

# 基于多模态平稳序列建模的雷达高分辨距离像有限样本目标识别方法

王鹏辉 夏双志 潘 勉 张学峰 杜 兰 刘宏伟

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要** 为了解决雷达高分辨距离像识别系统对训练样本需求量过大的问题,提出了一种有限样本条件下的目标识别新方法。分析了距离像频谱幅度的统计特性,从其广义平稳性和多模态分布特性出发,定义一种线性混合高斯状态空间模型对其统计建模,利用期望最大化算法进行了模型参数估计。实验结果表明:即使在很少的训练样本条件下,该方法仍能获得较高的正确识别率和良好的拒判性能。

**关键词** 遥感;模式识别;雷达目标识别;线性混合高斯状态空间模型;高分辨距离像;期望最大化

**中图分类号** TN959.1<sup>+</sup>7 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0528004

## A New Method Based on Multimodal Stationary Sequence Modeling for Radar HRRP Target Recognition under Small Training Set Conditions

Wang Penghui Xia Shuangzhi Pan Mian Zhang Xuefeng Du Lan Liu Hongwei

(National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract** A new recognition method is developed to relax the heavy requirement of training sample size in the radar high resolution range profile (HRRP) target recognition. The statistical characteristics of HRRP's frequency spectrum amplitude (FSA) are analyzed. Then a linear Gaussian mixture state space model (LGMSSM) is proposed to describe the stationarity and multimodality of the FSA. Afterwards, an expectation maximization (EM) algorithm is derived for model parameter estimation. Finally, experimental results based on measured data show that the proposed method can obtain satisfactory recognition accuracy and rejection performance even with a very few training samples.

**Key words** remote sensing; pattern recognition; radar target recognition; linear Gaussian mixture state space model; high resolution range profile; expectation maximization

**OCIS codes** 280.5600; 070.5010; 100.5010

## 1 引 言

雷达目标识别是利用雷达信号获取目标的结构信息,从而对目标的型号做出判断。常用的雷达目标识别方法主要有两类:1)利用雷达对目标进行二维成像,然后使用图像处理的方法进行识别<sup>[1~3]</sup>;2)利用目标的一维高分辨距离像(HRRP)进行识别。HRRP是宽带目标散射点子回波在雷达视线方向

投影的矢量和,它包含了目标的尺寸、散射点分布等重要的重要的结构信息,且易于获取和处理,因此成为研究的热点<sup>[4~11]</sup>。

通常,目标的尺寸远大于宽带雷达信号的波长,回波中的目标信号占据了较多的距离单元,所以目标的 HRRP 具有较高的维度。为了克服传统方法在使用高维的 HRRP 数据进行目标识别时存在的

**收稿日期**: 2012-01-11; **收到修改稿日期**: 2012-02-23

**基金项目**: 国家自然科学基金(60901067, 61001212)、新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0630)、长江学者和创新团队发展计划(IRT0954)、国防预研基金和中央高校基本科研业务费专项资金联合资助课题。

**作者简介**: 王鹏辉(1984—),男,博士研究生,主要从事雷达目标识别方面的研究。

E-mail: wangpenghui@mail.xidian.edu.cn

**导师简介**: 刘宏伟(1971—),男,教授,博士生导师,主要从事自适应信号处理和雷达目标识别等方面的研究。

E-mail: liuhw@xidian.edu.cn

“维数灾难”<sup>[12]</sup>,需要在训练识别系统时提供大量的 HRRP 样本。对于己方合作目标来说,录取大量的训练样本并不困难,然而,对于先进的敌方非合作目标(如隐形战机,高速无人机等),雷达很难持续检测和跟踪,也难以获得足够多的 HRRP 数据。而这类目标的威胁程度最大,是识别的重点。因此,如何能够在保持识别性能的前提下,尽量降低识别系统对训练样本数的需求,是雷达目标识别领域亟需解决的难题。

目前已有不少国内外文献进行相关研究,这些工作大致可以分为两类:1)采用自由度较少的统计模型对 HRRP 建模。文献[4]采用自适应高斯分类器(AGC)模型对 HRRP 建模。文献[5]和文献[6]分别使用 Gamma Mixture 模型和 Gamma-Gaussian Mixture 复合模型对 HRRP 建模。这些模型自由参数少,对训练样本数的需求较小。但它们对 HRRP 的统计特性描述不够全面,识别性能一般。文献[7]使用因子分析(FA)模型对 HRRP 建模,该模型考虑了 HRRP 各距离单元之间的相关性,识别性能有明显提高。但是相比于文献[4~6]中的模型,FA 模型有更多的自由度,它并未从根本上解决识别系统对训练样本数需求过大的问题;2)从 HRRP 中提取低维度的特征。文献[8]通过线性判别分析,将 HRRP 投影到低维特征空间进行识别。文献[9]利用超分辨算法,从 HRRP 中提取强散射中心的反射强度和位置信息作为判别特征。文献[10]估计出 HRRP 的各阶中心矩,并用其构成特征向量。文献[11]利用小波分解,计算 HRRP 的小波熵作为判别特征。第二类方法大大降低了特征维度,减小了识别系统对训练样本数的需求。然而,在降维过程中不可避免地丢失了目标判别信息,使得识别性能受到限制。

针对以上两类方法中存在的问题,本文在分析 HRRP 频谱幅度统计特性的基础上,提出了一种线性混合高斯状态空间模型对其建模。实测数据的实验结果表明该方法能够在有限样本条件下仍保持良好的识别和拒判性能。

## 2 HRRP 频谱幅度统计特性分析

目标的 HRRP 可以表示为

$$\mathbf{x} = \exp(i\varphi)[x_1, x_2, \dots, x_d]^T, \quad (1)$$

式中上标 T 表示转置操作符, $\varphi$  为 HRRP 初相, $x_t$  为第  $t(t=1,2,\dots,d)$  个距离单元的复回波, $d$  为回波中距离单元的个数,亦即 HRRP 的维度。通过

对(1)式作快速傅里叶变换可以得到 HRRP 的频谱幅度

$$\mathbf{z} = |f_{\text{FFT}}(\mathbf{x})| = [z_1, z_2, \dots, z_d]^T, \quad (2)$$

式中  $f_{\text{FFT}}(\cdot)$  表示快速傅里叶变换, $|\cdot|$  为取模操作符,第  $f(f=1,2,\dots,d)$  个频点处的频谱幅度分量为

$$z_f = \left| \sum_{t=1}^d x_t \exp(-i2\pi ft/d) \right|.$$

相比于传统的实 HRRP 特征<sup>[4~7]</sup>,频谱幅度(以下简称频幅)特征具有以下优点:1)平移不变性,即识别过程中不需要平移对齐操作<sup>[7]</sup>,这样既降低了识别系统的复杂度,又避免了对齐算法引入的误差;2)具有时域中不可见的 HRRP 统计特性(如下文中将要介绍的广义平稳性),合理利用这些统计特性作为判别信息,有助于改善识别性能。为了说明不同目标的频幅特征具有可分性,本文给出了三类目标的实测 HRRP 及其相应的频幅(如图 1 所示,数据介绍见本文第 5 部分)。从图中可以明显看出,不同目标的频幅和实 HRRP 一样具有很强的可分性。因此本文采用 HRRP 的频幅特征进行目标识别。

传统的识别方法会将频幅特征视为高维空间中的点,进而对其统计建模或降维<sup>[4~11]</sup>。但是这种做法将使识别系统面临维数灾难或判别信息丢失的问题。为此,本文考虑沿频率维来观察频幅特征,即将各频幅样本视为一维的序列数据,并采用低自由度的序列模型对其建模。通过这种方式间接地实现了降维的目的,避免了维数灾难和信息丢失。为了选取合适的模型描述频幅,下面详细分析频幅的统计特性。

