

# 渐进多焦点眼用镜片的主曲率差优化设计方法

吴泉英<sup>1</sup> 唐运海<sup>1</sup> 钱霖<sup>2</sup> 刘琳<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 苏州科技学院数理学院, 江苏 苏州 215009  
<sup>2</sup> 苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215006)

**摘要** 阐述了渐进多焦点眼用镜片的矢高分布设计原理,提出了一种利用调节主曲率差对平均曲率影响进行渐进多焦点眼用镜片优化设计的方法。比较设计和实际加工镜片优化前后的效果,优化前后镜片有效视区球光度保持不变,优化后镜片渐进通道最窄处宽度增加了 0.7 mm,视近区有效视觉面积明显增大,最大散光度略有减小。结果表明,提出的主曲率差优化设计方法对渐进多焦点眼用镜片的设计加工有实用价值。

**关键词** 光学器件;眼用镜片;渐进多焦点;球光度;主曲率差;优化

**中图分类号** TH74 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0622001

## Design and Optimization of Main Curvature Difference for Progressive Addition Lenses

Wu Quanying<sup>1</sup> Tang Yunhai<sup>1</sup> Qian Lin<sup>2</sup> Liu Lin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology,  
Suzhou, Jiangsu 215009, China

<sup>2</sup> School of Physics Science and Technology, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

**Abstract** The heights design principle of progressive addition lenses is described. A method is proposed to change the mean curvature to design and optimize progressive addition lenses by adjusting the main curvature difference. The designed and manufactured results of progressive addition lenses are compared, and the powers in effective usable portions are maintained before and after optimization. The intermediate widths of the optimized lens are 0.7 mm wider than those of the unoptimized ones. The areas of the effective visual region of the optimized lens are broader than those of the unoptimized lens. The maximum astigmatism reduces slightly. It is shown that the design and optimization method proposed meet the practical demands.

**Key words** optical devices; ophthalmic lens; progressive addition; surface power; main curvature difference; optimization

**OCIS codes** 220.4610; 330.4460; 000.3110

## 1 引言

渐进多焦点眼用镜片能同时满足视远与视近的需求,又避免了双光镜等视远与视近转换时视觉断裂等缺陷,因此,渐进多焦点眼用镜片的应用日渐广泛<sup>[1~3]</sup>。现有的典型设计方法有 Winthrop 方法<sup>[4~6]</sup>、Steele 方法<sup>[7]</sup>、混合设计法和分片组合补偿优化法<sup>[8~11]</sup>。这些方法有其各自的特点,而共同之处都是根据设计参数,计算获得镜片的表面面形矢高,其视远与视近的球光度能满足设计要求,但存在中间通道窄或周边散光度大等缺陷。因此,在获得

镜片表面矢高的基础上,需要寻求能符合初始设计参数又能对镜片进行局部优化的方法<sup>[12,13]</sup>。本文以渐进多焦点眼用镜片面形设计优化为目标,建立包含优化函数的偏微分方程,通过求解偏微分方程获得满足设计要求的镜片表面面形矢高,并分别给出设计优化与实例加工的结果。

## 2 设计模型和优化思路

渐进多焦点眼用镜片分区如图 1 所示,镜片上部是视远区,镜片下部是用于阅读的视近区(也称阅

收稿日期: 2011-12-05; 收到修改稿日期: 2012-01-12

基金项目: 浙江省眼视光学和视觉科学重点实验室和江苏省“六大人才高峰”项目资助课题。

作者简介: 吴泉英(1965—),女,博士,教授,主要从事光学仪器与信息处理等方面的研究。E-mail: wqcyh00@yahoo.com.cn

读区),连接这两个区域的是中间过渡区(又称为通道),视远区、中间过渡区和视近区统称有效视觉区,其它区域称为周边散光区。视远区球光度小于视近区球光度,在中间过渡区,自上而下球光度连续平滑增加。初步设计的渐进镜片存在的问题是周边散光区散光度过大,以及视远区和中间过渡区不够开阔,优化设计的目标是适度增宽视远区和中间过渡区,并使周边散光区的最大散光度减小。

