

三维测量中一种新的自适应窗口傅里叶相位提取法

王辰星 达飞鹏

(东南大学自动化学院, 江苏 南京 210096)

摘要 针对多尺度窗口傅里叶变换中,窗口尺寸的自适应选取及提取基频时的频谱混叠等问题,提出基于希尔伯特-黄变换(HHT)的自适应窗口傅里叶相位提取法。对变形条纹信号进行 HHT 后,通过谱分析,自适应确定能够准确描述条纹信号变化情况的瞬时频率及条纹图的背景分量。根据所得的瞬时频率,给出自适应定位条纹信号局部平稳区域的步骤,进而确定窗口尺寸。不需额外计算,可有效去除背景分量以减少基频提取过程中零频频谱的干扰。与现有的用最大脊法确定窗口尺寸的方法相比,本方法不受被测相位必须线性逼近且变化缓慢的前提约束。实验证明本方法有效、可行,且对测量携带陡峭边缘或面形复杂的物体也能进行较为精确有效的测量。

关键词 测量;相位提取;希尔伯特-黄变换;自适应窗口傅里叶变换

中图分类号 TP391.4 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0612005

A Novel Adaptive Windowed Fourier Transform for Phase Retrieval in 3D Shape Measurement

Wang Chenxing Da Feipeng

(School of Automation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract Method of adaptive windowed Fourier transform based on Hilbert-Huang transform (HHT) is presented to address the issue of adaptive selection of window size and spectrum aliasing in multiscale windowed Fourier transform for phase retrieval of fringe pattern. Spectrum obtained by HHT is analyzed to adaptively determine the background and instantaneous frequencies which can describe the change of signals in detail for fringe pattern. By using the presented steps, local stationary regions are located adaptively according to instantaneous frequencies, and then scale factors of window function are got. Before performing adaptive windowed Fourier transform, the background which has been determined is eliminated from fringe pattern to avoid spectrum aliasing caused by expansion of zero-spectrum especially without extra computation. Compared with the method such as the ridge of wavelet transform or the ridge of S transform, the presented method is not limited by hypothesis of linear approximation and changing slowly for measured phase. Experiments illustrate the effectiveness and feasibility of this method which is accurate and robust even for measurement of object which carries with steep edge or complex surface.

Key words measurement; phase retrieval; Hilbert-Huang transform; adaptive windowed Fourier transform

OCIS codes 120.5050; 70.2615; 100.2650; 110.1085

1 引 言

在物体的三维形貌测量中,基于时间域和变换域的处理方法是两个主要的研究方向。基于时间域的相移法^[1]对投影条纹的正弦性要求较高且需要投

射至少三幅以上光栅条纹图,而基于变换域的测量法只需一幅变形条纹图便能得到较高的测量精度,因此得到关注和广泛研究。傅里叶轮廓术^[2]是最早的变换测量法,通过对变形条纹图逐行作傅里叶变

收稿日期: 2011-12-28; 收到修改稿日期: 2012-02-15

基金项目: 国家自然科学基金(51175081,61107001)和江苏省自然科学基金(BK2010058)资助课题。

作者简介: 王辰星(1982—),女,博士研究生,主要从事三维测量及图像处理方面的研究。

E-mail: w.chenxing@gmail.com

导师简介: 达飞鹏(1968—),男,博士,教授,主要从事三维测量、三维人脸识别及模式识别等方面的研究。

E-mail: dafp@seu.edu.cn

换(FT),提取含有被测物体相位信息的基频分量,然后作逆傅里叶变换(IFT)得到全场相位。但由于变形条纹图通常含有很多非平稳成分,导致频谱混叠,使得仅适用于平稳信号的 FT 轮廓术测量结果差强人意。

基于时频分析的变换方法可在保持信号较高频率分辨率的同时兼顾空间分辨率,因此近些年一直是条纹分析或相位恢复领域的研究热点^[3,4]。窗口傅里叶变换(WFT)相比 FT 有所改善,但其窗口尺寸固定不变,对变形程度不同的条纹信号会一直产生相同的时间和频率分辨率^[5]。小波变换轮廓术具有多尺度分析的优点,通过提取连续小波变换最大脊处的相位可实现条纹图的主值相位提取^[6,7],但小波母函数及相关参数的确定对测量结果的影响极大^[8],对此目前还没有成熟的解决办法。多尺度窗口傅里叶变换(MWFT)通过调整窗口尺度因子的大小,可将时间和频率分辨率调和到最佳。Zheng 等^[9]提出先进行小波变换,在小波脊处提取尺度因子,并将该尺度因子代入 WFT,实现自适应 WFT。Zhong 等^[10,11]提出将小波脊处的尺度因子取倒数作为条纹信号的瞬时频率,用瞬时频率控制 MWFT 的窗口尺度。近期,基于最大脊法的 S 变换轮廓术^[12]及由其求得的频率来引导 MWFT^[13]被提出来对非平稳的变形条纹图进行分析从而提取相位,其方法与基于小波变换的相关方法近似,一定程度上可实现局部相位测量,但基于最大脊的变换方法成立的前提是假设被测相位的泰勒级数一阶以上系数为 0,即被测相位必须近似于一阶线性描述且变换缓慢,否则测量的瞬时频率会被主观平滑化导致测量的相位出现较大误差。

本文提出一种新的基于希尔伯特-黄变换(HHT)的自适应 WFT 测量法。首先借助 HHT 分析采集到的变形条纹图,自适应确定能够准确描述条纹信号变化的瞬时频率,并确定条纹信号的背景分量。在进行 WFT 前将背景分量从原条纹信号去除,可避免零频分量带来较大的干扰。然后,给出一系列简单的步骤用所得的瞬时频率自适应定位条纹信号的局部平稳区域,从而计算高斯窗口的尺度因子。在每个局部平稳区域内,用相应尺度的 WFT 对去除背景的信号进行逐点处理,最终可解得条纹信号的主值相位分布。实验结果表明本方法稳健性较高,自适应性良好,对面积复杂或轮廓边缘陡峭的物体测量精度有较大提高。

2 基于 HHT 的条纹分析

2.1 HHT 理论

HHT^[14,15]是一种完全由数据驱动、不需要事先确定基函数的时频分析技术,该方法不受海森堡不确定原理^[11]的约束,通常包括经验模态分解(EMD)和希尔伯特变换两个处理过程。

受物体高度调制的变形条纹不再是周期平稳信号,它包含了许多时变频率,是一个多分量信号。采用 EMD^[14,16]可将变形条纹信号分解为多个本征模函数(IMF)

$$s(t) = \sum_{n=1}^N c_n(t) + r(t), \quad (1)$$

式中 $s(t)$ 为一维信号, n 为 IMF 的序数, N 为 IMF 的总数, $c_1(t), c_2(t), \dots, c_N(t)$ 为按频率从高到低依次排列的 IMF 分量, $r(t)$ 为最终的剩余分量,表征原信号的整体趋势。