雷达领域常用“广义平稳-不相关散射”模型对宽带目标回波建模<sup>[4,13,14]</sup>,该模型认为目标 HRRP 各距离单元的回波之间统计独立,且服从均值为零的复高斯分布。通过数学推导可知,HRRP 频幅中所有频幅分量的均值相同,且任意两个频幅分量的相关函数只与其频差有关,即频幅是一个广义平稳过程<sup>[13,14]</sup>。不同目标的结构不同,其频幅所服从的平稳过程的统计特性也各不相同,因此,本文使用频幅广义平稳性的差异作为区分不同目标的判别信息。

另外,为了研究各频点处频幅分量的统计分布,本文分别从三类目标的实测数据中随机抽取 500 个连续 HRRP 样本,并画出其频幅分量的统计柱状图(如图 2 所示)。从图中可以清楚地看到,各类目标的频幅分量都服从不同的多模态分布。在模式识别领域常使用混合高斯分布<sup>[15]</sup>来表征频幅分量的上

述分布特点。图 2 中的曲线表示使用混合高斯概率密度函数对频幅分量柱状图的拟合结果，其结果显

示混合高斯概率密度函数能比较准确地描述频幅分量的统计分布。

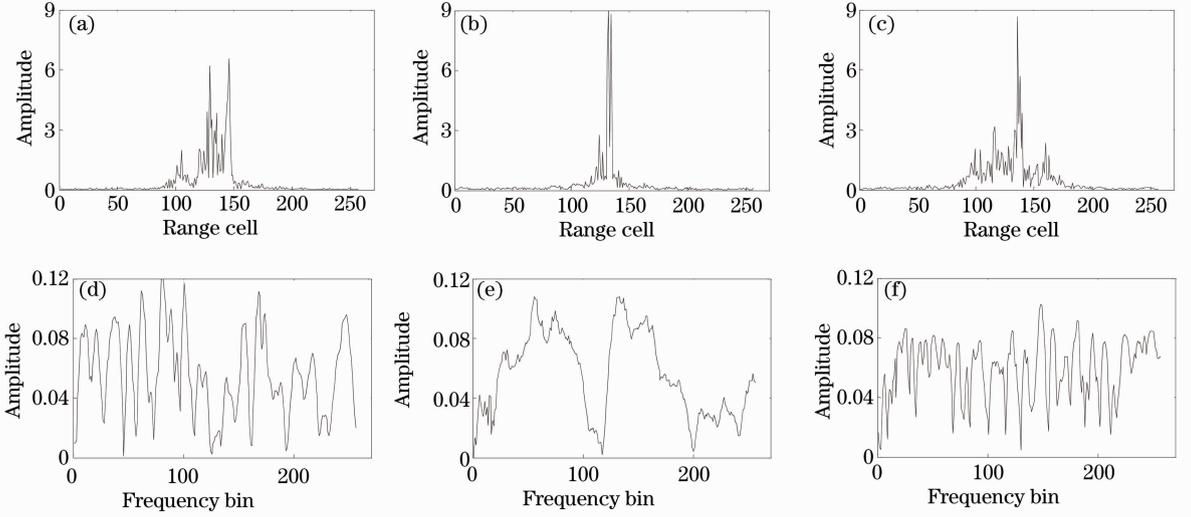


图 1 三类目标的实测 HRRPs(第一行)及其对应的频谱(第二行)幅度。(a)和(d)安-26；(b)和(e)奖状；(c)和(f)雅克-42  
Fig. 1 Amplitudes of HRRPs (first row) and corresponding frequency spectra (second row) from different targets. (a) and (d) An-26; (b) and (e) Cessna; (c) and (f) Yak-42

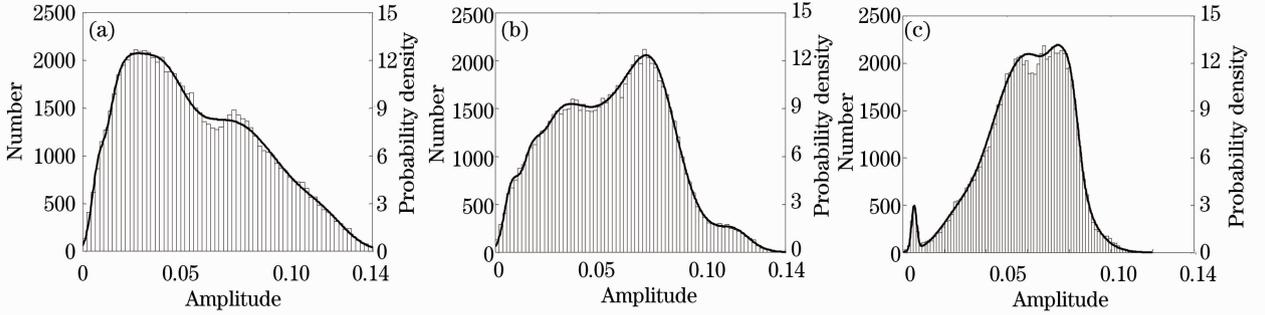


图 2 三类目标幅度的统计柱状图及混合高斯概率密度函数对其拟合结果。(a)安-26；(b)奖状；(c)雅克-42  
Fig. 2 Histograms of frequency spectral amplitudes from three targets and corresponding fitting curves by Gaussian mixture probability density function. (a) An-26; (b) Cessna; (c) Yak-42

### 3 线性混合高斯状态空间模型

#### 3.1 模型介绍

在信号处理和模式识别领域,常使用状态空间模型(SSM)对序列数据建模<sup>[16~20]</sup>。给定 HRRP 的频幅  $\mathbf{z}$ ,SSM 模型由下面的观测方程和状态方程构成:

$$\begin{aligned} z_f &= h(\mathbf{u}_f) + v_f, \\ \mathbf{u}_f &= g(\mathbf{u}_{f-1}) + \mathbf{w}_f, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $z_f (f = 1, 2, \dots, d)$  表示频幅  $\mathbf{z}$  中的第  $f$  个元素,  $h(\cdot)$  是观测函数,  $m \times 1$  维的向量  $\mathbf{u}_f$  是  $z_f$  对应的隐状态 ( $m \ll d$ ),  $v_f$  是观测噪声,  $g(\cdot)$  是状态转移函数,  $m \times 1$  维的向量  $\mathbf{w}_f$  是状态噪声, 且  $\mathbf{w}_f$  与  $v_f$  相互独立, 初始状态  $\mathbf{u}_0 \sim G(\mathbf{u}_0 | \boldsymbol{\mu}_0, \mathbf{R})$ , 其中  $G(\mathbf{u}_0 | \boldsymbol{\mu}_0, \mathbf{R})$

表示  $\mathbf{u}_0$  服从均值为  $\boldsymbol{\mu}_0$ , 协方差阵为  $\mathbf{R}$  的高斯分布。为了准确描述频幅的统计特性, 提出下面一种线性混合高斯状态空间模型(LGMSSM)对其建模:

$$\begin{aligned} z_f &= \mathbf{C}\mathbf{u}_f + v_f, \quad v_f \sim \sum_{j=1}^k \pi_j G(v_f | \mu_j, \sigma_j^2), \\ \pi_j &> 0 (j = 1, 2, \dots, k), \quad \sum_{j=1}^k \pi_j = 1, \end{aligned}$$

$$\mathbf{u}_f = \mathbf{A}\mathbf{u}_{f-1} + \mathbf{w}_f, \quad \mathbf{w}_f \sim G(\mathbf{w}_f | \mathbf{0}, \mathbf{Q}), \quad (4)$$