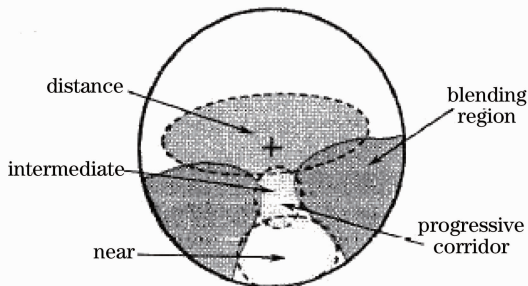


图1 渐进多焦点眼用镜片表面区域分布图  
Fig.1 Schematic plot of the progressive addition lens with zones labels

### 2.1 优化的数学模型

在笛卡儿直角坐标系中,任一曲面的表面矢高分布为  $z(x, y)$ ,该表面上各点的两个主曲率  $k_1(x, y)$  和  $k_2(x, y)$  是以  $k$  为未知数的(1)式的两个根<sup>[14]</sup>:

$$h^4 k^2 - h[r(1 + q^2) - 2pqs + t(1 + p^2)]k + rt - s^2 = 0, \quad (1)$$

式中  $p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}, r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ ,  
 $h = \sqrt{1 + p^2 + q^2}$ 。

镜片平均曲率分布用(2)式表示

$$\mu(x, y) = \frac{1}{2}(k_1 + k_2). \quad (2)$$

对于眼用镜片,镜片的球光度为  $1000(n-1)\mu$ ,  $n$  是镜片的材料折射率。主曲率差  $\delta(x, y) = |k_1 - k_2|$ , 镜片的散光度  $1000(n-1)\delta$ , 单位为 D(D 为屈光度)。对渐进多焦点眼用镜片而言,球光度和散光度处处不同,  $\mu$  和  $\delta$  都是位置  $(x, y)$  的函数。

由(1)式求得根  $k_1$  和  $k_2$ , 代入(2)式得

$$\mu = \frac{r(1 + q^2) - 2pqs + t(1 + p^2)}{2(1 + p^2 + q^2)^{3/2}}. \quad (3)$$

(3)式可表示为

$$r + t = 2\mu(1 + p^2 + q^2)^{3/2} - q^2 r + 2pqs - p^2 t, \quad (4)$$

即

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)z = F, \quad (5)$$

式中

$$F = 2\mu \left[ 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \right]^{3/2} - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$$

即镜片的矢高分布  $z(x, y)$  与平均曲率  $\mu(x, y)$  满足(5)式确定的偏微分方程<sup>[7]</sup>。

### 2.2 优化因子

由(1)式中根与系数的关系,及平均曲率和主曲率的定义可以推导出

$$\mu = \frac{1}{2} \sqrt{\delta^2 + Q}, \quad (6)$$

式中  $Q = \frac{4(rt - s^2)}{h^2}$  为矢高的二阶偏函数。由(6)

式可知,平均曲率与主曲率差及  $Q$  有关。

进一步考虑偏微分(5)式,如果改变平均曲率  $\mu(x, y)$  的分布,将会改变求解得到的镜片矢高分布。在(6)式中的  $\delta^2$  前面乘以一个小于 1 的正系数  $m$ , 则得(7)式,即降低主曲率差对平均曲率  $\mu$  的贡献:

$$\mu = \frac{1}{2} \sqrt{m\delta^2 + Q}. \quad (7)$$

(7)式为改进的平均曲率分布关系式。在已知镜片初始矢高的条件下,由(1)求得  $\delta$  和  $Q$ , 进而得到改进的平均曲率  $\mu(x, y)$ , 通过解偏微分方程反演求得镜片表面矢高分布。

(5)式为椭圆偏微分方程,具有收敛性,即在相同边界条件下的解具有唯一性,特定平均曲率分布对应特定的镜片表面矢高分布。散光度小的平均曲率分布对应着散光度小的镜片表面矢高分布。由于参与解方程的  $\mu(x, y)$  中主曲率差的影响被降低,所求得镜片的散光度也随之减小。

同时,按照渐进多焦点眼用镜片设计要求,初始设计的渐进镜片在视远区、通道和视近区内散光度值应小于 0.25D, 因此  $\delta^2$  很小,平均曲率基本上只由  $Q$  值决定。在周边散光区,散光度较大,  $\delta^2$  不能忽略,平均曲率与主曲率差和  $Q$  值都有关。也就是说,将(6)式改为(7)式,不影响有效视区的平均曲率即不改变平均球光度和散光度,只改变周边的球光度和散光度,而周边的球光度不会对视觉产生影响。

