

粗糙热传导表面下激光介质温度场的计算分析

连天虹¹ 王石语¹ 过 振¹ 李兵斌¹ 林 林¹ 蔡德芳¹ 梁兴波²

(¹ 西安电子科技大学技术物理学院, 陕西 西安 710071; ² 固体激光技术重点实验室, 北京 100015)

摘要 提出了一种计算温度场的面热源自适应调整算法,该方法通过在研究对象的封闭边界上引入虚拟面热源来求解稳态热传导方程的边值问题。建立了导热联结的具有粗糙表面介质的接触模型,在此基础上建立了随机分布的表面散热边界条件,并用面热源自适应调整算法计算了激光介质的温度场。结果表明,由于实际激光介质散热表面不能完全紧密接触,其温度场呈现一定程度的随机起伏,越靠近边界,随机起伏越明显,介质中心区域随机起伏则不明显;有效热接触面积越小,这种随机起伏越强烈。计算表明热接触面积占50%时,比接触面积占75%时温度场的随机性更明显。

关键词 激光器;固体激光器;温度场;自适应算法;粗糙面导热;热传导方程

中图分类号 TN248.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0614001

Temperature Field Analysis of Laser Medium with Rough Surface Heat Conduction

Lian Tianhong¹ Wang Shiyu¹ Guo Zhen¹ Li Bingbin¹ Lin Lin¹ Cai Defang¹ Liang Xingbo²

(¹ School of Technical Physics, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)
(² Science and Technology on Solid-State Laser Laboratory, Beijing 100015, China)

Abstract A surface heat source adjustment approach to calculate temperature field is presented in this paper. In the approach, virtual surface heat source is introduced at the boundary of the object to solve the boundary value problem of the steady-state heat conduction equation. A contact model of rough surfaces with heat conduction connection is established. On this basis, the randomly distributed boundary conditions are established, and the temperature field in the medium is computed by using the surface heat source adjustment method. The result shows that the temperature field presents some random fluctuation due to the untight contact between the actual surfaces. The fluctuation is very obvious near the boundary while it is not obvious at the center, and the smaller the effectively contacted area, the more obvious the fluctuation is. For example, the fluctuation of 50% effective contact is more obvious than that of 75%.

Key words lasers; solid-state laser; temperature field; adaptive algorithm; heat conduction of rough surface; heat conduction equation

OCIS codes 140.3460; 140.3580; 140.6810

1 引 言

激光介质的热效应限制了固体激光器输出的功率水平和光束质量^[1],有效解决固体激光器热效应问题的关键是准确计算激光介质内温度场。已有大量文献对激光介质内的温度场进行了计算^[2~8],但在考虑激光介质和热沉表面粗糙特性的情况下,研究激光介质内温度场的文献较少。激光介质和热沉

的粗糙接触情况是影响激光介质内温度场的一个重要因素,文献[9,10]对激光晶体和热沉的接触热导进行了研究,发现晶体棒温度随圆心角发生变化,但未给出温度分布的细节。由于表面的粗糙特性,激光介质与热沉只有部分小区域能有效接触^[11],有效接触的区域通过热沉传导散热,非有效接触的区域并不能有效散热,而且两种区域的分布具有随机性,

收稿日期: 2011-11-21; **收到修改稿日期**: 2012-01-12

基金项目: 国家重点实验室基金(9140C040101120C040203)资助课题。

作者简介: 连天虹(1984—),男,博士研究生,主要从事固体激光器方面的研究。E-mail: tianhongl@126.com

导师简介: 王石语(1966—),男,教授,博士生导师,主要从事新型光电子器件及固体激光器等方面的研究。

E-mail: yshi@mail.xidian.edu.cn

这种复杂的散热边界会引起激光介质内温度分布的复杂性,本文拟对这种复杂边界下激光介质内的温度场进行计算分析。

对于各向同性的传热介质,稳态温度场的计算就是求解泊松(Poisson)方程的边值问题。本文提出了一种面热源调整算法,其基本思想是在研究对象边界上引入虚拟面热源,通过自适应调整算法,获得满足边界条件的面热源分布,然后利用自由空间的格林函数,快速计算对象内的温度场。用这种方法研究了实际中具有粗糙表面,以热传导方式散热的激光介质内的温度场。

2 面热源自适应调整算法

2.1 温度场计算的格林函数法

已知一个点热源产生的温度场,就可以用叠加的方法计算出任意热源产生的温度场^[12]

$$T(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} Q(\mathbf{r}_0)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)d\mathbf{r}_0 + T_0, \quad (1)$$

式中 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ 为格林函数, Ω 为空间中热源分布的全部区域, \mathbf{r} 为场点坐标, \mathbf{r}_0 为源点坐标, T_0 是无热源 Q 时介质的固有温度。将自由空间中点热源产生的温度 $1/(4\pi k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$ 代入(1)式,得到自由空间中热源 Q 产生的温度

$$T(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi k} \int_{\Omega} \frac{Q(\mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} d\mathbf{r}_0 + T_0, \quad (2)$$