经过分解的每个 IMF 都是单分量信号,对第 n 个 IMF 进行希尔伯特变换,可构造解析函数

$$c'_n(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_n(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad (2)$$

式中 P 为柯西主值。进而可得幅值函数 $\lambda_n(t) = \sqrt{c_n^2(t) + [c'_n(t)]^2}$ 以及相位函数 $\varphi_n(t) = \arctan[c'_n(t)/c_n(t)]$ 。对相位求导,可得瞬时频率

$$f_n(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad (3)$$

且原信号可写为

$$s(t) = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^N \lambda_n(t) \exp[j2\pi \int f_n(t) dt], \quad (4)$$

这里暂不考虑剩余分量 r 。(4)式也被称为希尔伯特谱,它描述了信号的时间-频率-幅值三维坐标关系。将任一时刻希尔伯特谱的全部幅值叠加,便可得到相应每个 IMF 分量的边际谱

$$h(f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f_n, t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\lambda_n(t) \exp[j2\pi \int f_n(t) dt]| dt, \quad (5)$$

式中 $H(f_n, t)$ 为一个 IMF 的希尔伯特谱。边际谱反映了一种频率在信号中真实存在的概率,边际谱的幅值越大,说明信号中含有相应频率的概率越大。

2.2 确定条纹图的瞬时频率和背景分量

一行变形条纹信号通常可描述为

$$I(x) = A(x) + B(x) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x)] + \eta(x), \quad (6)$$

式中 $A(x)$ 为背景分量, $B(x)$ 为物体表面反射率, f_0 为基频, $\phi(x)$ 表示受物体高度调制的相位信息, $\eta(x)$ 为随机噪声。理想情况下, 原信号经过分解后, 应该产生三个独立的分量, 分别对应(6)式的背景分量、基频分量和噪声分量。但由于 EMD 存在模式混叠问题^[14], 信号 $I(x)$ 会分解为

$$I(x) = \sum_{n=1}^{n_1-1} c_n(x) + \sum_{n=n_1}^{n_2-1} c_n(x) + \left[\sum_{n=n_2}^N c_n(x) + r(x) \right], \quad (7)$$

其中(7)式等号右边第一项为高频噪声项的组合, 第二项为基频分量组合, 最后一项为背景分量组合。由于每个 c_n 均可求得相应的瞬时频率, 故原信号在一个时刻会有 N 个瞬时频率, 因此需要确定最能准确描述条纹变形情况的瞬时频率。在(7)式基频分量组合的若干 IMF 中, 只有一个含有用基频分量最多的 IMF, 它基本可以表征一整行条纹的局部变形情况, 只需要求出这个 IMF, 其瞬时频率即可认为是能描述该行条纹变形情况的瞬时频率。由于边际谱可描述信号某个频率出现的概率, 故含基频分量最多的 IMF 判断准则可表示为

$$K = \min\{\delta(n)\} = \min\{|f_{n_{\max}}^h - f_0|\}, \quad (1 \leq n \leq N) \quad (8)$$

式中 $f_{n_{\max}}^h$ 为第 n 个 IMF 的边际谱最大值 h_{\max} 所对应的频率值, $\delta(n)$ 为该 IMF 中出现概率最高的频率值与基频的距离, $\min\{\}$ 为取 $\delta(n)$ 最小值所对应序数的算子。极少数情况下, 若 K 中含有两个或以上的值, 可求这些 K 对应的 IMF 边际谱的幅值最大值, 从而最终确定唯一的 K 值。

以一维信号 $x(t)$ 为例, 假定其表达式为

$$x(t) = 0.5 + 0.25\cos[2\pi \times 0.05t + \phi(t)] + \eta(t), \quad (0 \leq t \leq 1020) \quad (9)$$

式中 $\phi(t)$ 为调制相位, $\eta(t)$ 表示幅值为 $0 \sim 0.08$ 的随机噪声。如图 1(a)所示为该条纹信号, 对其进行 EMD 分解, 得到图 1(b)所示的分解结果, 其中 $c_1 \sim c_7$ 为频率由高到低排列的 IMF, r 为剩余分量。直观地看, c_1 为噪声项, 可判断 c_3 为含基频成分最多的 IMF。由于不同程度的模式混叠现象, 即本应出现在 c_3 中 $250 \sim 400, 600 \sim 720$ 及 $730 \sim 830$ 位置处的基频分量却分别出现在 c_2 和 c_4 的相应位置处, 故接下来的低频 IMF 也有不同程度的混叠。这种模式混叠现象是由不同尺度分量的极值点不连续从而导致形成的包络线为不同尺度分量的混合体而引起, 因此模式混叠出现的位置也通常反映了不同尺度分量发生变化的位置。如图 1(b)中所示, 在 $250 \sim 400$ 和 $600 \sim 720$ 位置处分别为图 1(a)中原信号频率变大位置处, $300 \sim 500$ 为频率急剧变小位置处。根据 EMD 良好的完备性^[14], 即一个局部分量出现在一个 IMF 中就不会出现在另一个 IMF 中, 因此即使各 IMF 之间存在模式混叠, 仍然不影响根据其中的一个 IMF 所反映的局部信号变化来定位该行条纹信号的局部平稳区域。图 1(c)和图 1(d)分别为每个 IMF 相应的瞬时频率及边际谱, 表 1 为每个边际谱的最大值所对应的频率值。根据(8)式, 表 1 中 $f_{3_{\max}}^h$ 距基频 0.05 最近, 因此断定 $K=3$, 则 c_3 为含基频分量最多的 IMF, 这与直观观察的结果是一致的, 故图 1(c)中 f_3 被确定为能够准确描述条纹形变的瞬时频率, 用于定位条纹的局部平稳区域。

表 1 各本征模函数边际谱的最大值所对应的瞬时频率值

Table 1 Instantaneous frequency at the maximum marginal spectrum for each IMF

n	1	2	3	4	5	6	7
$f_{n_{\max}}^h$	0.3606	0.0610	0.0421	0.0344	0.0131	0.0069	0.0031

投影条纹图的背景分量在频域空间为零频频谱分量, 理想情况下, (7)式中的剩余分量 $r(x)$ 可认为是背景分量。但实际测量中, 模式混叠问题的出现会导致某些低频 IMF 实质上是由强度接近于 0 的虚假分量和背景分量组成, 通常这些 IMF 几乎不含主要分量。文献[16]证明 EMD 去除背景分量效果良好, 但没有明确给定确定背景分量组合的方法。一般情况下, 在确定了含基频分量最多的 IMF (假定对应第 K 个 IMF) 之后, 从第 $K+1$ 个 IMF 往低频方向, 每个 IMF 分量的瞬时频率均值应该越来越小且逐渐趋于 0。但是, 由于低频 IMF 中虚假分量

