}$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_z\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=(\hat{\boldsymbol{L}}_z+\hat{\boldsymbol{S}}_z)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=l\hbar\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}). \tag{20}$$

发现位形空间柱矢量光束虽然不是 $\hat{\boldsymbol{L}}_z$、$\hat{\boldsymbol{S}}_z$ 的本征态，但它是 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的本征态，其本征值为 $l\hbar$。若将广义琼斯矢量 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ 取为

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\ \text{or}\ \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \tag{21}$$

所对应的两种线偏振柱矢量光束[28] 依旧是 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的本征态，其本征值为 $l\hbar$。换句话说，位形空间中的柱矢量光束是 $\hat{\boldsymbol{J}}_z$ 的本征态，其本征值为 $l\hbar$，它与光束的偏振椭圆度 σ 的选取无关，只与动量空间中标量角谱中的 $\exp(\mathrm{i}l\varphi)$ 有关。

位形空间的柱矢量光束是角动量算符 z 分量的本征态，表面上看起来与位形空间中没有严格定义的光子概率密度函数矛盾，实际上它们并不冲突。任一光场可表示成不同光子能量态的叠加，而唯一确定的能量是平均能量。具有螺旋型相位 $exp(il\phi)$ 的柱矢量光束由具有相同能量和角动量 z 分量的光子本征态叠加而成，因此这类柱矢量光束是角动量算符 z 分量的本征态，其本征值是确定的。

5 计算矢量光束角动量的新方法

为计算矢量光束的角动量，通常利用经典电磁场理论[30]来求解，即

$$\boldsymbol{J}=\int\boldsymbol{j}\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{j}=\varepsilon_0\boldsymbol{r}\times(\boldsymbol{E}^*\times\boldsymbol{B}), \tag{23}$$

式中 $\boldsymbol{E}^*$ 为光束的电场强度矢量的共轭量，$\boldsymbol{B}$ 为光束的磁场强度矢量；$\boldsymbol{j}$ 为光束的角动量密度，是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 和线动量密度 $\varepsilon_0(\boldsymbol{E}^*\times\boldsymbol{B})$ 的叉乘。对角动量密度 z 分量在整个空间积分后得到总角动量的 z 分量，该值是个平均值。

对于具有螺旋型相位的矢量光束，也有人利用拓扑荷来求其角动量[22]，即：单位能量的光束角动量为

$$J_z=\hbar\left[\frac{1}{2\pi}\oint\nabla\varphi_{\mathrm{p}}\mathrm{d}s-1\right]=\hbar l_{\mathrm{p}}, \tag{24}$$

式中 φ_{p} 为庞加莱相位；l_{p} 为拓扑荷，该值等于 $\exp(\mathrm{i}l\varphi)$ 中的 l 值。

对于具有螺旋型相位的柱矢量光束，其角动量 z 分量还可以通过分析柱矢量光束的螺旋型相位项 $\exp(\mathrm{i}l\varphi)$ 得出，直接得到柱矢量光束的角动量 z 分量，即 $l\hbar$。这就为计算这类特殊光束的角动量提供

了一种新方法。

6 结　论

通过分析发现标量角谱为 $f(k_\rho)\exp(il\varphi)$ 的柱矢量光束是角动量算符沿着传播方向的分量的本征态，其本征值为 $l\hbar$，它与光束的偏振椭圆度 σ 及标量角谱中 $f(k_\rho)$ 的选取无关，只与 $\exp(il\varphi)$ 有关。文中所采用的方法可作为计算这类特殊光束角动量 z 分量的一种新方法。

参 考 文 献

1 R. A. Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light[J]. *Phys. Rev.*, 1936, **50**(2): 115～127

2 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11): 8185～8189

3 S. J. van Enk, G. Nienhuis. Eigenfunction description of laser beams and orbital angular momentum of light [J]. *Opt. Commun.*, 1992, **94**(1-3): 147～158