式中 k 为介质的热传导系数,用(2)式可以计算热源 Q 在自由空间中产生的温度。介质表面的法向热流密度为

$$q = -k \frac{dT(\mathbf{r})}{dn} \Big|_{S_2}, \quad (3)$$

式中 \mathbf{n} 为边界上的外法向量。

2.2 面热源自适应调整算法

实际问题边界条件通常比较复杂。假设在边界区域 S_1 给定了温度值,区域 S_2 给定了法线方向上的热流密度值,表示为

$$T(\mathbf{r})|_{S_1} = \varphi_1(M), \quad M \in S_1 \quad (4)$$

$$-k \frac{dT(\mathbf{r})}{dn} \Big|_{S_2} = \varphi_2(M), \quad M \in S_2 \quad (5)$$

式中 M 为边界上的变点, φ_1 、 φ_2 为定义在边界上的函数。

激光介质中的内部热源 Q_V 通常是已知的,用(2)式和(3)式可以计算内部热源在边界上产生的温度或热流密度,但这通常不满足边界条件。我们在介质的封闭边界上引入虚拟面热源 Q_S 后,重新计算

在内部热源 Q_V 和面热源 Q_S 联合作用下介质表面上的温度或热流密度,通过自适应调整,直至得到能满足边界条件的面热源分布。用 n 表示调整过程中的迭代次数, $Q_S^n(M)$ 表示第 n 次迭代时 M 处面热源的面热流密度, $T_S^n(M)$ 和 $q_S^n(M)$ 分别表示在内部热源 Q_V 和面热源 Q_S^n 联合作用下介质表面 M 处的温度和热流密度。获得面热源的具体过程如下:

1) 初始时,迭代次数 $n = 0$,只有内部热源 Q_V ,边界上无面热源,即 $Q_S^0 = 0$,计算 Q_V 在边界上产生的温度或热流密度。若边界上 M 处满足边界条件(4)式,即边界条件对 M 处的温度有约束,根据(2)式,计算 M 处的温度 $T_S^0(M)$;若边界上点 M 处满足边界条件(5)式,即边界条件对 M 处的热流密度有约束,则根据(3)式,计算 M 处的热流密度 $q_S^0(M)$ 。

2) 计算边界上 M 处的面热源。对应于1)中所述情形, M 处的热源大小分别用

$$Q_S^{n+1}(M) = h_1 [T_S^n(M) - \varphi_1(M)] + Q_S^n(M), \quad M \in S_1 \quad (6)$$

$$Q_S^{n+1}(M) = 2h_2 [q_S^n(M) - \varphi_2(M)] + Q_S^n(M), \quad M \in S_2 \quad (7)$$

计算。 h_1 、 h_2 为迭代常数, $h_1 < 0$, $0 < h_2 < 1$ 。

3) 用(2)式和(3)式重新计算在内部热源 Q_V 和面热源 Q_S^{n+1} 联合作用下边界上的温度 $T_S^{n+1}(M)$ ($M \in S_1$) 或热流密度 $q_S^{n+1}(M)$ ($M \in S_2$)。此时(2)式中的热源包括内部热源 Q_V 和面热源 Q_S^{n+1} 。用误差函数

$$\delta_1^{n+1} = \left\{ \int_{S_1} [T_S^{n+1}(M) - \varphi_1(M)]^2 dS \right\}^{1/2}, \quad (8)$$

$$\delta_2^{n+1} = \left\{ \int_{S_2} [q_S^{n+1}(M) - \varphi_2(M)]^2 dS \right\}^{1/2}, \quad (9)$$

衡量 $T_S^{n+1}(M)$ ($M \in S_1$) 和热流密度 $q_S^{n+1}(M)$ ($M \in S_2$) 与给定边界条件 $\varphi_1(M)$ ($M \in S_1$) 和 $\varphi_2(M)$ ($M \in S_2$) 的偏差。若 $\delta_1^{n+1} \leq \epsilon_1$ 且 $\delta_2^{n+1} \leq \epsilon_2$,则停止迭代, ϵ_1 与 ϵ_2 为给定的结束精度, Q_S^{n+1} 即为要求的面热源;否则, n 递加 1,转 2)。

计算得到的面热源和介质内部热源的联合作用使边界条件得到满足,可用(2)式计算满足原边界条件的温度场,计算中热源包含内部热源和求得的面热源。

3 粗糙接触面传导散热条件下温度场的计算

任何一个实际表面,无论其光滑程度如何,在微观上看都是粗糙的。由于表面的粗糙特性,激光介

质与其它导热介质接触时,并不能完全接触。接触区域热量能够有效传导,而非接触区域热量不能有效传导,这会引引起激光介质内温度场的复杂性。

3.1 粗糙接触面传导散热时的边界条件

分形几何学中的 Weierstrass-Mandelbrot (W-M)函数被广泛用于描述粗糙表面形貌的微观轮廓^[13,14],W-M函数的表达式为

$$h(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m [\lambda^{-(3-D_s)^m}] \times \sin[\lambda^m (x \cos B_m + y \sin B_m) + A_m], \quad (10)$$