的存在, 这些虚假分量强度趋于 0, 使得其相应的瞬时频率求解过程中成为虚假的极大值。因此, 这种虚假分量在对应的 IMF 中多到一定程度, 则该 IMF 的瞬时频率均值反而变大, 故此时可认为该 IMF 及接下来的 IMF 中几乎不含主要成分且主要由背景分量和强度趋于 0 的分量组成。因此, (7)式的 n_2 可表示为

$$n_2 = \min\{\text{mean}(f_n)\} + 1, \quad n_2 \in (K+1, \dots, N) \quad (10)$$

式中 $\text{mean}(\)$ 为求均值算子。根据(7)式, 从第 n_2 个 IMF 到 $r(x)$ 可被确定为背景分量组合。若条纹

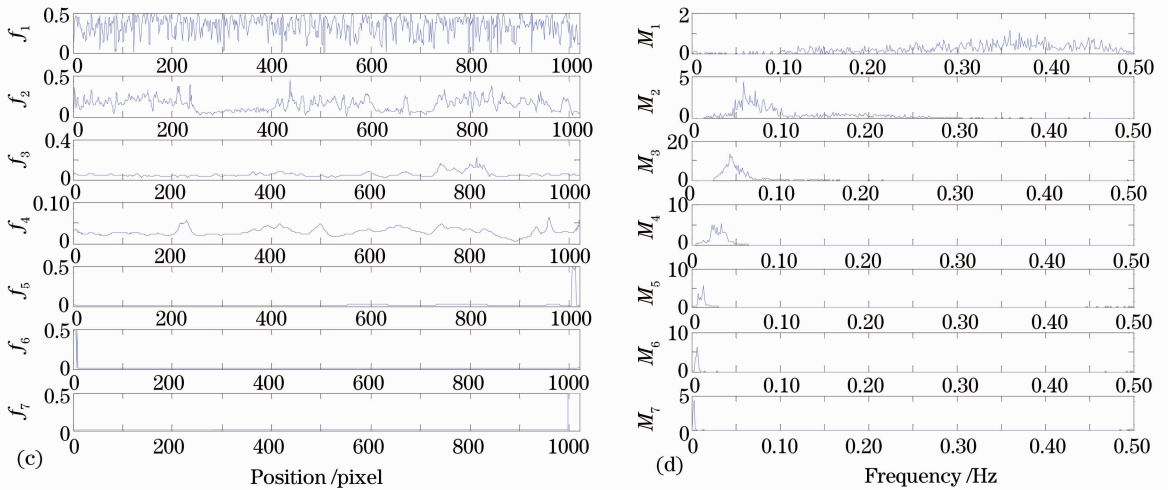
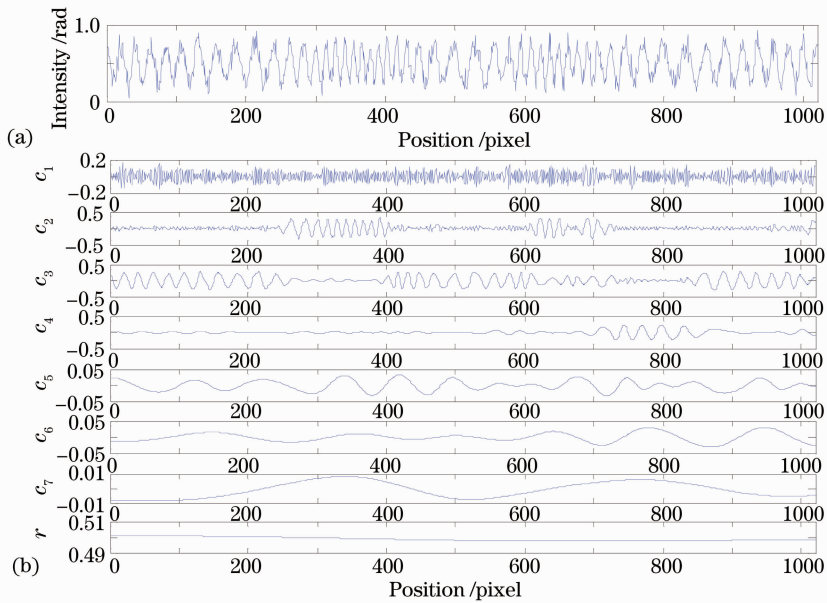


图 1 (a)信号 $x(t)$; (b) EMD 分解结果; (c) 各 IMF 的瞬时频率, (d) 各 IMF 的边际谱

Fig. 1 (a) Signals $x(t)$; (b) result of EMD; (c) instantaneous frequencies; (d) marginal spectra for each IMF

图质量较好,不存在模式混叠问题,则背景分量组合即是剩余分量 $r(x)$ 本身。

在图 1(c) 的 f_1 、 f_5 、 f_6 和 f_7 中分别有不同程度的瞬时频率虚假极大值存在。表 2 为 $c_1 \sim c_4$ 每个

IMF 相应的瞬时频率均值,可见 f_7^{mean} 突然变大,根据(10)式可知 $n_2=7$,故图 1(b) 中 c_7 和 r 被确定为背景分量组合。图 2 为图 1(a) 所示信号 $x(t)$ 及其去除背景分量后的结果。

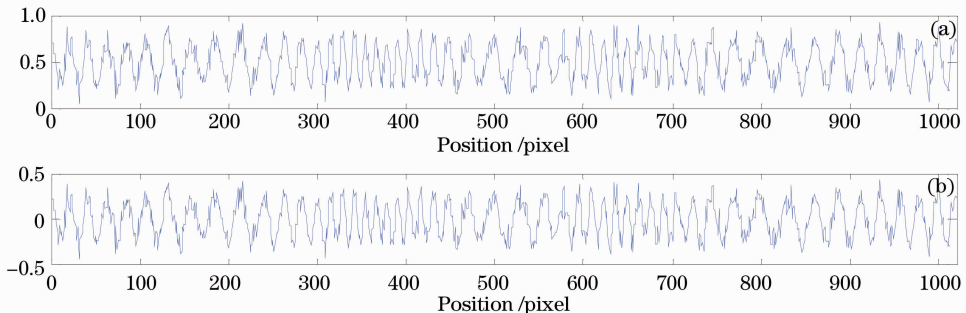


图 2 (a)信号 $x(t)$; (b) 用本文方法去除背景分量后的结果

Fig. 2 (a) Original signals $x(t)$; (b) result obtained with background components eliminated from $x(t)$