式中  $1 \times m$  维的矩阵  $\mathbf{C}$  称为观测矩阵,  $m \times m$  维的矩阵  $\mathbf{A}$  称为状态转移矩阵, 状态噪声  $\mathbf{w}_f$  服从均值为  $\mathbf{0}$ , 协方差阵为  $\mathbf{Q}$  的高斯分布, 观测噪声  $v_f$  服从混合高斯分布, 其中高斯分量的个数为  $k$ , 第  $j (j = 1, 2, \dots, k)$  个高斯分量的权重、均值和方差分别为

$\pi_j, \mu_j$  和  $\sigma_j^2$ 。在 LGMSSM 模型中, 函数  $g(\cdot)$  和  $h(\cdot)$  采用线性形式以刻画频幅的平稳性, 观测噪声  $v_f$  采用混合高斯分布以描述频幅的多模态分布特性, 状态噪声  $w_f$  采用高斯分布以降低参数估计时的计算复杂度。为了限定模型自由度, 提高模型参数的估计精度, 这里约束  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  为对角阵。同时所有的模型参数都不随频率  $f$  的变化而改变。由(4)式可以得到 LGMSSM 模型中两个重要的概率密度函数, 即:

1) 状态转移概率密度函数:

$$p(\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1}) = G(\mathbf{u}_f | \mathbf{A}\mathbf{u}_{f-1}, \mathbf{Q});$$

2) 观测概率密度函数:

$$p(z_f | \mathbf{u}_f) = \sum_{j=1}^k \pi_j G(z_f | \mathbf{C}\mathbf{u}_f + \mu_j, \sigma_j^2).$$

### 3.2 模型参数估计

本文采用期望最大化(EM)算法<sup>[12]</sup>估计 LGMSSM 模型的参数。给定隐状态维数  $m$  和高斯分量个数  $k$ , EM 算法中首先定义一个  $k \times d$  维的随机变量矩阵  $\mathbf{I}$ , 其元素  $I_{jf} (j = 1, 2, \dots, k; f = 1, 2, \dots, d)$  的取值为

$$I_{jf} = \begin{cases} 1, \\ 0, \end{cases} \quad (5)$$

式中当  $z_f$  由第  $j$  个高斯分量生成时,  $I_{jf} = 1$ ;  $z_f$  不是由第  $j$  个高斯分量生成时,  $I_{jf} = 0$ 。然后通过最大化期望对数似然函数  $Q(\Theta)$  来得到模型参数的最大似然估计, 其中  $Q(\Theta)$  定义为

$$\begin{aligned} Q(\Theta) &= E\{\ln[p(\mathbf{z}, \mathbf{u}, \mathbf{I} | \Theta)] | \mathbf{z}\} = E\left\{\ln\left[p(\mathbf{u}_0) \prod_{f=1}^d p(\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1}) p(z_f, I_{jf} | \mathbf{u}_f)\right] | \mathbf{z}\right\} = \\ &= -\frac{1}{2}[\text{Tr}(\mathbf{P}_{0|d}\mathbf{R}^{-1} - 2\mathbf{u}_{0|d}\boldsymbol{\mu}_0^T\mathbf{R}^{-1}) + \boldsymbol{\mu}_0^T\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\mu}_0] - \frac{1}{2}\ln|\mathbf{R}| - \\ &= \frac{1}{2}\sum_{f=1}^d \text{Tr}(\mathbf{P}_{f|d}\mathbf{Q}^{-1} + \mathbf{P}_{f-1|d}\mathbf{A}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{A} - 2\mathbf{P}_{f,f-1|d}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{A}) - \\ &= \frac{1}{2}\sum_{f=1}^d \sum_{j=1}^k \frac{\rho_{jf}}{\sigma_j^2} [\text{Tr}(\mathbf{P}_{f|d}\mathbf{C}^T\mathbf{C}) - 2\mathbf{u}_{f|d}^T\mathbf{C}^T(z_f - \mu_j) + (z_f - \mu_j)^2] - \\ &= \frac{1}{2}\sum_{f=1}^d \sum_{j=1}^k \rho_{jf} (\ln \pi + \ln |\sigma_j^2|) - \frac{d}{2}\ln|\mathbf{Q}| - \frac{d(m+1) + m}{2}\ln(2\pi), \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $E(\cdot | \cdot)$  表示求条件期望操作符,  $\text{Tr}(\cdot)$  表示矩阵求迹操作符,  $\rho_{jf} = E(I_{jf} | \mathbf{z}_{f-1})$  表示  $I_{jf}$  的条件期望,  $\mathbf{u}_{f|d} = E(\mathbf{u}_f | \mathbf{z})$ ,  $\mathbf{P}_{f|d} = E(\mathbf{u}_f\mathbf{u}_f^T | \mathbf{z})$  和  $\mathbf{P}_{f,f-1|d} = E(\mathbf{u}_f\mathbf{u}_{f-1}^T | \mathbf{z})$  为隐状态的条件统计量。在  $Q(\Theta)$  中  $\mathbf{u}_{f|d}$ 、 $\mathbf{P}_{f|d}$  和  $\mathbf{P}_{f,f-1|d}$  取值未知, 而且与模型参数相耦合。所以在使用 EM 算法估计模型参数之前, 本文引入粒子滤波算法来计算这些条件统计量。

#### 3.2.1 粒子滤波

粒子滤波是一种序列蒙特卡罗方法, 其主要思想是利用函数产生加权的随机变量(即“粒子”)来逼近 SSM 模型中隐状态的后验概率分布<sup>[17~19]</sup>。给定频点  $f$  处的一组粒子及权重  $\{\mathbf{u}_f^{(l)}, \omega_f^{(l)}\}_{l=1}^L$ , 则  $\mathbf{u}_f$  的后验概率  $p(\mathbf{u}_f | \mathbf{z}_{1:f})$  可近似表示为

$$p(\mathbf{u}_f | \mathbf{z}_{1:f}) = \sum_{l=1}^L \omega_f^{(l)} \delta[\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_f^{(l)}], \quad (7)$$

式中  $\mathbf{z}_{1:f} = [z_1, z_2, \dots, z_f]^T$  表示频点 1 到  $f$  对应的频幅分量,  $\delta(\cdot)$  是 Dirac delta 函数,  $m \times 1$  维的随机变量  $\mathbf{u}_f^{(l)} (l=1, 2, \dots, L)$  是粒子,  $\omega_f^{(l)} > 0$  是其对应的

权重, 且满足条件  $\sum_{l=1}^L \omega_f^{(l)} = 1$ ,  $L$  是粒子个数。下面给出粒子滤波的基本步骤:

#### 算法 1 粒子滤波算法

1) 初始化: 按照初始状态的分布  $G(\mathbf{u}_0 | \boldsymbol{\mu}_0, \mathbf{R})$ , 随机生成  $L$  个独立同分布的初始粒子  $\{\mathbf{u}_0^{(l)}\}_{l=1}^L$ , 并将所有初始粒子权重取相同值, 即  $\omega_0^{(l)} = 1/L, l = 1, 2, \dots, L$ ;