式中 A_m 、 B_m 独立且均为 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布的随机数, C_m 为独立的且服从均值为0、方差为1的正态分布随机数, D_s 是分形维数且 $2 < D_s < 3$, 分形维数代表表面复杂结构的多少, 分形维数越大表明复杂结构越多, λ 与表面轮廓的频谱特征有关, $\lambda > 1$ 。用 W-M 函数产生的表面轮廓如图 1 所示, 为了计算方便又不失一般性, 分形维数 D_s 取为 2.5, λ 取为 2.5。

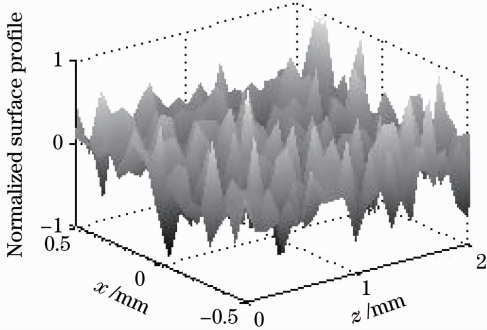


图 1 粗糙表面分形轮廓

Fig. 1 Fractal profile of rough surface

在处理粗糙表面的导热问题时,不考虑表面轮廓起伏本身带来的影响,即将表面仍然看成是平面,但表面上的部分小区域能和导热介质有效接触,部分小区域不能有效接触,认为有效接触小区域和非接触小区域是随机混合的。假定对应于粗糙面轮廓 h 大于一定值的区域是有效接触区,而对应于 h 小于该值的区域是非接触区域。图 2 是有效接触小区域和非接触小区域的示意图,其中白色表示有效接触的区域。

在有效接触区域,温度等于导热介质的温度,在非接触区域,近似认为法向热流为 0,即(4)、(5)式中 $\varphi_1 = T_c$ 、 $\varphi_2 = 0$, S_1 为有效接触区域, S_2 为非接触区域, T_c 为导热介质温度。

3.2 温度场计算流程

图 3 为端面抽运长方体形激光介质的示意图。以抽运光入射端面中心为原点建立直角坐标系。介

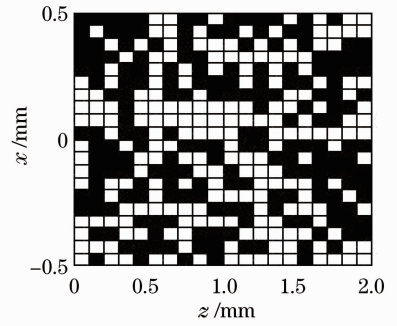


图 2 有效接触区域和非接触区域示意图

Fig. 2 Diagram of effective contact area and non-contact area

质内热源的功率密度分布为

$$Q_v(x,y,z) = \frac{2\alpha\eta P_{in}}{\pi\omega^2 [1 - \exp(-\alpha l)]} \times \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{\omega^2}\right] \exp(-\alpha z), \quad (11)$$

式中 α 为介质对抽运光的吸收系数, ω 为抽运光束腰半径, η 为介质的生热效率, P_{in} 为抽运光总功率, l 为介质在 z 方向的长度。激光介质的 4 个侧面为与导热介质接触散热的粗糙表面,假定 4 个侧面的接触情况相同;介质的两个端面未与导热介质接触,是绝热的。确定了介质整个封闭边界上的边界条件后,用自适应调整算法计算介质内的温度场,图 4 是计算过程流程图。

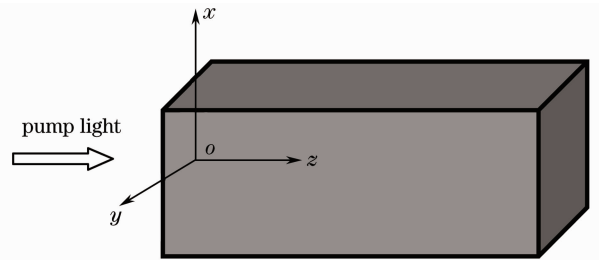


图 3 端面抽运激光介质示意图

Fig. 3 Diagram of end pumped laser medium

3.3 计算结果与分析

为了比较有效接触面积对温度场的影响,假定不同的侧面有效接触面积比例,计算激光介质内的温度场。有效接触面积比例分别取为 75%、50%、30%,介质选用 Nd:YAG,相关参数取值如表 1 所示。