表2 图1(c)中 $f_4 \sim f_7$ 的均值
Table 2 Mean values for $f_4 \sim f_7$ in Fig. 1(c)

n	4	5	6	7
f_n^{mean}	0.0283	0.0175	0.0088	0.0132

3 基于 HHT 的自适应窗口傅里叶相位提取法

3.1 MWFT 原理

MWFT^[10,11] 通过调整窗口的尺度从而对变形光栅条纹进行局部分析。根据信号的变化情况来调整窗宽从而使空间-频率分辨率同时达到最佳,可避免不同级次条纹的高频频谱与低频频谱相互影响。对一维条纹信号 $I(x)$ 进行 MWFT 的表达式为

$$F_{\text{MWFT}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [I(x)g_a^b(x)\exp(-j\omega x)]dx, \quad (11)$$

式中 $g_a^b(x)$ 为窗函数,常取在时频域都有较好统计特性的高斯窗函数

$$g_a^b(x) = \frac{1}{a}g\left(\frac{x-b}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-b}{a}\right)^2\right], \quad (12)$$

平移因子 b 为一个窗口的中心, a 为控制该窗口大小的尺度因子。伴随着 b 的逐点推进,窗口宽度会随着 a 的变化而调节。 b 遍历一行信号后,由于高斯窗函数具有如下统计特征:

$$g_a^b(x) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} g\left(\frac{x-b}{a}\right) dx = 1, \quad (13)$$

则

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{\text{MWFT}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [I(x)\exp(-j\omega x) \times \int_{-\infty}^{\infty} g_a(x-b)db]dx = F(\omega), \quad (14)$$

该式表明将一行信号所有窗口的频谱累加,得到的频谱与直接用 FT 处理所得的频谱基本相等。其中的窗口尺度因子 a 与信号的局部平稳区域紧密相关,局部平稳区域确定的准确与否,直接影响着窗口大小,最终影响到相位提取精度。

3.2 局部平稳区域的自适应确定

对于一段区域内的信号来说,能够进行 FT 且能够提取基频频谱分量的条件为^[17]

$$\begin{cases} f_0 + \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{\max} < nf_0 + \frac{n}{2\pi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{\min} \\ f_b < f_0 + \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{\min} \end{cases}, \quad (15)$$

其中第 n 级频谱的瞬时频率为 $f_n(x) = nf_0 + \frac{n}{2\pi} \cdot$

$\frac{\partial\phi(x)}{\partial x}$, f_b 为零频频谱分量的最大瞬时频率。若不考虑零频频谱的影响,(15)式可简化为

$$[f_1(x)]_{\max} < [f_2(x)]_{\min},$$

即

$$[f(x)]_{\max} - 2[f(x)]_{\min} < 0, \quad (16)$$

式中 $f(x)$ 为信号的瞬时频率。在任意位置 x 处的一段区域 $[x - \Delta x, x + \Delta x]$ 内,信号的瞬时频率若满足(16)式,其傅里叶谱的基频频谱与其他级次的频谱可有效分离,则这段区域可认为是局部平稳区域^[11]。针对如何自适应且高效地确定 Δx 的问题,给出确定局部平稳区域的步骤:

1) 对长度为 l 的一行条纹信号的瞬时频率向量 $f(x)$ 求转置向量 $f^T(x)$;

2) 令 $f^T(x)$ 中的每个元素分别减去整个 $2 \times [f(1), f(2), \dots, f(l)]$ 向量,即: $f^T(1) - 2 \times [f(1), f(2), \dots, f(l)], f^T(2) - 2 \times [f(1), f(2), \dots, f(l)], \dots, f^T(l) - 2 \times [f(1), f(2), \dots, f(l)]$,从而得到 $l \times l$ 的方阵 $F(x, x)$ 。令矩阵内所有负值为 0,并找到矩阵中全部元素为 0 的对角线;

3) 从所选定的全 0 对角线第一个元素开始,沿对角线的方向确定以该对角线元素为对角线且全部元素为 0 的最大子方阵,所确定子方阵最后一个元素在原正方形矩阵中的坐标记为 (p_1, p_1) 。从 $F(x, x)$ 中全 0 对角线第 $p_1 + 1$ 个元素开始,同样寻找第二个最大全 0 子方阵,其最后一个元素坐标记为 (p_2, p_2) 。如此

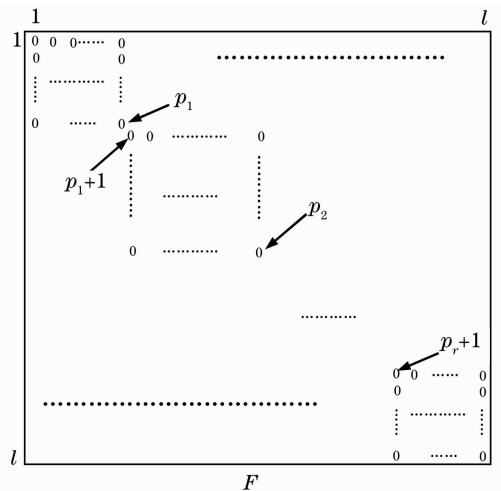


图3 定位局部平稳区域步骤3的示意简图
Fig. 3 Schematic diagram of step 3 for method of locating local stationary regions

往复直到 $F(x, x)$ 中全 0 对角线的最后一个元素, 倒数第二个全 0 子方阵的最后一个元素在 $F(x, x)$ 中的坐标记为 (p_r, p_r) , 如图 3 所示。

最后, 该行条纹信号的局部平稳区域划分坐标为: $(1, p_1), (p_1 + 1, p_2), \dots, (p_r + 1, l)$ 。由于方阵 $F(x, x)$ 中每一个元素为 $f(x) - 2f(x)$, 故方阵中必有一条对角线全为负值, 即步骤 2) 中的全 0 对角线必存在。如果没有全 0 子方阵, 只有一个 0 元素, 则该元素对应的信号即为一个局部平稳区域。若整个方阵全部为 0, 则该行条纹信号为全局平稳, 故后期处理只需直接做 FT 即可。

3.3 基于 HHT 的自适应窗口傅里叶分析

将局部平稳区域长度等于高斯函数半峰全宽 (FWHM)^[11] 处的宽度, 即可计算得到高斯窗的尺度因子。但如果高斯窗过小即信号的空间分辨率过小时, 傅里叶频谱的零频分量会对基频分量产生严重混叠, 因此需要满足确定尺度因子的准则^[11]

$$\begin{cases} a = \frac{L}{4}, & L > \frac{2\sqrt{2}}{\pi f_{\min}^L} \\ a = \frac{1}{\sqrt{2}\pi f_{\min}^L}, & L \leq \frac{2\sqrt{2}}{\pi f_{\min}^L} \end{cases} \quad (17)$$