4 M. V. Berry. Paraxial beams of spinning light[C]. *SPIE*, 1998, **3487**: 6～11

5 E. Wolf. Progress in Optics[M]. Amsterdam: Elsevier, 1999. 291～372

6 M. P. Padgett, L. Allen. Light with a twist in its tail[J]. *Contemporary Physics*, 2000, **41**(5): 275～285

7 S. M. Barnett, L. Allen. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams[J]. *Opt. Commun.*, 1994, **110**(5-6): 670～678

8 S. M. Barnett. Optical angular-momentum flux[J]. *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.*, 2002, **4**(2): S7～S16

9 C.-F. Li. Spin and orbital angular momentum of a class of nonparaxial light beams having a globally defined polarization[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **80**(6): 063914

10 A. T. O′Neil, I. MacVicar, L. Allen *et al.*. Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(5): 053601

11 V. Garces-Chavez, D. McGloin, M. J. Padgett *et al.*. Observation of the transfer of the local angular momentum density of a multiringed light beam to an optically trapped particle [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(9): 093602

12 R. H. Jordan, D. G. Hall. Free-space azimuthal paraxial wave equation: the azimuthal Bessel-Gauss beam solution[J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(7): 427～429

13 Z. Bouchal, M. Olivik. Non-diffractive vector Bessel beams[J]. *J. Mod. Opt.*, 1995, **42**(8): 1555～1566

14 D. G. Hall. Vector-beam solutions of Maxwell′s wave equation [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(1): 9～11

15 C.-F. Li. Integral transformation solution of free-space cylindrical vector beams and prediction of modified Bessel-Gaussian vector beams [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(24): 3543～3545

16 Li Hanxing, Yang Shuangyan. Spin Hall effect of cylindrical vector beams in the transmission [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1026001
李寒星，杨双燕. 柱矢量光束在透射时的自旋霍尔效应[J]. 光学学报, 2011, **31**(10): 1026001

17 C.-F. Li. Representation theory for vector electromagnetic beams[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **78**(6): 063831

18 Li Chunfang, He Ying, Yang Yanfang. Representation theory and physical properties of finite electromagnetic beams [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(7): 072601
李春芳，何　英，杨艳芳. 有限光束的表示方法及物理性质[J]. 激光与光电子学进展, 2010, **47**(7): 072601

19 R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias, S. Bosch. On the vectorial structure of non-paraxial radially polarized light fields[J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(11): 3046～3050

20 Q. Zhan. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications[J]. *Adv. Opt. Photon.*, 2009, **1**(1): 1～57

21 Q. Zhan. Properties of circularly polarized vortex beams [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 867～869

22 Z. Bomzon, G. Biener, V. Kleiner *et al.*. Radially and azimuthally polarized beams generated by space-variant dielectric subwavelength gratings[J]. *Opt. Lett.*, **27**(5): 285～287

23 Lu Xuanhui, Huang Huiqin, Zhao Chengliang *et al.*. Optical vortex beams and optical vortices [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, **45**(1): 50～56
陆璇辉，黄慧琴，赵承良 等. 涡旋光束和光学涡旋[J]. 激光与光电子学进展, 2008, **45**(1): 50～56

24 Liu Yongxin, Tao Hua, Pu Jixing. Measurement of orbital angular momentum of an optical vortex beam by using a rhombus aperture [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(s1): s102010
刘永欣，陶　华，蒲继雄. 菱形光阑衍射探测涡旋光束的轨道角动量[J]. 中国激光, 2011, **38**(s1): s102010

25 V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii. Quantum Electrodynamics[M]. Oxford: Pergamon, 1982. 1～14

26 C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg. Photons and Atoms[M]. New York: Wiley, 1989. 45～50

27 M. E. Rose. Elementary Theory of Angular Momentum[M]. New York: Wiley, 1957. 98～106

28 T. T. Wang, S. Y. Yang, C. F. Li. Characterization of vector diffraction-free beams [J]. *Opt. Lett.*, 2011, **36**(12): 2342～2344

29 S. J. van Enk, G. Nienhuis. Commutation rules and eigenvalues of spin and orbital angular momentum of radiation fields[J]. *J. Mod. Opt.*, 1994, **41**(5): 963～977

30 J. D. Jackson. Classical Electrodynamics[M]. New York: Wiley, 1962. 543～548

栏目编辑：李文喆