3.3.1 侧面有效热接触面积占 75%

图 5 是有效接触面积比为 75% 时介质内不同 z 处 xy 平面上的温度分布,图 6 是不同 x 处 yz 平面上的温度分布。

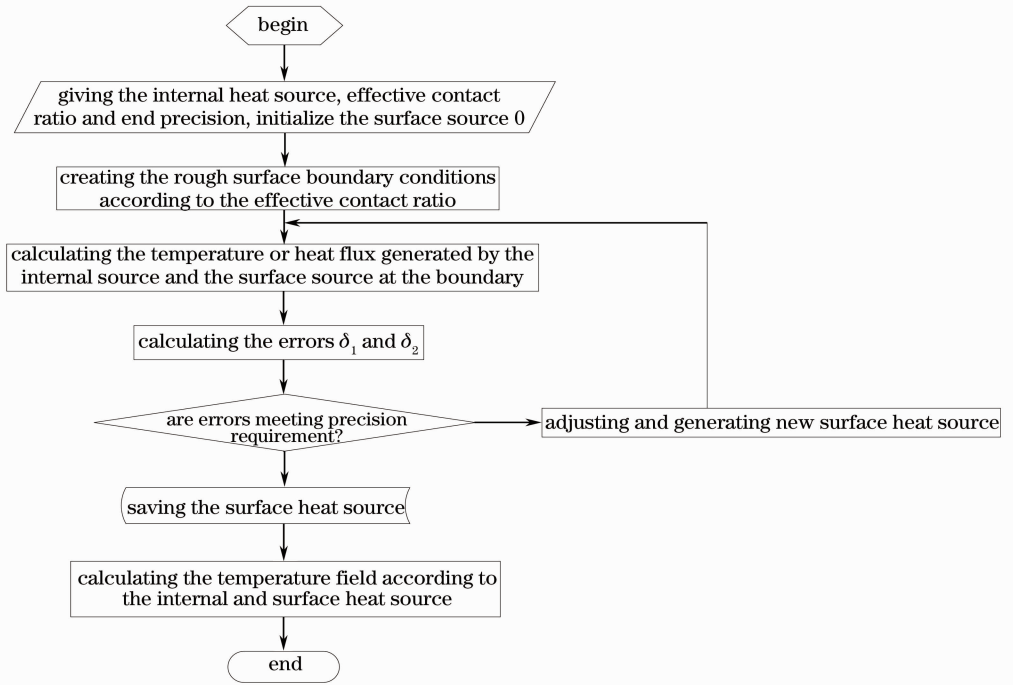


图 4 计算过程流程图

Fig. 4 Flow chart of computation process

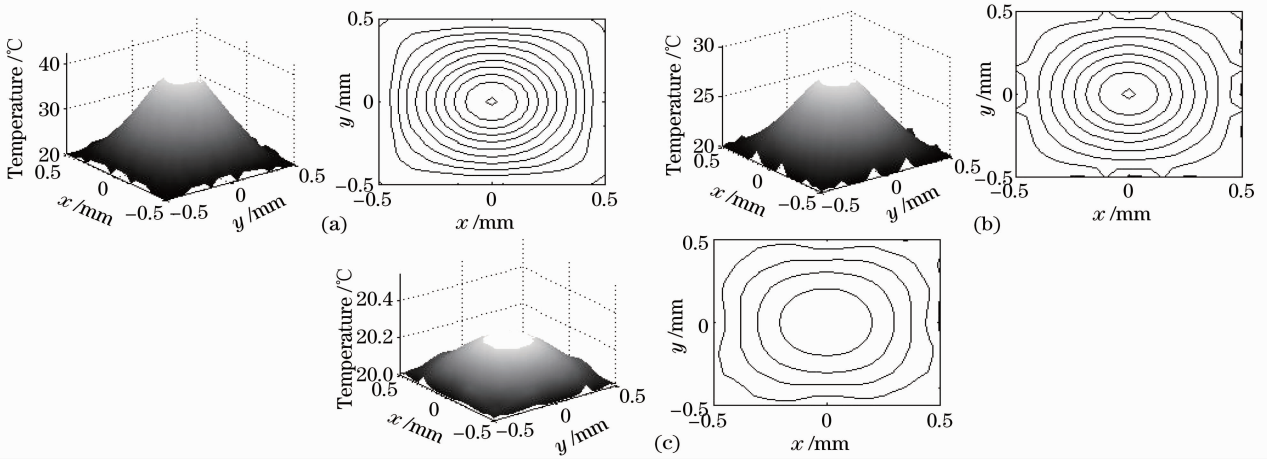


图 5 有效接触面积比为 75% 时 xy 面上的温度分布和等温线。(a) $z=0$; (b) $z=1$ mm; (c) $z=2$ mm

Fig. 5 Temperature distribution and isothermal on xy planes with effective contact area ratio of 75%. (a) $z=0$;

(b) $z=1$ mm; (c) $z=2$ mm

表 1 计算中所用参数

Table 1 Parameters in computation

Parameter	Value
Size of medium in x -, y - and z -direction /mm	$1 \times 1 \times 2$
Thermal conductivity k / $[W/(m \cdot ^\circ C)]$	14
Absorption coefficient of light by medium α / mm^{-1}	0.5
Conversion coefficient of heat η	0.32
Pump power P_{in} /W	10
Beam waist ω /mm	0.3
Initial temperature of medium T_0 / $^\circ C$	20
Temperature of the heat conducting medium T_c / $^\circ C$	20
Constants of iteration h_1, h_2	-5000, 0.1
End precision $\varepsilon_1, \varepsilon_2$	0.001, 10