其中 a 为高斯窗在一段局部平稳区域内的尺度因子, L 为该区域的长度, f_{\min}^L 为该区域内信号瞬时频率的最小值。当局部平稳区域的长度不大于阈值 $2\sqrt{2}/(\pi f_{\min}^L)$ 时, 高斯窗的尺寸会自动调整变大以减少零频谱与基频频谱的混叠。但实际情况中, 物体面形变化剧烈的地方所确定的相应局部平稳区域都较小, 故窗口尺寸也非常小。即使经过 (17) 式的调整后, 仍然难以去除零频谱的严重干扰, 最好的办法是将背景分量去除。在 2.2 节中已经提出确定背景分量的方法, 故在进行 WFT 处理之前, 先将背景分量去除, 然后以每个像素点位于窗函数的中心逐点进行自适应 WFT, 最终将逐点提取的基频频谱分量叠加便可得到较准确的基频频谱。图 4(a) 为该行信号以第 540 pixel 为中心的频谱图, 由于此时像素所在的局部平稳区域长度只有 $L_{\text{sta}}(x) = 29$, 根据 (17) 式判断并调整后的尺度因子为 $a = 10.5586$ 。但图 4(a) 所示的频谱图中, 零频谱与基频频谱仍然存在较严重的混叠以至于很难提取出基频频谱成分。图 4(b) 的频谱图为去除所确定背景分量后的结果, 很明显频谱混叠被大大减少。

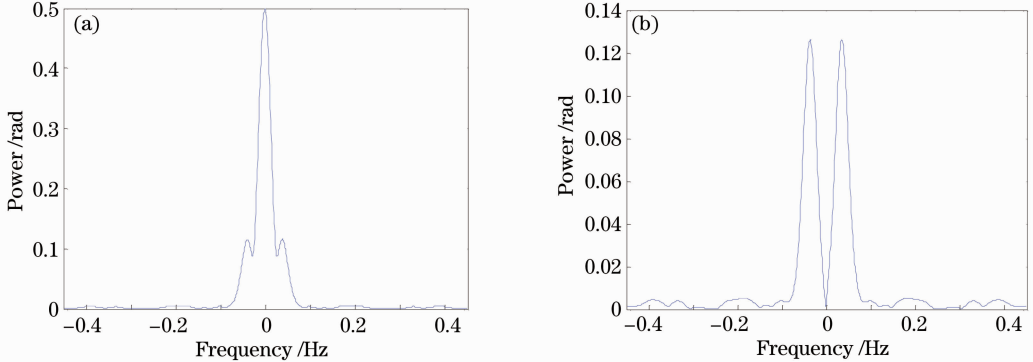


图 4 以第 540 pixel 为中心的局部条纹频谱。(a) 去除背景前; (b) 去除背景后

Fig. 4 Spectra of local fringe center at 540th pixel. (a) Before background is eliminated; (b) after background is eliminated

4 实验结果与分析

4.1 仿真实验

仿真变形条纹图分布函数为

$$I(x, y) = 0.5 + 0.5\cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)] + \eta(x, y), \quad (1 \leq x, y \leq 1020) \quad (18)$$

其中基频 $f_0 = 0.05$, $\eta(x, y)$ 表示最大幅值为 $0 \sim 0.08$ 的随机噪声, $\phi(x, y)$ 为仿真的相位调制函数, 用 Matlab 软件工具箱自带的 peaks 函数生成, 此处取 $5 \times \text{peaks}$, 即

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & 5\{3(1-x)^2 \exp[-x^2 - (y+1)^2] - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) \exp(-x^2 - y^2) - \\ & \frac{1}{3} \exp[-(x+1)^2 - y^2]\}, \end{aligned} \quad (19)$$

图像大小为 $1020 \text{ pixel} \times 1020 \text{ pixel}$ 。事实上,(9)式所示信号即为(18)式中取 $y=500$ 所得,如图 5 中直线所示。

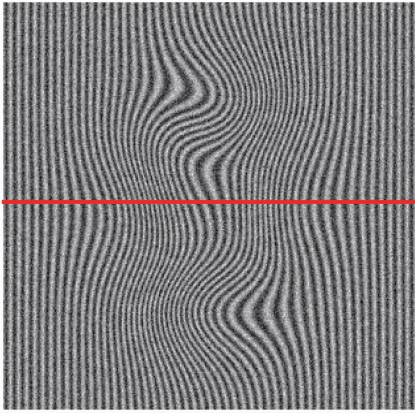


图 5 仿真变形条纹图

Fig. 5 Simulated deformed fringe pattern

仍以第 500 行信号为例,图 6(a)~(d)为用连续小波变换最大脊法(RWT)得到的瞬时频率,根据多次试验得到的最好结果,小波母函数均采用正弦特性较好的复 Morlet 函数,带宽和中心频率分别取 $(1, 0.8)$, $(1, 1.5)$, $(2, 0.8)$, $(2, 1.5)$,图中“*”所在的位置为用本文提出的步骤划分的局部平稳区域。由于 RWT 将瞬时频率过平滑化,因此被划分的局部平稳区域也过于粗略。虽然由于模式混叠问题而导致图 6(e)中用本文方法确定的瞬时频率在物理意义上不明确,但是局部平稳区域的划分结果仍然能够在描述基本相位变化情况的同时也保证了局部相位跳变的细节描述。