通过引入改进的平均曲率  $\mu(x, y)$ , 反演求解表面矢高,所对应镜片的散光度减小,而有效视区的球光度保持不变。称(7)式为优化函数,系数  $m$  为优

化因子。调节  $m$  值, 可以改变通道宽度与最大散光度。

### 3 渐进多焦点镜片的优化

#### 3.1 优化计算流程

首先按照引言中所述的任一种方法设计出镜片的初始矢高  $z_0(x, y)$ , 求出平均球光度和散光度, 然后选定优化因子, 计算优化函数。再通过迭代法求解偏微分方程, 最终得到优化后的镜片面形矢高。设计流程如图 2 所示。

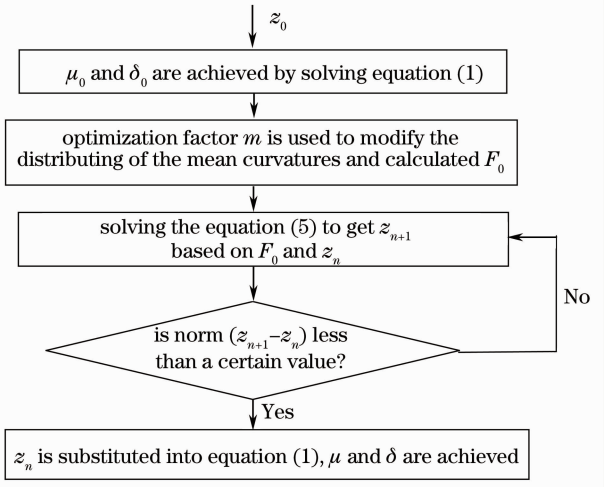


图 2 流程图的工艺优化

Fig. 2 Flow chart of the optimizing process

#### 3.2 优化实例

如图 3、图 4 是用 Winthrop 方法设计的初始渐进镜片的球光度和散光度等值线图。视远区球光度为  $-1D$ , 视近区球光度为  $1D$ 。该初始设计的渐进镜片表面散光度偏大, 视近区和通道的宽度较窄 ( $1\text{ mm}$ ), 视远区不够开阔。如图 4 所示。

优化函数(7)式中  $m$  取  $0.1 \sim 0.7$  时, 通道宽度增大。 $m$  取  $0.7 \sim 1$  时, 最大散光度减小。实例中取

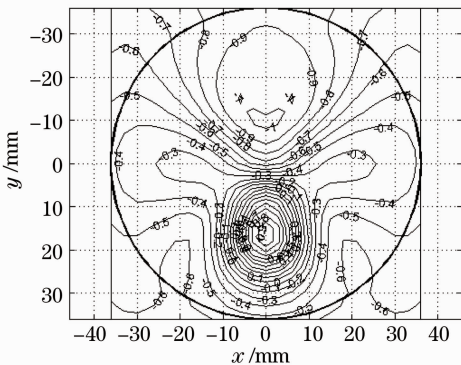


图 3 渐进多焦点眼镜片初始等球光度图

Fig. 3 Power contours of initial designed surface

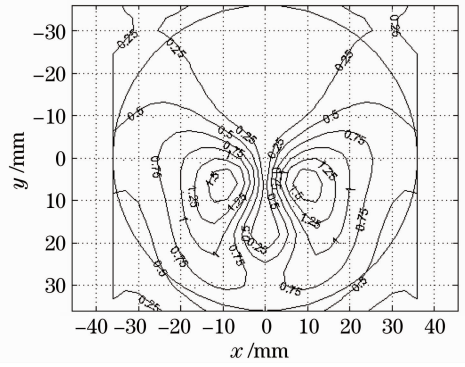


图 4 渐进多焦点眼镜片初始等散光度图

优化因子  $m=0.7$ , 进行优化得到渐进多焦点眼镜片表面的等球光度图(图 5)和等散光度图(图 6)。比较图 5 与图 3, 优化后的镜片在有效视觉区域的球光度基本保持不变, 仍然符合设计要求, 仅在水平线附近的两侧散光区略有变化, 不影响视觉效果。比较图 6 与图 4, 优化后镜片的视近区散光度小于  $0.25D$  的区域面积明显增大, 最大宽度增加了  $2\text{ mm}$ 。优化前后渐进多焦点眼镜片参数如表 1 所示。