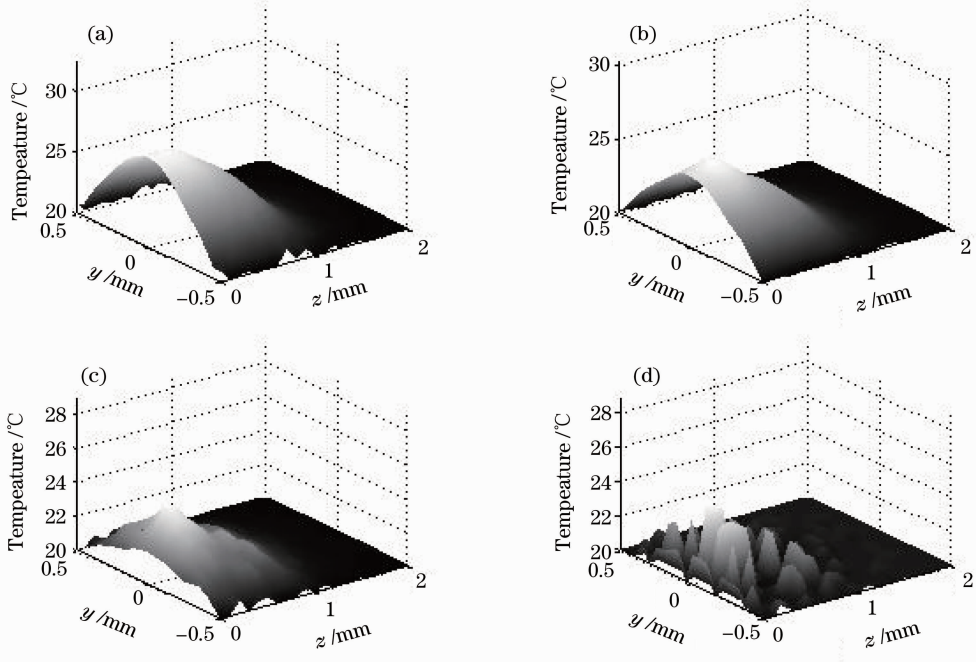


图 6 有效接触面积比为 75% 时 yz 面上的温度分布。(a) $x=0.35$ mm; (b) $x=0.40$ mm; (c) $x=0.45$ mm; (d) $x=0.5$ mm
 Fig. 6 Temperature distribution and isothermal on yz planes with effective contact area ratio of 75%. (a) $x=0.35$ mm; (b) $x=0.40$ mm; (c) $x=0.45$ mm; (d) $x=0.5$ mm

从图 5 和图 6 可以看出,由于实际介质散热表面不能完全接触,介质内温度场呈现一定程度的随机起伏。中心附近温度场随机起伏不太明显,越靠近边界,温度随机起伏越明显,边界上有些小区域的温度明显高于周围,且位置分布具有随机性。

3.3.2 侧面有效热接触面积占 50%

图 7 是有效接触面积比为 50% 时介质内不同 z 处 xy 平面上的温度分布,图 8 是不同 x 处 yz 平面

上的温度分布。

从图 7 和图 8 看出,与接触面积为 75% 时相比,表面附近温度场的随机起伏更加明显。主要原因在于此时生热介质与导热介质有效接触面积减小,非接触的小区域热量不能有效传导,且接触小区域和非接触小区域在在介质表面随机混合。中心附近温度场的随机起伏不明显,这主要是由于介质内部存在各方向的热流,稳态时表面上随机分布的非