2) 前向滤波: 给定频点  $f-1$  处的粒子及其归一化权重  $\{\mathbf{u}_{f-1}^{(l)}, \omega_{f-1}^{(l)}\}_{l=1}^L$ , 分别按(8)式和(9)式计算频点  $f$  处的粒子和权重:

$$\mathbf{u}_f^{(l)} \sim \text{samp}\{r[\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1}^{(l)}, z_f]\}, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \omega_f^{(l)} &= \frac{\tilde{\omega}_f^{(l)}}{\sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_f^{(v)}}, \\ \tilde{\omega}_f^{(l)} &= \omega_{f-1}^{(l)} \frac{p[z_f | \mathbf{u}_f^{(l)}] p[\mathbf{u}_f^{(l)} | \mathbf{u}_{f-1}^{(l)}]}{r[\mathbf{u}_f^{(l)} | \mathbf{u}_{f-1}^{(l)}, z_f]}, \\ &= 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $r(\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1}, z_f) = p(\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1})$  是重要性函

数<sup>[19]</sup>,  $\mathbf{u}_f^{(l)} \sim \text{samp}\{r[\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1}^{(l)}, \mathbf{z}_f]\}$  表示  $\mathbf{u}_f^{(l)}$  是从函数  $r[\mathbf{u}_f | \mathbf{u}_{f-1}^{(l)}, \mathbf{z}_f]$  中随机采样得到,  $\{\tilde{\omega}_f^{(l)}\}_{l=1}^L$  是未归一化的粒子权重;

3) 后向平滑: 将  $f = d$  处粒子的平滑权重初始为  $\omega_{f|d}^{(l)} = \omega_d^{(l)}$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ), 然后按照  $f$  从  $d-1$  减少至 0 的顺序依次计算各频点处所有粒子的平滑权重:

$$\omega_{f|d}^{(l)} = \sum_{v=1}^L \omega_{f+1|d}^{(v)} \frac{\omega_f^{(l)} p[\mathbf{u}_{f+1}^{(v)} | \mathbf{u}_f^{(l)}]}{\sum_{p=1}^L \omega_f^{(p)} p[\mathbf{u}_{f+1}^{(v)} | \mathbf{u}_f^{(p)}]},$$

$$l = 1, 2, \dots, L \quad (10)$$

利用算法 1 估计的粒子和平滑权重, 可将  $\mathbf{u}_f$  的后验概率表示为

$$p(\mathbf{u}_f | \mathbf{z}) = \sum_{l=1}^L \omega_{f|d}^{(l)} \delta[\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_f^{(l)}], \quad f = 1, 2, \dots, d \quad (11)$$

进而可按下式计算  $\mathbf{u}_f$  的条件统计量:

$$\mathbf{u}_{f|d} = \sum_{l=1}^L \omega_{f|d}^{(l)} \mathbf{u}_f^{(l)},$$

$$\mathbf{P}_{f|d} = \sum_{l=1}^L \omega_{f|d}^{(l)} \mathbf{u}_f^{(l)} \mathbf{u}_f^{(l)\top},$$

$$\mathbf{P}_{f, f-1|d} = \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^L p[\mathbf{u}_{f+1}^{(l)}, \mathbf{u}_f^{(p)} | \mathbf{z}] \mathbf{u}_{f+1}^{(l)} \mathbf{u}_f^{(p)\top},$$

$$p[\mathbf{u}_{f+1}^{(l)}, \mathbf{u}_f^{(p)} | \mathbf{z}] =$$

$$\omega_{f|d}^{(p)} \frac{p[\mathbf{z}_{f+1} | \mathbf{u}_{f+1}^{(l)}] p[\mathbf{u}_{f+1}^{(l)} | \mathbf{u}_f^{(p)}]}{\sum_{v=1}^L p[\mathbf{z}_{f+1} | \mathbf{u}_{f+1}^{(v)}] p[\mathbf{u}_{f+1}^{(v)} | \mathbf{u}_f^{(p)}]}, \quad (12)$$

式中  $p(\mathbf{u}_{f+1}, \mathbf{u}_f | \mathbf{z})$  表示相邻状态的平滑互相关系数。利用(12)式计算得到  $\mathbf{u}_{f|d}$ ,  $\mathbf{P}_{f|d}$  和  $\mathbf{P}_{f, f-1|d}$  后, 就可以使用 EM 算法估计 LGMSSM 模型的参数。

### 3.2.2 期望最大化算法

下面给出 EM 算法的具体步骤:

算法 2 利用 EM 算法估计 LGMSSM 模型参数

1) 令迭代次数符号  $\tau = 1$ , 设定收敛门限  $\epsilon$  ( $0 < \epsilon < 1$ ), 随机初始化模型参数

$$\tilde{\Theta}(1) = \{\tilde{\mathbf{A}}(1), \tilde{\mathbf{C}}(1), \tilde{\mathbf{Q}}(1), \tilde{\mathbf{R}}(1), \tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(1), \{\tilde{\pi}_j(1), \tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(1), \tilde{\sigma}_j^2(1)\}_{j=1}^k\}; \quad (13)$$

2) 给定第  $\tau$  次迭代得到的模型参数

$$\tilde{\Theta}(\tau) = \{\tilde{\mathbf{A}}(\tau), \tilde{\mathbf{C}}(\tau), \tilde{\mathbf{Q}}(\tau), \tilde{\mathbf{R}}(\tau), \tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(\tau), \{\tilde{\pi}_j(\tau), \tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(\tau), \tilde{\sigma}_j^2(\tau)\}_{j=1}^k\}, \quad (14)$$

根据算法 1 估计各频点处隐状态的条件统计量, 然后按照下式计算  $\mathbf{I}$  中所有元素的条件期望:

$$\rho_{jf}(\tau+1) = \frac{\tilde{\pi}_j(\tau) G[\mathbf{z}_f | \tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(\tau) + \tilde{\mathbf{C}}(\tau) \mathbf{u}_{f|d}, \tilde{\sigma}_j^2(\tau)]}{\sum_{v=1}^k \tilde{\pi}_v(\tau) G[\mathbf{z}_f | \tilde{\boldsymbol{\mu}}_v(\tau) + \tilde{\mathbf{C}}(\tau) \mathbf{u}_{f|d}, \tilde{\sigma}_v^2(\tau)]},$$

$$j = 1, 2, \dots, k; \quad f = 1, 2, \dots, d \quad (15)$$

3) 将  $\mathbf{u}_{f|d}$ ,  $\mathbf{P}_{f|d}$ ,  $\mathbf{P}_{f, f-1|d}$  和  $\rho_{jf}(\tau+1)$  代入(6)式中, 将  $\mathbf{Q}(\Theta)$  关于所有参数分别求导, 并令导数为零, 得到第  $\tau+1$  步时模型参数的最大似然估计, 即