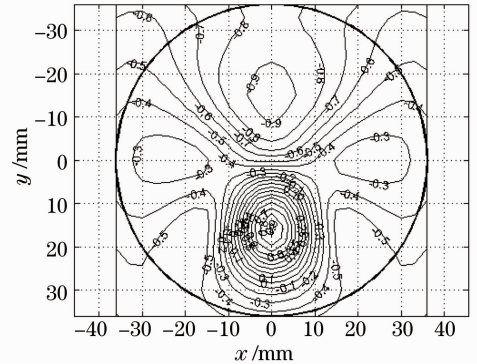


图 5 加优化因子调节后的等球光度图

Fig. 5 Power contours by adding optimization factor

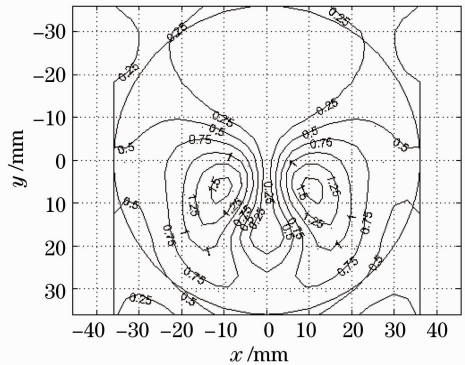


图 6 加优化因子调节后的等散光度图

Fig. 6 Astigmatism contours by adding optimization factor

表 1 优化前后渐进镜片参数对比

Table 1 Parameters contrast of unoptimized and optimized progressive addition lenses

Parameters	Power of the distance zone /D	Power of the reading zone /D	Maximum width of reading zone /mm	Narrowest width of channel /mm	Maximum astigmatism /D
Initial design	-1	+1	6.3	1	1.68
Optimized by optimization factor	-1	+1	8.0	1.7	1.57

3.3 实物加工与测试结果

将上述设计优化前后的渐进多焦点眼镜片表面矢高输入德国 LOH 公司 Satislon VFT 机床,加工得到实际镜片,并用 Rotlex Class Plus 镜片参数

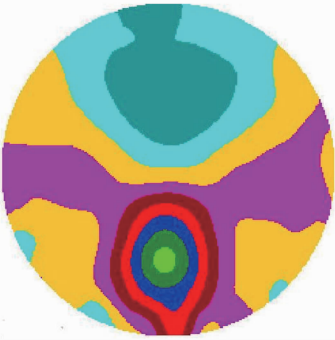


图 7 优化前渐进多焦点镜片等球光度图  
Fig. 7 Sphere of manufactured initial designed lens

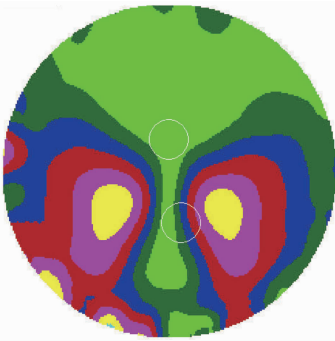


图 8 优化前渐进多焦点镜片等散光度图  
Fig. 8 Cylinder of manufactured initial designed lens

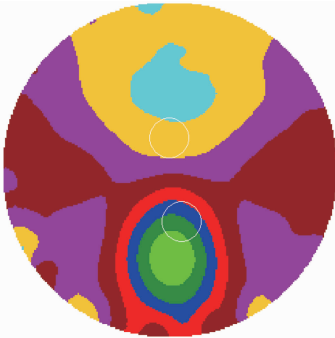


图 9 优化后渐进多焦点眼镜片等球光度图  
Fig. 9 Sphere of manufactured optimized lens



图 10 优化后渐进多焦点眼镜片等散光度图  
Fig. 10 Cylinder of manufactured optimized lens

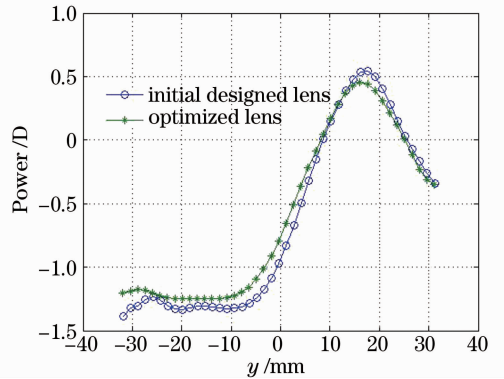


图 11 优化前后加工的镜片子午线球光度对比  
Fig. 11 Power contrast on meridian of lens before and after optimization