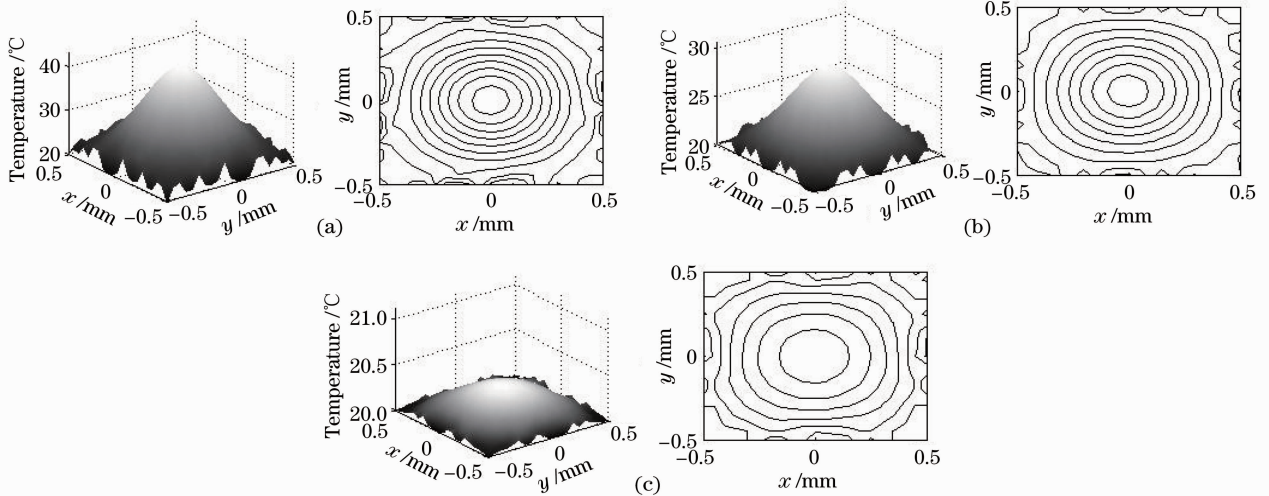


图 7 有效接触面积比为 50% 时 xy 面上的温度分布和等温线。(a) $z=0$; (b) $z=1$ mm; (c) $z=2$ mm
 Fig. 7 Temperature distribution and isothermal on xy planes with effective contact area ratio of 50%. (a) $z=0$; (b) $z=1$ mm; (c) $z=2$ mm

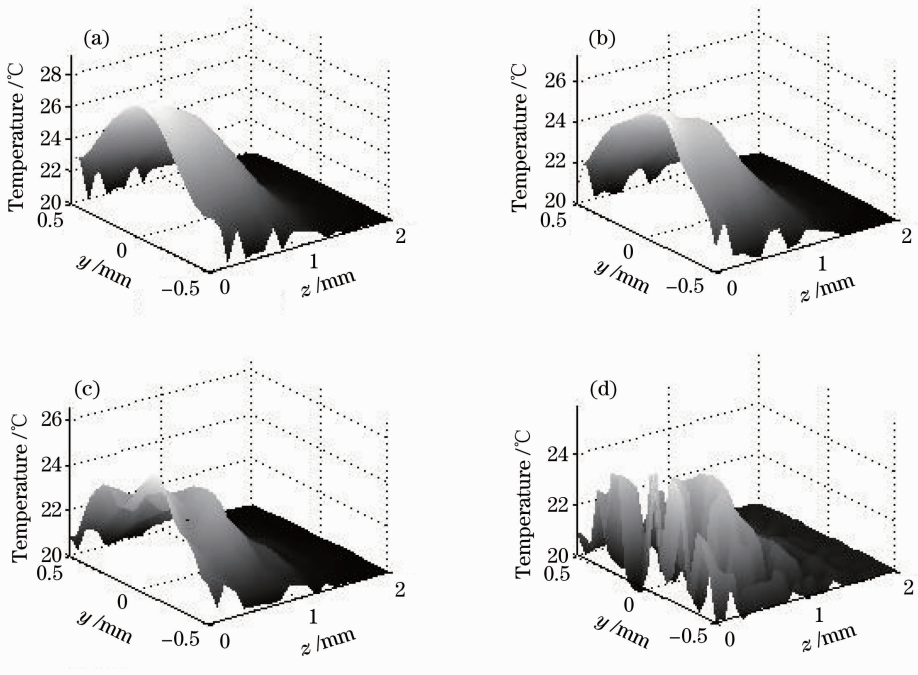


图 8 有效接触面积比为 50% 时 yz 面上的温度分布。(a) $x=0.35$ mm; (b) $x=0.40$ mm; (c) $x=0.45$ mm; (d) $x=0.5$ mm
 Fig. 8 Temperature distribution and isothermal on yz planes with effective contact area ratio of 50%. (a) $x=0.35$ mm; (b) $x=0.40$ mm; (c) $x=0.45$ mm; (d) $x=0.5$ mm

接触小区域对中心附近温度场的影响不明显。

3.3.3 侧面有效接触面积占 30%

有效接触面积为 30% 时介质内不同 z 处 xy 平面上的温度分布如图 9, 图 10 是不同 x 处 yz 平面上的温度分布。

可以看出, 当有效接触面积为 30% 时, 靠近中心区域温度场的随机起伏仍然不明显, 边界附近的随机起伏则更加明显, 图 9 显示靠近边界处的等温

线十分复杂。

激光介质的中心最高温度不仅与理想平面内的有效接触面积有关, 而且与粗糙表面凹凸起伏的高度有关。由于粗糙表面微凸体的存在, 热沉与激光介质理想表面间存在一定的温差, 粗糙表面微凸体高度越大, 激光介质理想表面有效接触区域与热沉中心的温差就越大, 若将热沉中心温度视为环境温度, 则激光介质的最高温度越大。