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(\tau+1) = \mathbf{u}_{0|d},$$

$$\tilde{\mathbf{R}}(\tau+1) = \text{diag}(\mathbf{P}_{0|d} - \mathbf{u}_{0|d} \mathbf{u}_{0|d}^\top),$$

$$\tilde{\mathbf{A}}(\tau+1) = \left( \sum_{f=1}^d \mathbf{P}_{f, f-1|d} \right) \left( \sum_{f=1}^d \mathbf{P}_{f-1|d} \right)^{-1},$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}(\tau+1) = \frac{1}{d} \text{diag} \left[ \sum_{f=1}^d \mathbf{P}_{f|d} - \tilde{\mathbf{A}}(\tau+1) \sum_{f=1}^d \mathbf{P}_{f, f-1|d}^\top \right],$$

$$\tilde{\mathbf{C}}(\tau+1) = \left\{ \sum_{f=1}^d \sum_{j=1}^k \frac{\rho_{jf}(\tau+1)}{\tilde{\sigma}_j^2(\tau)} [\mathbf{z}_f - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(\tau)] \mathbf{u}_{f|d}^\top \right\} \left[ \sum_{f=1}^d \sum_{j=1}^k \frac{\rho_{jf}(\tau+1)}{\tilde{\sigma}_j^2(\tau)} \mathbf{P}_{f|d} \right]^{-1},$$

$$\tilde{\pi}_j(\tau+1) = \frac{1}{d} \sum_{f=1}^d \rho_{jf}(\tau+1), \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(\tau+1) = \sum_{f=1}^d \rho_{jf}(\tau+1) [\mathbf{z}_f - 2\tilde{\mathbf{C}}(\tau+1) \mathbf{u}_{f|d}] \left[ \sum_{f=1}^d \rho_{jf}(\tau+1) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$\tilde{\sigma}_j^2(\tau+1) = \sum_{f=1}^d \rho_{jf}(\tau+1) \{ [\mathbf{z}_f - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(\tau+1)]^2 - 2\tilde{\mathbf{C}}(\tau+1) \mathbf{u}_{f|d} [\mathbf{z}_f - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_j(\tau+1)] + \tilde{\mathbf{C}}(\tau+1) \mathbf{P}_{f|d} \tilde{\mathbf{C}}(\tau+1)^\top \} \left[ \sum_{f=1}^d \rho_{jf}(\tau+1) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (16)$$

式中  $\text{diag}(\cdot)$  表示将矩阵非对角元素置零操作符;

4) 若  $|Q[\tilde{\Theta}(\tau+1)] - Q[\tilde{\Theta}(\tau)]| / |Q[\tilde{\Theta}(\tau)]| > \epsilon$ , 则令  $\tau^{\text{new}} = \tau^{\text{old}} + 1$ , 同时返回步骤 2), 进入下一次迭代; 否则, 认为算法收敛, 令  $\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta}(\tau+1)$ , EM 算法终止。

LGMSSM 模型的自由度为  $m^2 + 4m + 3k - 1$  (通常  $m \ll d, k \ll d$ ), 远小于 AGC 模型的自由度 ( $2d$ ) 和 FA 模型的自由度  $\lceil [2d + (2d - o - 1)o] / 2 \rceil$ ,  $o$  为 FA 模型隐维度; 同时, 从算法 2 中可以看到, 只需利用单个 HRRP 样本就能估计 LGMSSM 模型的所有参数。这些性质都极大地降低了识别系统对训练样本数的需求。此外, 算法 2 可以很容易推广到有多个训练样本的情况, 从而提高对模型参数的估计精度。

## 4 基于 LGMSSM 模型的雷达 HRRP 识别步骤

### 4.1 训练阶段

1) 为了克服 HRRP 的姿态敏感性和幅度敏感

性<sup>[7]</sup>, 将第  $c$  类目标的训练样本均匀分为  $S_c$  帧 ( $c = 1, 2, \dots, C$ ), 每帧包含  $N$  个 HRRP 样本, 对各帧训练样本能量归一<sup>[7]</sup>;

2) 提取各帧内训练样本的频幅特征, 记作  $\mathbf{Z}_{sc} = [\mathbf{z}_s^c, \mathbf{z}_2^c, \dots, \mathbf{z}_N^c]$  ( $c = 1, 2, \dots, C; s = 1, 2, \dots, S_c$ ), 其中  $\mathbf{z}_n^c$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 表示第  $c$  类目标第  $s$  帧中的第  $n$  个 HRRP 样本对应的频幅特征;

3) 使用 LGMSSM 模型分别对第  $c$  类目标的各帧训练样本  $\mathbf{Z}_{sc}$  建模, 并联合算法 1 和算法 2 估计  $\mathbf{Z}_{sc}$  对应的模型参数  $\tilde{\Theta}_{sc}$  ( $c = 1, 2, \dots, C; s = 1, 2, \dots, S_c$ ), 将其存入识别系统模板库。

### 4.2 测试阶段

1) 对于给定的 HRRP 测试样本  $\mathbf{x}'$ , 将其能量归一后计算相应的频幅特征  $\mathbf{z}' = [z'_1, z'_2, \dots, z'_d]^T$ ;

2) 根据所有的  $\tilde{\Theta}_{sc}$ , 利用 (17) 式<sup>[20]</sup> 计算  $\mathbf{z}'$  相应于各类目标的条件似然值

$$p(\mathbf{z}' | c) = \max_s [p(\mathbf{z}' | \tilde{\Theta}_{sc})] (c = 1, 2, \dots, C; s = 1, 2, \dots, S_c),$$

$$p(\mathbf{z}' | \tilde{\Theta}_{sc}) = p(z'_1) \prod_{f=2}^d p(z'_f | z'_{1:f-1}), \quad p(z'_1) = \sum_{l=1}^L \omega_0^{(l')} \sum_{j=1}^k \pi_j G[z'_1 | \mathbf{A}\mathbf{u}_0^{(l')} + \mu_j, \sigma_j^2],$$

$$p(z'_f | z'_{1:f-1}) = \sum_{l=1}^L \omega_{f-1}^{(l')} \sum_{j=1}^k \pi_j G[z'_f | \mathbf{A}\mathbf{u}_{f-1}^{(l')} + \mu_j, \sigma_j^2], \quad (17)$$

式中  $\{\mathbf{u}_f^{(l')}, \omega_f^{(l')}\}_{l=1}^L$  ( $f = 1, 2, \dots, d$ ) 是由算法 1 估计的  $\mathbf{z}'$  各频点处的粒子和滤波权重;

3) 使用 Bayes 分类器对  $\mathbf{z}'$  分类, 其原理是将  $\mathbf{z}'$  判为具有最大后验概率的一类目标  $\hat{c}(\mathbf{z}')$ , 即

$$\hat{c}(\mathbf{z}') = \arg \max_c [p(c | \mathbf{z}')], \quad (18)$$

式中  $p(c | \mathbf{z}')$  表示  $\mathbf{z}'$  属于第  $c$  类目标的后验概率。

由 Bayes 公式可得  $p(c | \mathbf{z}') \propto p(c)p(\mathbf{z}' | c)$ 。在没有先验信息的情况下, 通常假设各类目标具有等先验概率<sup>[7]</sup>, 即  $p(1) = p(2) = \dots = p(C) = 1/C$ , 因此 (18) 式可改写为

$$\hat{c}(\mathbf{z}') = \arg \max_c [p(\mathbf{z}' | c)]. \quad (19)$$

图 3 中给出了整个识别系统的算法流程。

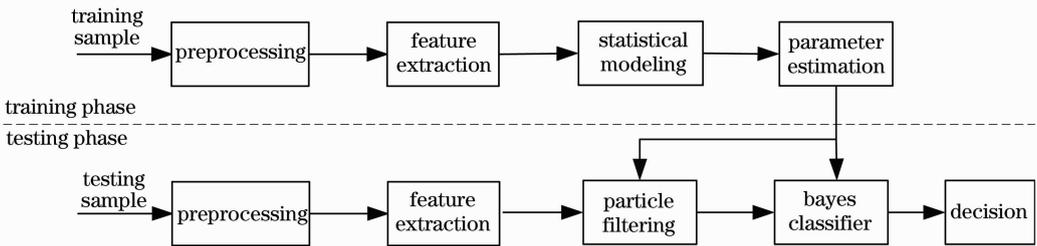


图 3 识别系统算法流程图

Fig. 3 Flow chart of the recognition system

## 5 实验结果和讨论

### 5.1 数据及实验设置介绍

本节的识别实验使用某逆合成孔径雷达

(ISAR) 实测的飞机数据。该雷达发射 Chirp 信号, 中心频率为 5200 MHz, 带宽为 400 MHz, 脉冲重复频率为 400 Hz。飞机的参数如表 1 所示, 三类飞机