图 7(a)为根据 RWT 计算得到的全场尺度因子分布图,图 7(b)为本文提出的方法确定的全场尺度因子分布图,从图中可见其能够较好地描述条纹图的轮廓变形情况。

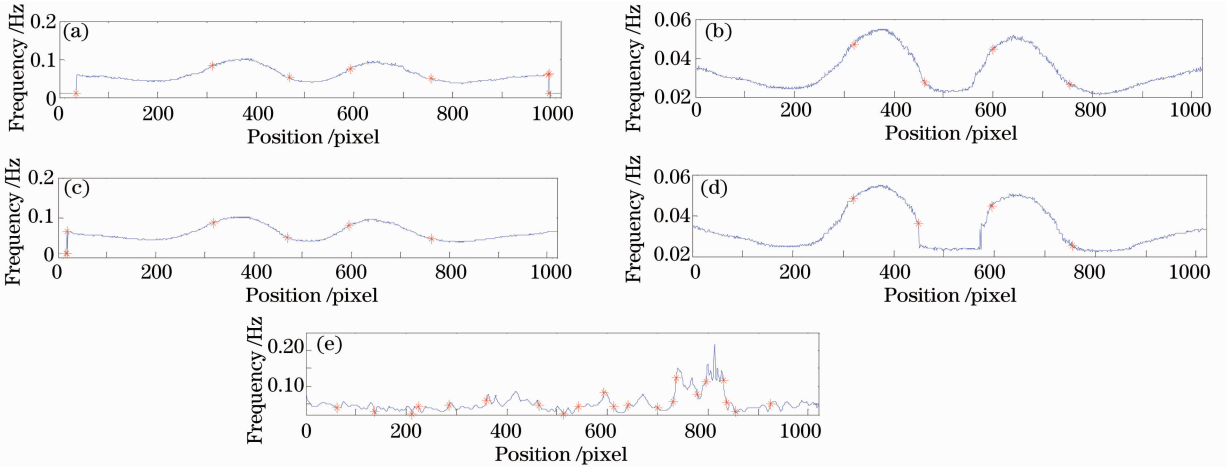


图 6 RWT 和本文方法得到的第 500 行信号的瞬时频率及局部平稳区域的定位。(a)~(d)中复 Morlet 小波母函数带宽和频率分别为: $(1,0.8)$, $(1,1.5)$, $(2,0.8)$, $(2,1.5)$;(e)本课题方法

Fig. 6 Instantaneous frequencies and locating local stationary regions got by RWT with complex morlet function whose bandwidth and wavelet center frequency are: (a) $(1,0.8)$, (b) $(1,1.5)$, (c) $(2,0.8)$, (d) $(2,1.5)$; (e) instantaneous frequencies got by our method

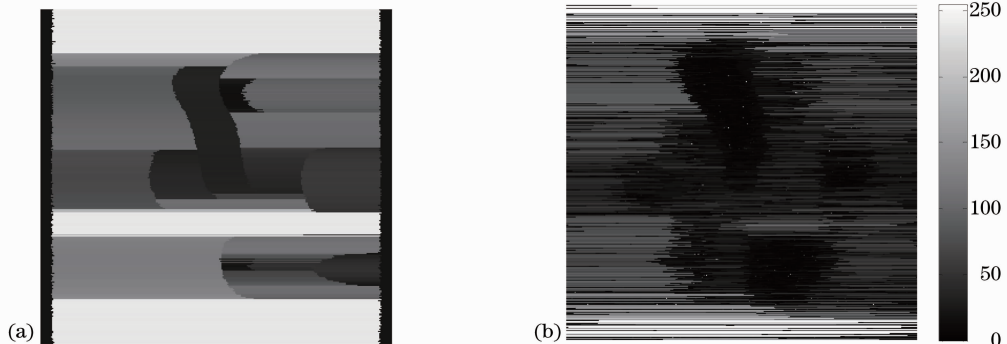


图 7 尺度因子分布图。(a)小波变换法;(b)本课题方法

Fig. 7 Map of scale factors got by using RWT (a), our method (b)

分别用 FT、RWT、用 RWT 求得瞬时频率引导多尺度窗口傅里叶变换(WT-MWFT)及本文方法求得主值相位,其中小波变换仍选用复 Morlet 小波,参数为(1,0.8),另外三种方法选用统一的滤波器。将所得的包裹在 $(-\pi, \pi)$ 的主值相位统一用质

量图法^[18]进行展开,最后恢复的 3D 相位分布图如图 8 所示。为了更好地进行对比,将仿真的标准相位值与实验得到的相位值相减得到误差值。图 9 为这四种方法的误差分布图,具体统计结果如表 3 所示,其中 γ_{err} 为最大绝对误差, μ_{err} 为均值误差,

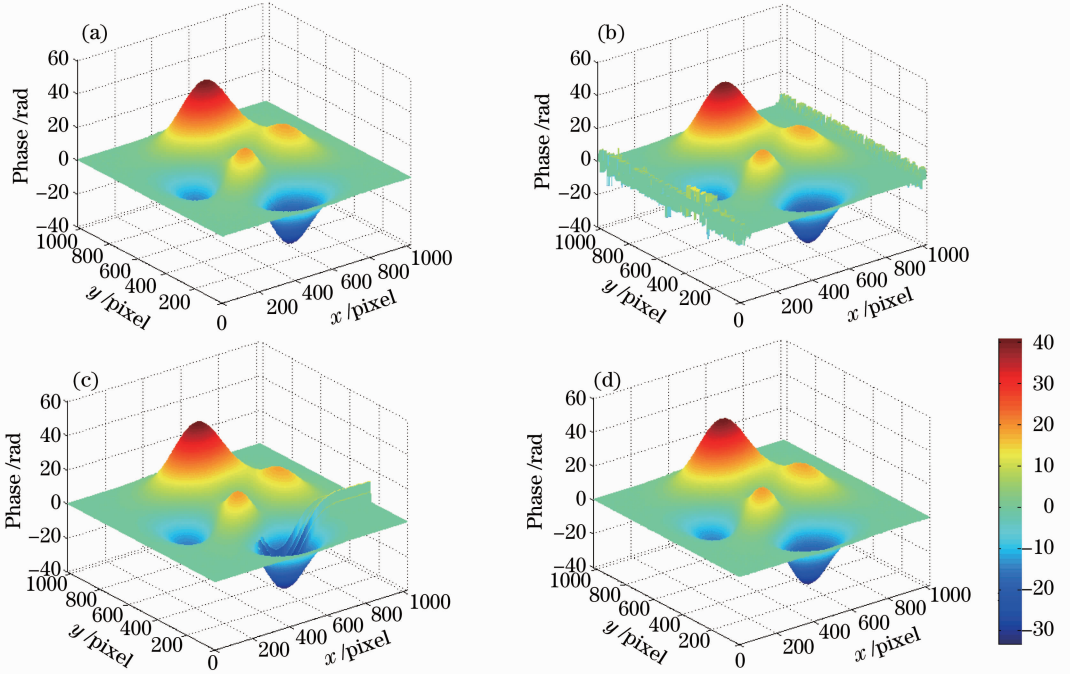


图 8 用四种方法求得的 3D 相位分布图。(a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d) 本课题方法
Fig. 8 3D phase retrieved by four methods. (a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d) our method