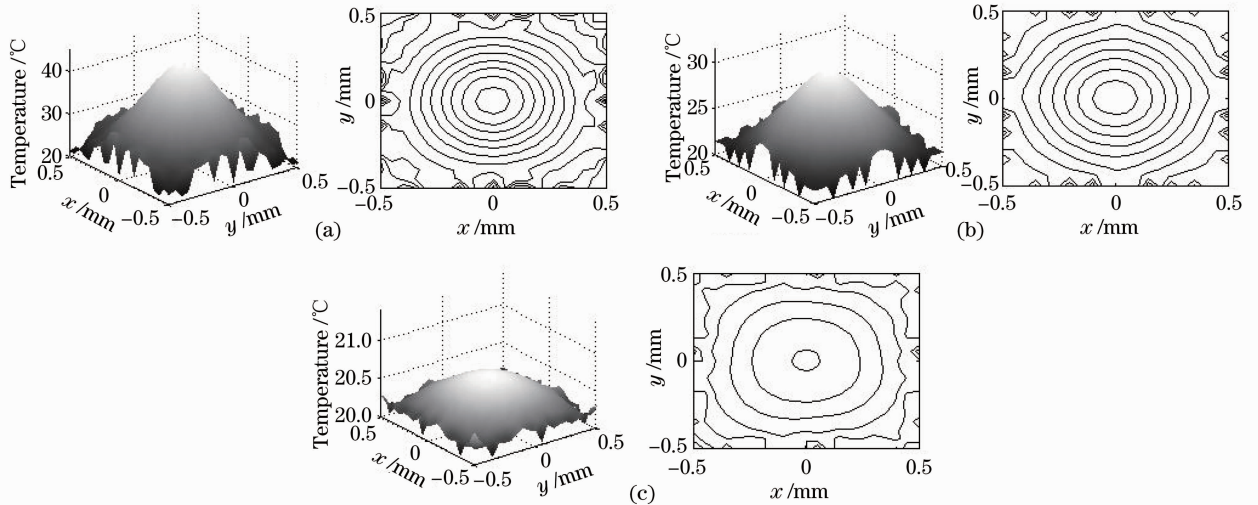


图 9 有效接触面积比为 30% 时 xy 面上的温度分布和等温线。(a) $z=0$; (b) $z=1$ mm; (c) $z=2$ mm
 Fig. 9 Temperature distribution and isothermal on xy planes with effective contact area ratio of 30%. (a) $z=0$; (b) $z=1$ mm; (c) $z=2$ mm

综上,由于实际介质散热表面不能完全紧密接触,其温度场呈现一定程度的随机起伏。越靠近边界,随机起伏越明显,而靠近中心区域起伏则不明

显。有效接触面积越小,边界附近温度场的随机起伏程度越强烈。

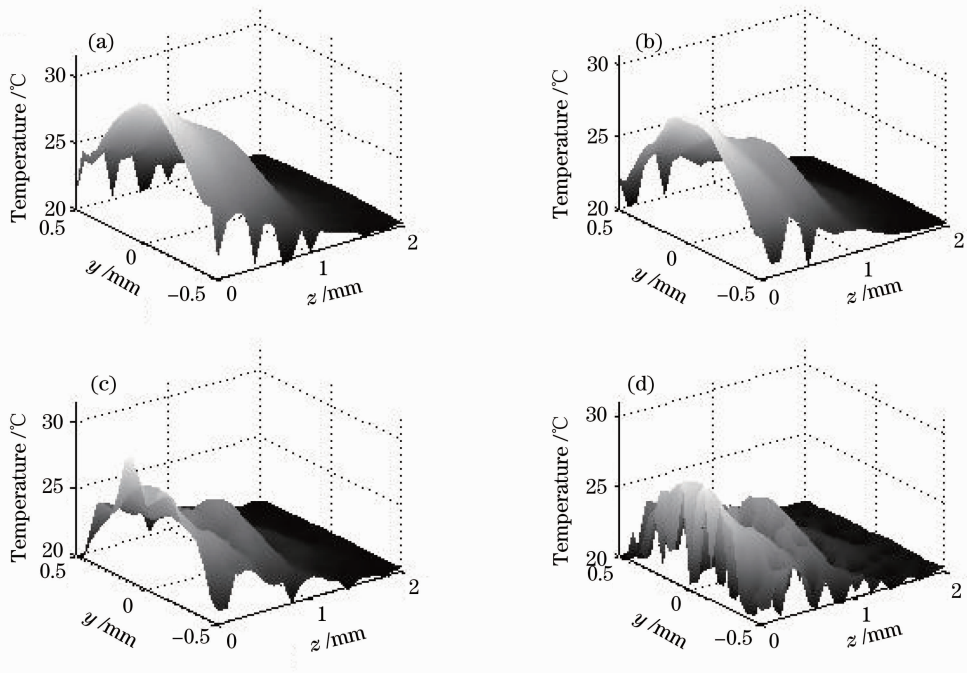


图 10 有效接触面积比为 30% 时 yz 面上的温度分布。(a) $x=0.35$ mm; (b) $x=0.40$ mm; (c) $x=0.45$ mm; (d) $x=0.5$ mm

Fig. 10 Temperature distribution and isothermal on yz planes with effective contact area ratio of 30%. (a) $x=0.35$ mm; (b) $x=0.40$ mm; (c) $x=0.45$ mm; (d) $x=0.5$ mm