的航迹在地面上的投影如图 4 所示。为了检验识别方法的推广性能,本文将 HRRP 数据分段,并分别在不同的数据段内选取训练样本和测试样本。其中安-26 的第 5、6 段,奖状的第 6、7 段和雅克-42 的第 2、5 段数据作为训练段,其他各段数据作为测试段。训练段数据与测试段数据对应的目标姿态角变化范围一致,而俯仰角变化范围稍有差别。需要指出的是,除了雅克-42 的第 5 段数据包含 10000 个

HRRP 样本外,其他各段数据都含有 25000 个样本,同时各 HRRP 样本均为 256 维的向量。

表 1 三类飞机参数

Table 1 Parameters of three planes

Type	Length /m	Width /m	Height /m
An-26	23.80	29.20	8.58
Cessna	14.40	15.90	4.57
Yak-42	36.38	34.88	9.83

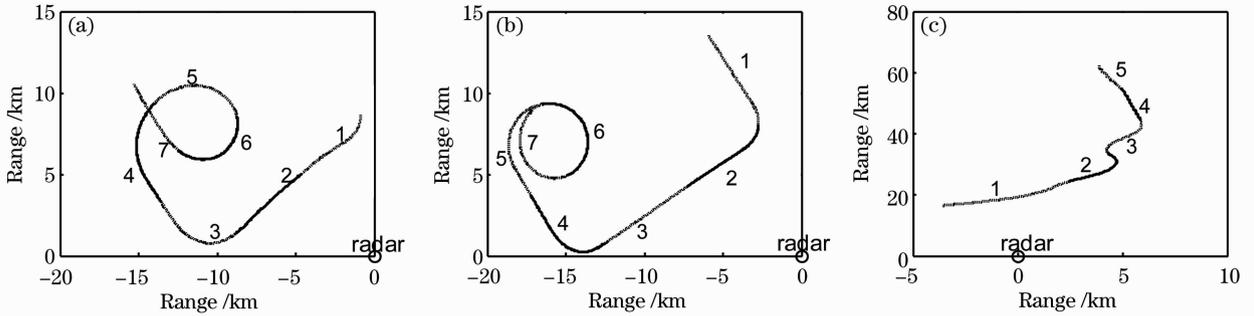


图 4 三类目标飞行航迹在地面投影。(a)安-26; (b)奖状; (c)雅克-42

Fig. 4 Projections of target's trajectories onto the ground plane. (a) An-26; (b) Cessna; (c) Yak-42

实验采用均匀分帧方法,设定帧长  $N=1000$ ,所以安-26/奖状/雅克-42 三类目标的训练段分别划分为 50/50/35 frame。三类飞机数据均在“上视”场景中录取,具有很高的信噪比(SNR),所以实验部分近似认为 HRRP 数据中不含噪声。同时,为了在降低计算复杂度和保证参数估计精度之间寻求折中,实验中设定算法 1 选取的粒子数为  $L=500$ 。

### 5.2 模型结构对识别性能的影响

本节实验使用 LGMSSM 模型对三类目标频幅样本建模,并研究不同模型结构对识别性能的影响。从各帧中随机挑选 200 个样本构成训练样本集,设定收敛门限  $\epsilon=10^{-4}$ ,利用算法 2 估计各帧训练样本对应的模型参数。图 5 给出了不同模型结构下的识别结果(高斯分量数  $k$  取值 1,2,3,4;隐状态维度  $m$  取值 1,2,3,4,5)。

从图 5 中可以看到,在相同隐状态维度条件下,只包含一个高斯分量的 LGMSSM 模型的正确识别率最低。因为此时 LGMSSM 模型退化为线性高斯状态空间模型,而它不能描述频幅样本的多模态分布特性,即模型与样本之间存在失配。随着高斯分量数  $k$  的增加,LGMSSM 模型对频幅样本的多模态分布特性描述地愈加准确,因而识别率逐渐提高。下面只考虑含有多个高斯分量的 LGMSSM 模型。在隐状态维度  $m=1$  时,模型的识别性能很差,平均正确识别率都低于 70%。这属于模式识别领域的“欠匹配”问题<sup>[12]</sup>,即此时模型过于简单,不足以准

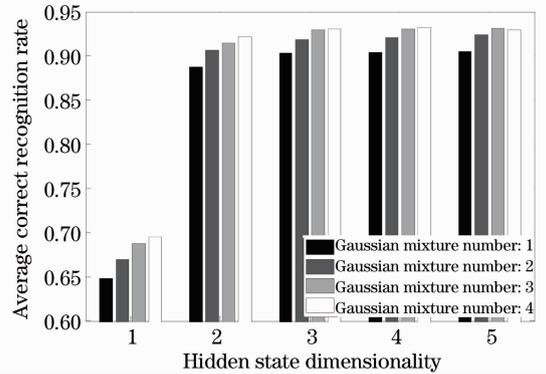


图 5 不同模型结构下 LGMSSM 模型的识别结果  
Fig. 5 Recognition results of LGMSSM models at different scales

确反映频幅随频率的动态演化特性。随着隐状态维度  $m$  的增加,模型对频幅的广义平稳性刻画地愈加准确,因此识别率也随之提高。当  $m=2$  时,平均正确识别率已经超过 90%。之后,随着隐状态维度继续增加,平均正确识别率的增长趋于缓慢。值得注意的是当  $k=4, m=5$  时,LGMSSM 模型的识别性能反而有所下降。这是因为过于复杂的模型结构限制了 LGMSSM 模型的推广性能,即“过匹配”问题<sup>[12]</sup>。

综上所述,在高斯分量数  $k$  和隐状态维度  $m$  都大于 3 之后,继续增加模型结构复杂度对识别性能影响不大,只是会增加估计模型参数时的计算量。为了平衡识别精度和计算复杂度,所有后续实验中

都设定  $k=3, m=3$ 。

### 5.3 训练样本集大小对识别性能的影响

在建立非合作类目标的 HRRP 模板库时,往往难以获得足够多的样本。这就要求识别系统能够在较少的训练样本条件下,仍保持良好的识别性能。为了检验训练样本集大小对不同方法识别性能的影响,本节进行以下实验:从各帧中随机挑选相同数量

表 2 不同训练样本数条件下三类模型的正确识别率(平均值±标准差)

Table 2 Average correct recognition rates of three models under different training set sizes (mean±std)

Training set size $E$	AGC	FA	LGMSSM
135000	0.8794±0.0036	0.9482±0.0084	-
27000	0.8381±0.0073	0.8669±0.0195	0.9301±0.0055
13500	0.8206±0.0110	0.7953±0.0218	0.9273±0.0073
6750	0.8053±0.0185	0.6594±0.0549	0.9248±0.0081
2700	0.7831±0.0353	-	0.9232±0.0094
1350	0.7628±0.0375	-	0.9217±0.0110
675	0.6747±0.0398	-	0.9123±0.0132
270	0.5218±0.0494	-	0.8901±0.0223