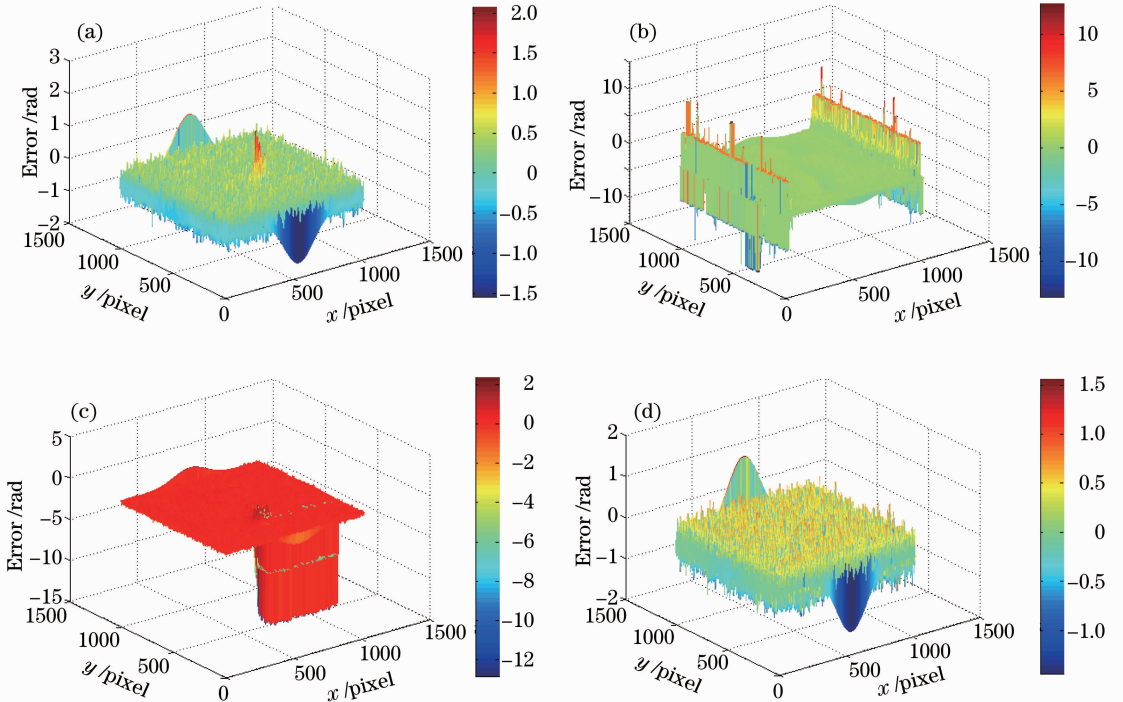


图 9 误差分布图。(a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d) 本课题方法
Fig. 9 Maps of error distribution. (a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d) our method

σ_{err} 为均方差。由于主值相位局部质量不高,导致在相位展开过程中出现不同程度的毛刺和错误传递现象,如图 8(b)和(c)所示,可知统计误差较大。图 8(a)和(d)恢复效果较好,总体来说误差都较小。但如图 9(a)所示,局部细节处出现相对较大的误差,而相比之下本课题方法精度较高。

表 3 四种方法的统计误差

Table 3 Statistical errors by the four methods

Method	γ_{err}	μ_{err}	σ_{err}
FT	2.1314	-0.0007	0.2080
RWT	13.0942	-0.0344	1.1438
WT-MWFT	-12.8349	-0.0539	0.6530
Our method	1.5917	-0.0006	0.2064

4.2 实物实验

为了验证本文方法对具有剧烈高度跳变物体的测量能力,选择具有直立陡峭边缘的塑料泡沫垫板作为测量对象,如图 10(a)所示。将基频为 0.05 的

正弦条纹投影到物体表面,得到如图 10(b)所示的变形条纹图,大小为 480 pixel \times 490 pixel。任取一行,如选取图 10(b)直线所示的第 170 行。

图 11 为采用四种方法所求的主值相位。为方便显示,归一化区间为[0,1],可见,即使在空洞内的阴影区域本文所方法求得的主值相位物体轮廓感较明显。同样用洪水法将这些主值相位展开,得到图 12 所示的解调相位。用洪水法进行相位展开时,在测量的局部主值相位精度较低处,展开的绝对相位会产生由于误差传递引起的拉线现象。由图中可见,FT 和 RWT 求得的解调相位拉线现象严重,基于 WT-MWFT 方法求得的主值相位在高度陡峭跳变的边缘处也会产生精度较低的相位值,而用本文方法体现了较好的稳健性,整体质量较高。但在速度上,本文方法次于 FT,与另两种方法持平,这是仍需改进的地方。

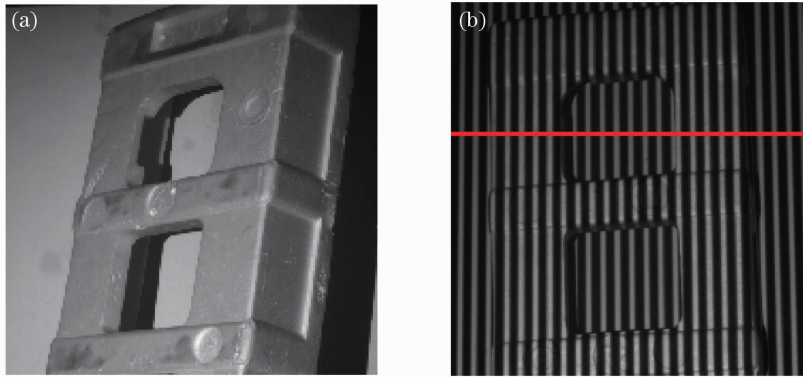


图 10 (a)被测物体;(b)变形条纹图

Fig. 10 (a) Measured object; (b) deformed fringe pattern

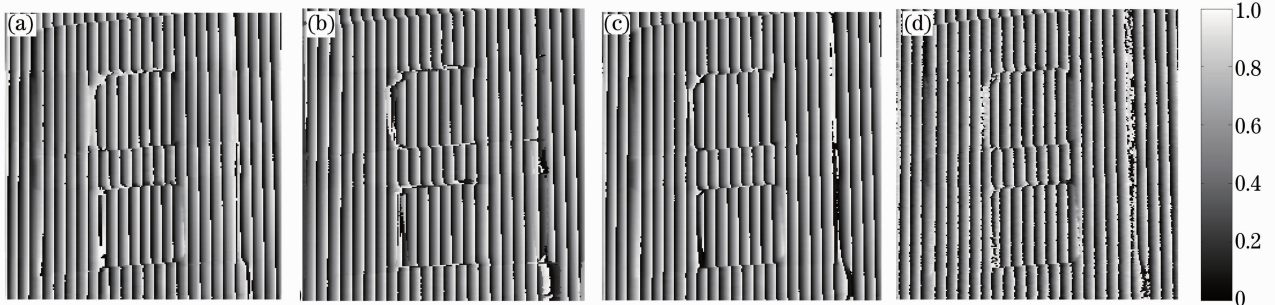


图 11 四种方法求取的相位主值。(a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d)本课题方法

Fig. 11 Principal values of wrapped phase got by (a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d) our method