4 结 论

本文提出了一种计算稳态温度场的面热源自适应调整算法。该方法在研究对象的封闭边界上引入虚拟面热源,通过自适应调整算法,获得满足边界条件的面热源分布,然后用自由空间的格林函数快速计算对象内的温度场。建立了导热联结的两种介质的表面接触模型,在此基础上建立了随机分布的表面散热边界条件,并利用面热源自适应调整算法计算了介质内的温度分布。结果表明,由于实际介质散热表面不能完全紧密接触,其温度场呈现一定程度的随机起伏,越靠近边界,随机起伏越明显,介质中心区域随机起伏则不明显;有效热接触面积越小,这种随机起伏越强烈,例如热接触面积占 50% 时,比热接触面积占 75% 时温度场的随机性更明显。

参 考 文 献

1 Zhou Shouhuan, Zhao Hong, Tang Xiaojun. High average power laser diode pumped solid-state lasers[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(7): 1605~1618
周寿桓, 赵 鸿, 唐小军. 高平均功率全固态激光器[J]. *中国激光*, 2009, **36**(7): 1605~1618

2 Lu Fuyuan, Gong Mali, Xue Haizhong *et al.*. Analysis on the temperature distribution and thermal effects in corner-pumped slab lasers[J]. *Optics & Lasers Engineering*, 2007, **45**(1): 43~48
3 Song Xiaolu, Li Bingbin, Guo Zhen *et al.*. Influences of pump beam distribution on thermal lensing spherical aberration in a LD end-pumped Nd:YAG laser[J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(24): 4779~4783
4 Yang Huomu, Feng Guoying, Zhou Shouhuan. Thermal effects in high-power Nd:YAG disk-type solid state laser[J]. *Optics & Laser Technology*, 2011, **43**(6): 1006~1015
5 Liu Quanxi, Zhong Ming. Analysis on thermal effect of laser-diode array end pumped composite rod laser by finite element method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(12): 8535~8541
刘全喜, 钟 鸣. 激光二极管阵列端面抽运复合棒状激光器热效应的有限元分析[J]. *物理学报*, 2010, **59**(12): 8535~8541
6 Shao Jie, Li Xiaoli, Feng Yutong *et al.*. LD-end-pumped Nd:YVO₄ slab laser and its thermal effects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 497~501
邵 杰, 李小莉, 冯宇彤 等. 激光二极管端面抽运 Nd:YVO₄ 板条激光器及其热效应[J]. *光学学报*, 2008, **28**(3): 497~501
7 Wang Chao, Tang Xiaojun, Xu Liujing *et al.*. Investigation on thermal effect of high power slab laser with 11 kW[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(11): 2807~2809
王 超, 唐晓军, 徐彦婧 等. 输出功率 11 kW 的高功率固体板条激光器介质热分析[J]. *中国激光*, 2010, **37**(11): 2807~2809
8 Li Jianhua, Wen Qiang, Huang Chunxia *et al.*. Thermal effect of LD end-pumped laser crystal rods based on convective heat-transfer about side surface[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(7):

- 1754~1758
李健滑, 文 强, 黄春霞 等. 基于边界对流传热的 LD 端面抽运圆柱形晶体的热效应[J]. 中国激光, 2009, **36**(7): 1754~1758
- 9 Liu Haiqiang, Guo Zhen, Wang Shiyu *et al.*. Research on thermal contact conductance between crystal rod and heat sink in LD end-pumped solid-state laser[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(1): 041212
刘海强, 过 振, 王石语 等. 二极管端面抽运固体激光器晶体棒与热沉接触热导研究[J]. 物理学报, 2011, **60**(1): 041212
- 10 Liu Haiqiang, Guo Zhen, Wang Shiyu *et al.*. Research on thermal contact conductance using multi-piece heat sink to hold crystal and dissipate heat in solid-state laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(5): 0502006
刘海强, 过 振, 王石语 等. 固体激光器中多块热沉夹持晶体散热时接触热导研究[J]. 中国激光, 2011, **38**(5): 0502006
- 11 Ying Ji, Jia Yu, Chen Zichen *et al.*. Theoretical and experimental research on the contact thermal resistance between real surface [J]. *J. Zhejiang University (Natural Science)*, 1997, **31**(1): 104~109
应 济, 贾 昱, 陈子辰 等. 粗糙表面接触热阻的理论和实验研究[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 1997, **31**(1): 104~109
- 12 Zhang Weibin. *Equations of Mathematical Physics*[M]. Beijing: TsingHua University Press, 2007. 276~277
张渭滨. 数学物理方程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007. 276~277
- 13 Zhang Chengbin, Chen Yongping, Shi Mingheng *et al.*. Fractal characteristics of surface roughness and its effect on laminar flow in microchannels [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(10): 7050~7056
张程宾, 陈永平, 施明恒 等. 表面粗糙度的分形特征及其对微通道内层流流动的影响[J]. 物理学报, 2009, **58**(10): 7050~7056
- 14 Pang Qilong, Chen Mingjun, Wang Jinghe *et al.*. Fractal analysis on topography of KDP surfaces by single point diamond tools method[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2007, **19**(9): 1487~1491
庞启龙, 陈明君, 王景贺 等. KDP 晶体单点金刚石车削表面形貌分形分析[J]. 强激光与粒子束, 2007, **19**(9): 1487~1491

栏目编辑: 宋梅梅