从表 2 中可以看到,由于 AGC 模型自由度较少,其识别结果对训练样本数的变化不太敏感。但 AGC 模型假设各距离单元相互独立,与 HRRP 的真实统计特性不相符,所以其识别性能一般。FA 模型在 AGC 模型的基础上,进一步考虑了 HRRP 不同距离单元之间的相关性,对 HRRP 统计特性的描述更加完善,因此在大训练样本集条件下( $E \geq 27000$ )识别性能有明显提高。但由于其增加了较多模型自由度来描述不同距离单元间的相关性,FA 模型的参数估计精度随训练样本数的减少而下降,其识别性能也随之恶化。当  $E < 6750$  时,训练样本数已不足以估计模型参数,不少帧内样本估计的协方差矩阵甚至是奇异的,因而此时 FA 模型失去了识别能力。与之相比,LGMSSM 模型利用其服从混合高斯分布的观测噪声来刻画频幅分量的多模态分布特性,同时使用一个隐马尔可夫状态序列  $\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_d\}$  来间接地描述频幅随频率的演化,即广义平稳性。它对频幅特征的统计特性描述的比较全面,因此识别性能较好;另外由于该模型沿频率维对频幅特征进行序列建模,且模型自由度最少,即使在很少的训练样本条件下(如  $E = 675$ )仍能较准确地估计模型参数,所以其识别性能基本不随训练样本数的减少而发生明显改变。因而在有限样本条件下,LGMSSM 模型的正确识别率远高于 AGC 模型和 FA 模型。这极大地降低了识别系统对训练样本数的需求,节省了建库成本。需要说明的是,当训练样本增加时,算法 1 中步骤 3 的计算量也会增大。

的样本构成训练样本集,分别利用 AGC 模型<sup>[4]</sup>,FA 模型<sup>[7]</sup>(隐维度取 20,幂变换参数取 0.7)和 LGMSSM 模型进行识别。令  $E$  表示挑选的训练样本总数,这里研究  $E$  取值从大到小变化时,三类模型识别结果的变化情况。其中对于  $E$  的不同取值,三类模型的识别实验都重复 10 次(每次都随机挑选训练样本),最终结果如表 2 所示。

受限于计算机的硬件配置,本文未能给出训练样本数  $E = 135000$  时 LGMSSM 模型的识别结果。

### 5.4 训练样本集大小对噪声稳健性的影响

在实际应用中,目标的 HRRP 将不可避免的含有噪声。如果某种识别方法只是在高信噪比条件下才能获得较好的识别结果,则该方法并不实用。为了检验 LGMSSM 模型在噪声环境中的识别性能,本节进行以下实验:向 HRRP 测试样本中加入不同水平的高斯白噪声,生成信噪比分别为 5、10、15、20、25、30 dB 的含噪测试样本,其中信噪比  $R_{SN}$  的定义为

$$R_{SN} = 10 \lg \left( \frac{\sum_{t=1}^d |x_t|^2 / d}{\sigma_n^2} \right), \quad (20)$$

式中  $x_t$  表示 HRRP 测试样本  $\mathbf{x}$  中第  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, d$ ) 个距离单元的取值,  $\sigma_n^2$  为添加噪声的功率。然后使用 AGC 模型,FA 模型和 LGMSSM 模型对含噪测试样本进行识别。

图 6(a)中给出了  $E = 27000$  时,三种模型的识别结果随  $R_{SN}$  的变化曲线。可以看到,三种模型的识别性能都随着  $R_{SN}$  的减少而下降。这是因为噪声会掩盖 HRRP 中的弱回波,使得不同目标 HRRP 的趋同性增加。但是从图中也可以看到当  $R_{SN} \geq 10$  dB 时,LGMSSM 模型总能获得最高的正确识别率。例如当  $R_{SN} = 20$  dB 时,LGMSSM 模型的正确识别率比 AGC 模型和 FA 模型分别高 6.7% 和 1.8%;当  $R_{SN} = 10$  dB 时,LGMSSM 模型的正确识别率比 AGC 模

型和 FA 模型分别高 7.1% 和 2.4%。为了进一步检验训练样本集大小对噪声稳健性的影响,图 6(b) 中给出了  $E=6750$  时,各模型识别结果随  $R_{SN}$  的变化曲线。与图 6(a) 相比,LGMSSM 模型和 AGC 模型的识别率曲线变化不大,而 FA 模型的识别率曲线有明显下降。这是因为前两者的参数估计精度受

训练样本数影响较小,而后者在训练样本数较少的情况下参数的估计误差较大。综合以上实验结果可知,LGMSSM 模型在低信噪比条件下仍有相对较好的识别性能,而且其噪声稳健性随训练样本数的减少无显著变化。

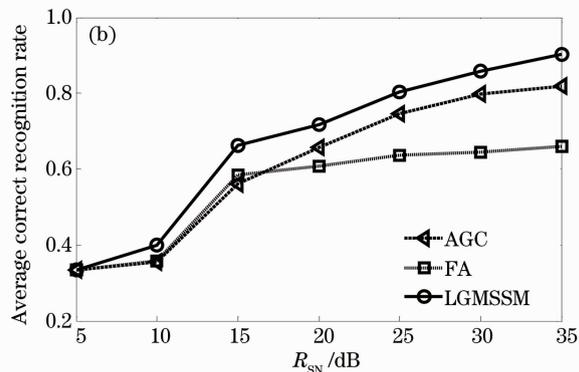
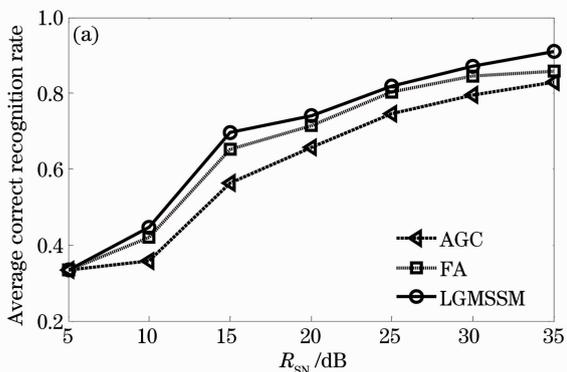


图 6 三类模型在不同训练样本集大小下的识别率随  $R_{SN}$  变化曲线。(a)  $E=27000$ ; (b)  $E=6750$

Fig. 6 Variation of recognition performance with  $R_{SN}$  of three models under different training set sizes. (a)  $E=27000$ ; (b)  $E=6750$

### 5.5 训练样本集大小对拒判性能的影响

除了正确识别率,拒判能力是衡量识别方法性能优劣的另外一个重要指标<sup>[21]</sup>。当观测到的目标不属于模板库中任何一类时,若强行对该目标做出判别,则可能导致虚警。因此及时对该库外目标做出拒判非常重要。在本节的拒判实验中,使用电磁仿真软件 XPATCH 生成车辆类目标的 18000 次 HRRP 作为库外样本。这里借助 Receiver Operating Characteristic(ROC)曲线来直观地表示各类模型的拒判性能<sup>[22]</sup>。为此,首先引入两个评价拒判性能的指标:

- 1) 检测概率  $P_d$ ,即库内测试样本(安-26/奖状/雅克-42 的测试样本)被正确识别的概率;
- 2) 虚警概率  $P_f$ ,即库外样本被错判为库内样

本的概率。

对于给定的检测门限  $\gamma$ ,检测概率  $P_d$  和虚警概率  $P_f$  可分别按下式计算:

$$P_d = \frac{M_1}{N_1}, \quad P_f = \frac{M_2}{N_2}, \quad (21)$$

式中  $M_1$  和  $M_2$  分别为条件似然值大于  $\gamma$  的库内、库外测试样本数, $N_1$  和  $N_2$  分别为库内、库外测试样本总数。通过改变  $\gamma$  的大小,可以画出以  $P_d$  和  $P_f$  为坐标轴的 ROC 曲线。在给定虚警概率  $P_f$  的条件下,模型的检测概率  $P_d$  越高,其拒判性能越好。