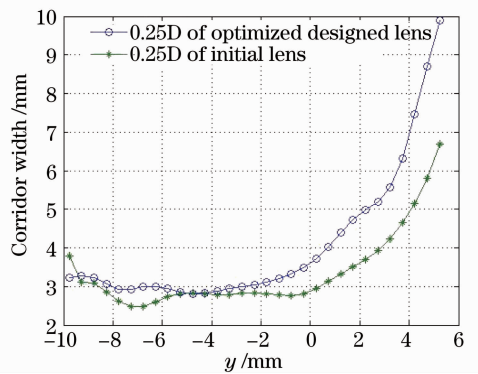


图 12 优化前后加工的镜片通道宽度对比  
Fig. 12 Corridor width contrast of lens before and after optimization

测试仪测量镜片的球光度和散光度等。加工后的镜片球光度和散光度分布如图 7~10 所示。将优化前后镜片子午线球光度及通道宽度进行比较,比较曲线如图 11 和图 12 所示。从比较曲线图可见,加工的镜片优化前后子午线球光度变化很小,而通道宽度明显增加,最窄通道宽度增加大于 0.7 mm。

## 4 结 论

提出了一种渐进多焦点眼用镜片主曲率差优化设计方法。采用 Winthrop 方法获得渐进多焦点眼用镜片初始表面矢高,求取镜片平均曲率和主曲率差分布,构建镜片矢高与平均曲率的偏微分方程,在已知镜片初始矢高的条件下,引入优化因子,通过调节镜片主曲率差优化平均曲率,求解偏微分方程得到镜片表面矢高。优化后的镜片有效视区内的球光度不变,散光度减小,通道宽度增大,周边散光区最大散光度可以减小。通过一个优化实例给出了优化前后球光度和散光度等值线,并进行实际加工和检测。结果表明该优化方法能有效扩大视远区和视近区清晰范围,进一步说明优化方法的有效性。

## 参 考 文 献

1 D. Meister, A. L. Talk. Fundamentals of progressive addition lens design [J]. *SOLA Technical Marketing*, 1998, **26**(13): 1~5

2 C. Fowler. Recent trends in progressive power lenses [J]. *Ophthal. Physiol. Opt.*, 1998, **18**(2): 234~237

3 D. R. Pope. Progressive addition lenses: history, design, wearer satisfaction and trends [C]. *Vision Science and Its Applications*, 2000, **35**: 342~357

4 J. T. Winthrop. Progressive Power Ophthalmic Lenses [P]. US Patent 4861153, 1989

5 J. T. Winthrop. Progressive Power Spectacle Lenses [P]. US Patent, 5123752, 1992

6 J. T. Winthrop. Hard/Soft Superposition Progressive Lens Design [P]. US Patent, 5726734, 1998

7 T. Steele. Progressive Addition Power [P]. US Patent 6776486 B2, 2004

8 E. V. Menezes, Roanoke. Progressive Addition Lenses [P]. US Patent 6883916 B2, 2005

9 Menezes. Progressive Addition Lenses [P]. US Patent 614927, 2000

10 Chipman. Progressive Addition Lenses [P]. US Patent 6183084, 2001

11 C. Harsigny. Progressive Multifocal Ophthalmic Lens [P]. US Patent, 5488442, 1996

12 Wu Quanying, Qian Lin, Chen Hao *et al.*. Research on meridian lines design for progressive addition lenses [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 3186~3191

吴泉英, 钱霖, 陈浩等. 渐进多焦点眼用镜片的子午线设计研究 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 3186~3191

13 Tang Yunhai, Wu Quanying, Qian Lin *et al.*. Optimizing design for progressive addition lenses by mean curvature flow [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0522001

唐运海, 吴泉英, 钱霖等. 渐进多焦点眼用镜片的平均曲率流优化设计 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0522001

14 Mei Xiangming, Huang Jingzhi. *Differential Geometry* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1998

梅向明, 黄敬之. *微分几何* [M]. 北京: 高等教育出版社, 1998

栏目编辑: 谢 婧