5 结 论

提出一种基于 HHT 的自适应 WFT 用来提取条纹图像的相位主值。通过对条纹图进行 HHT 的

谱分析确定了能够描述条纹图相位变化的瞬时频率。根据所确定的瞬时频率,给出了简单且自适应的步骤以确定局部平稳区域,从而进一步确定窗函

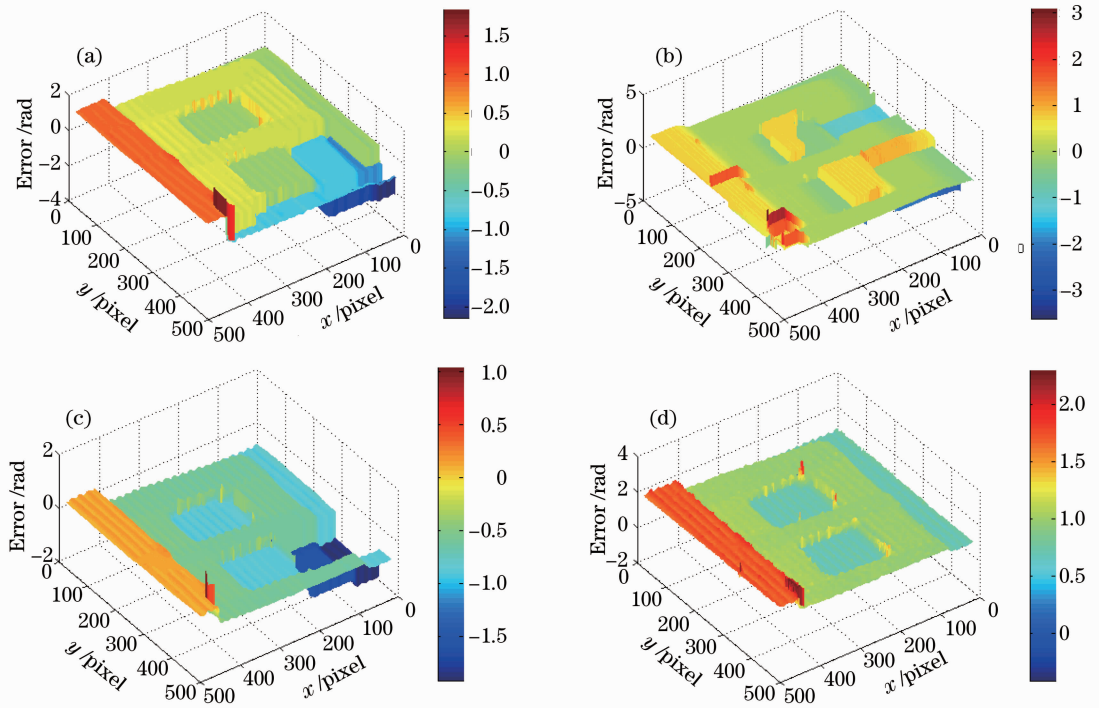


图 12 四种方法求取的解调相位。(a) FT; (b) RWT; (c) WT-MWFT; (d)本课题方法

Fig. 12 Retrieved phase got by (a) FT, (b) RWT, (c) WT-MWFT and (d) our method

数的尺度因子。该方法能够对局部相位的变化细节进行检测,避免了最大脊处理方法所求瞬时频率被平滑化从而无法检测细节相位的问题。同时,不需要额外计算便可去除条纹图的背景分量,在进行 WFT 处理尤其是窗口尺寸较小时可有效减少零频频谱的干扰。无论 EMD 分解是否存在模式混叠问题,方法都切实有效,通过仿真和实物实验验证了本方法具有良好的稳健性和自适应性,且对复杂面形或边缘陡峭的物体也能进行较好的测量。

参 考 文 献

- 1 S. Zhang, D. V. D. Weide, J. Oliver. Superfast phase-shifting method for 3-D shape measurement [J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(9): 9684~9689
- 2 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 3 Xiong Liudong, Jia Shuhai, Du Yanfen. A novel algorithm for phase retrieval from a single carrier frequency fringe pattern [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 123~126
熊六东, 贾书海, 杜艳芬. 单幅载频条纹图的相位恢复新算法 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 123~126
- 4 Zou Haihua, Zhao Hong, Zhou Xiang. Triple-frequency color-encoded fringe projection profilometry based on empirical mode decomposition [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(8): 0812009
邹海华, 赵宏, 周翔. 基于经验模式分解的三频彩色条纹投影轮廓术 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 0812009
- 5 K. Qian. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(13): 2695~2702
- 6 J. Zhong. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(19): 2560~2562
- 7 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier-fringe patterns [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(4): 454~459
翁嘉文, 钟金刚. 小波变换在载频条纹相位分析中的应用研究 [J]. *光学学报*, 2005, **25**(4): 454~459
- 8 S. Fernandez, M. A. Gdeisat, J. Salvi. Young. Automatic window size selection in windowed Fourier transform for 3D reconstruction using adapted mother wavelets [J]. *Opt. Commun.*, 2011, **284**(12): 2797~2807
- 9 S. Zheng, W. Chen, X. Su. Adaptive windowed Fourier transform in 3-D shape measurement [J]. *Opt. Engng.*, 2006, **45**(6): 063601
- 10 J. Zhong, H. Zeng. Multiscale windowed Fourier transform for phase extraction of fringe patterns [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(14): 2670~2675
- 11 J. Zhong, J. Weng. Generalized Fourier analysis for phase retrieval of fringe pattern [J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(26): 26806~26820
- 12 M. Jiang, W. Chen, Z. Zheng. Research of phase demodulation technique based on S-transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412001
蒋模华, 陈文静, 郑志平. 基于 S 变换的解相技术研究 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0412001
- 13 Zheng Suzhan. Phase extraction on S-transform guiding windowed Fourier transform [J]. *Optical Technique*, 2011, **37**(2): 217~219
郑素珍. S 变换引导的窗口傅里叶变换相位提取 [J]. *光学技术*, 2011, **37**(2): 217~219
- 14 N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. *J. Proc. London A.*, Great

- Britain, 1998, **454**: 903~995
- 15 S. Equis, P. Jacquot. Phase extraction in dynamic speckle interferometry with empirical mode decomposition and Hilbert transform [J]. *Strain*, 2010, **46**(6): 550~558
- 16 Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu *et al.*. Empirical mode-decomposition method for eliminating extension of zero component in Fourier transform profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 664~669
- 李思坤, 陈文静, 苏显渝 等. 傅里叶变换轮廓术中基于经验模态分解抑制零频的方法 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 664~669
- 17 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 18 S. Zhang, X. Li, S. Yau. Multilevel quality-guided phase unwrapping algorithm for real-time three-dimensional shape reconstruction [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(1): 50~57

栏目编辑: 何卓铭