图 7(a) 中给出了  $E=27000$  时三类模型各自的 ROC 曲线。可以看到,在任意给定的虚警概率  $P_f$  处,LGMSSM 模型总能获得最高的检测概率值,这说明其拒判性能最好。此时,FA 模型的拒判能力

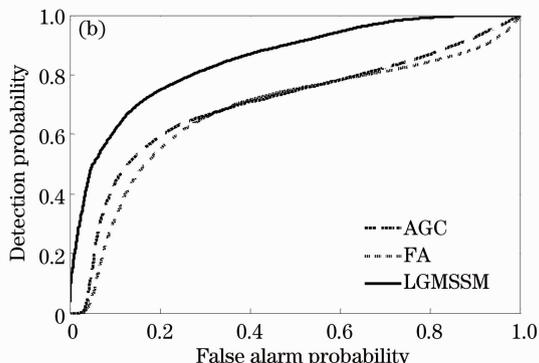
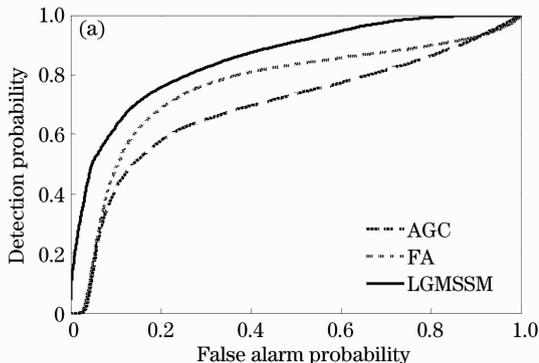


图 7 三类模型在不同训练样本集大小下的 ROC 曲线。(a)  $E=27000$ ; (b)  $E=6750$

Fig. 7 ROC curves of three models under different training set sizes. (a)  $E=27000$ ; (b)  $E=6750$

介于 LGMSSM 模型与 AGC 模型之间。为了检验在更少的训练样本条件下模型的拒判性能,图 7(b)中给出了  $E=6750$  时不同模型的 ROC 曲线。与图 7(a)相比,LGMSSM 模型和 AGC 模型的 ROC 曲线没有明显变化,而 FA 模型的 ROC 曲线变化较大,训练样本数的减少使得 FA 模型的参数估计误差增大,拒判性能也随之下降。可见,LGMSSM 模型的拒判性能非常稳定,几乎不随训练样本数的减少而下降,且在样本数较少的条件下明显优于其他两类模型。

## 6 结 论

针对雷达高分辨距离像目标识别中非合作类目标训练样本不足的问题,本文提出了一种有限样本条件下的识别新方法。该方法利用距离像频谱幅度是一个服从多模态分布的平稳过程这个特点,提出一种线性混合高斯状态空间模型对其建模。实验结果表明,新方法具有良好的识别性能。与自适应高斯分类器模型和因子分析模型相比,该方法的识别性能、噪声稳健性和拒判性能在样本数较少的情况下均有显著优势。

## 参 考 文 献

- Xia Zhiwei, Li Qi, Ding Shenghui *et al.*. Ladar intensity image denoising by non-local means algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(s1): s100409  
夏志伟,李琦,丁胜晖等.基于非局部均值滤波的激光雷达强度像去噪研究[J].*光学学报*,2011,**31**(s1):s100409
- Wu Yan, Xiao Ping, Wang Changming *et al.*. Fusion segmentation algorithm for SAR images based on the persistence and clustering in the Contourlet domain[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(7): 1977~1983  
吴艳,肖平,王昌明等.基于Contourlet域持续性和聚集性的合成孔径雷达图像融合分割算法[J].*光学学报*,2010,**30**(7):1977~1983
- Dong Jihui, Hu Qiquan, Sun Dongsong. Techniques of depressing image noise in laser imaging tracking system[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(1): 0109002  
董吉辉,胡企铨,孙东松.空间激光成像跟踪系统中的图像噪声抑制技术[J].*中国激光*,2011,**38**(1):0109002
- S. P. Jacobs, J. A. O' Sullivan. Automatic target recognition using sequences of high resolution radar range profiles[J]. *IEEE Trans. Aerospace & Electron. Syst.*, 2000, **36**(2): 364~380
- K. Copsey, A. R. Webb. Bayesian Gamma mixture model approach to radar target recognition[J]. *IEEE Trans. Aerospace*

- & Electron. Syst.*, 2003, **39**(4): 1201~1217
- L. Du, H. Liu, Z. Bao *et al.*. A two-distribution compounded statistical model for radar HRRP target recognition[J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2006, **54**(6): 2226~2238
- L. Du, H. Liu, Z. Bao. Radar HRRP statistical recognition: parametric model and model selection[J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2008, **56**(5): 1931~1944
- A. Zyweck, R. E. Bogner. Radar target classification of commercial aircraft[J]. *IEEE Trans. Aerospace & Electron. Syst.*, 1996, **32**(2): 598~606
- B. Pei, Z. Bao. Multi-aspect radar target recognition method based on scattering centers and HMMs classifiers[J]. *IEEE Trans. Aerospace & Electron. Syst.*, 2005, **41**(3): 1067~1074
- K. Kim, D. Seo, H. Kim. Efficient radar target recognition using the MUSIC algorithm and invariant feature[J]. *IEEE Trans. Antennas & Propag.*, 2002, **50**(3): 325~337
- E. Avcı, I. Turkoglua, M. Poyraz. Intelligent target recognition based on wavelet packet neural network[J]. *Expert Systems with Applications*, 2005, **29**(1): 175~182
- R. O. Duda, P. E. Hart, D. G. Stork. Pattern Classification [M]. New York: John Wiley and Sons, 2001
- H. L. Van Trees. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part III[M]. New York: John Wiley and Sons, 2001
- P. Wang, F. Dai, M. Pan *et al.*. Radar HRRP target recognition in frequency domain based on autoregressive model [C]. IEEE Radar Conference, Kansas City, USA, 2011. 714~717
- G. J. McLachlan, D. Peel. Finite Mixture Models[M]. New York: John Wiley and Sons, 2000
- Xia Zhiwei, Li Qi, Wang Qi. Simulation of coherent Lidar range image restoration based on Kalman filtering [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(5): 051002  
夏志伟,李琦,王骥.基于卡尔曼滤波的相干激光雷达距离像复原仿真[J].*激光与光电子学进展*,2011,**48**(5):051002
- Zhang Hui, Zhao Baojun, Tang Linbo *et al.*. Infrared object tracking based on adaptive multi-features integration[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5):1291~1296  
张辉,赵保军,唐林波等.基于自适应多特征整合的红外目标跟踪[J].*光学学报*,2010,**30**(5):1291~1296
- Liang Min, Liu Guixi. Multi-object tracking algorithm based on adaptive mixed filtering[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2554~2561  
梁敏,刘贵喜.基于自适应混合滤波的多目标跟踪算法[J].*光学学报*,2010,**30**(9):2554~2561
- B. Ristick, S. Arulampalam, N. Gordon. Beyond the Kalman Filters: Particle Filters for Tracking Applications[M]. USA: Artech House, 2004
- Arnaud Doucet, Simon Godsill, Christophe Andrieu. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering [J]. *Statistics and Computing*, 2000, **10**(3): 197~208
- S. K. Wong. High range resolution profiles as motion-invariant features for moving ground targets identification in SAR-based automatic target recognition [J]. *IEEE Trans. Aerospace & Electron. Syst.*, 2009, **45**(3): 1017~1039
- T. Fawcett. An introduction to ROC analysis [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2006, **27**(8): 861~874

栏目编辑:何卓铭