变折射率组合三角棱镜产生无衍射线结构光

吴志伟

(泉州师范学院物理与信息工程学院,福建泉州 362000)

摘要 提出一种可产生大焦深无衍射线结构光的新型光学元件——变折射率组合三角棱镜,由正、负等腰三角棱镜胶合在一起设计而成,其变换光束特性与单个正等腰三角棱镜相同,等效折射率由正、负等腰三角棱镜折射率之差决定,因此可通过两个折射率接近的正、负等腰三角棱镜组合得到一个更加接近1的等效折射率,以获得更大焦深的无衍射线结构光,解决了单个正等腰三角棱镜小角度加工困难的技术问题。采用几何光学理论分析了产生无衍射线结构光的原理,计算了无衍射线结构光的相关参数。由衍射积分理论分析和模拟了新型光学元件后的光强分布特性。研究表明,平面波正面入射新型光学元件可以产生具有大焦深的无衍射线结构光。

关键词 几何光学;无衍射线结构光;衍射积分;变折射率组合三角棱镜 中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0523005

Step Refractive Index Combined Triangular-Section Prism Generating Non-Diffracting Linear Structured Beam

Wu Zhiwei

(Institute of Physics and Information Engineering, Quanzhou Normal College, Quanzhou, Fujian 362000, China)

Abstract A novel optical element - step refractive index combined triangular-section prism generating nondiffracting linear structured beam with longer distance is proposed. This element is designed with gluing positive and negative isosceles triangular-section prisms. Its property is the same as single positive isosceles triangular-section prism for beam transformation, and its equivalent index of refraction is decided by the difference of refraction index of positive and negative isosceles triangular-section prisms. Therefore, we can get an equivalent index of refraction closer to 1 by combining positive and negative isosceles triangular-section prisms with the approximate index of refraction. And also the non-diffracting linear structured beam with longer distance can be obtained. The technical problem of difficulty in machining the small bottom corner is solved. The formation mechanism of the non-diffracting linear structured beam is analyzed by geometrical optics, and the relevant parameters are also calculated. The intensity distribution is simulated by diffraction and interference theory. The results show that when a plane wave illuminates on the novel optical element, a non-diffracting linear structured beam is formed in longer distance.

Key words geometrical optics; non-diffracting linear structured beam; diffraction and interference; step refractive index combined triangular-section prism

OCIS codes 230.5480; 080.2468; 050.1960

1 引 言

现代加工制造业对于三维表面测量技术提出了 越来越高的要求,如测量范围大、分辨率高和测量速 度快等^[1~3]。传统的解决方案采用柱面透镜等光学 器件通过线聚焦方式产生线光源代替点光源,当被 测曲面存在较大起伏时,会造成一些被测点在焦点 上,而另外一些被测点不在焦点上等问题。无衍射 光技术的发展为测量系统提供了一种良好的光源, 近年来不断有产生无衍射光的新方法^[4~13]被报道, 但是这些报道主要是集中在无衍射点光源和空心光 源上,在应用于三维表面测量时测量速度和测量范 围受到较大的限制。李虎等^[14~19]提出了无衍射线 结构光的概念以及利用正等腰三角棱镜产生无衍射 线结构光的方案,并将其应用于三维表面测量取得

收稿日期: 2011-11-30; 收到修改稿日期: 2011-12-13

作者简介:吴志伟(1981--),男,硕士,讲师,主要从事光束传输与控制等方面的研究。E-mail:wzwqq@126.com

较好效果。根据焦深的计算公式可知,当入射光束 的尺寸一定时,焦深与正等腰三角棱镜的底角成反 比,也就是说想得到的焦深越大,正等腰三角棱镜的 底角就必须越小。而小底角的正等腰三角棱镜受加 工技术的限制是很难得到的。本文提出一种新的光 学元件,由两种不同折射率的正、负等腰三角棱镜胶 合在一起设计而成,不必局限于特别小的角度,就可 以产生大焦深的无衍射线结构光。

2 光学元件结构

借鉴轴棱锥中正、负的概念,提出正等腰三角棱 镜、负等腰三角棱镜的概念,如图1所示。

将两个底面形状、大小相等的正、负等腰三角棱



图 1 (a)正等腰三角棱镜结构图和(b)负等腰 三角棱镜结构图

Fig. 1 Structure diagram of positive (a) and

negative (b) isosceles triangular-section prisms 镜紧密胶合在一起就构成了组合三角棱镜这样一种 新型光学元件。如图 2 所示, n_1 、 n_2 为两个三角棱镜 的折射率,且 $n_1 > n_2$,负等腰三角棱镜中心厚度为 0。



图 2 (a)组合三角棱镜截面图和(b)组合三角棱镜结构图及坐标系 Fig. 2 Section diagram (a) and structure diagram and coordinate system (b) of combined triangular-section prism

3 几何光学分析

平面光正入射组合三角棱镜产生的折射关系如 图 3 所示(组合三角棱镜上下对称,只画一半表示)。



图 3 组合三角棱镜折射示意图 Fig. 3 Schematic diagram of refraction by combined triangular-section prism

两个三角棱镜的折射率分别为 n₁、n₂,且 n₁> n₂,底角为 r₁。根据斯涅耳定律可以求出出射光偏 折角 r₄ 与折射率之间的关系为

 $n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2, \qquad (1)$

$$r_2 = r_1 + r_3$$
, (2)

$$n_2 \sin r_3 = \sin r_4. \tag{3}$$

在角度较小的情况下,联立(1)~(3)式可得

$$(n_1 - n_2)r_1 = r_4. (4)$$

进一步可以将(4)式表示为

$$[(1+n_1-n_2)-1]r_1 = r_4.$$
 (5)

由(5)式可看出组合三角棱镜对正入射的平面光来 讲相当于一个底角为 r_1 ,折射率为 $1+n_1-n_2$ 的正 等腰三角棱镜。例如取两个等腰三角棱镜的折射率 分别为 $n_1=1.50934(K7 光学玻璃),n_2=1.50671$ (N-ZK7 光学玻璃),底角 $r_1=5^\circ$,可以求得组合三 角棱镜的等效折射率为 $1+n_1-n_2=1.00263$ 。由 以上分析可以看出组合三角棱镜等效折射率取决于 两个等腰三角棱镜折射率之差,通过选择两种折射 率非常接近的光学玻璃制作正、负等腰三角棱镜,可 以使组合三角棱镜在较大底角条件下产生与小底角 的正等腰三角棱镜相同的光学特性。即采用较大底 角的正、负等腰三角棱镜也能获得大焦深的效果,而 较大底角对加工技术、精度、误差方面的要求相对较 低。 平面光通过组合三角棱镜的光路如图 4 所示, 组合三角棱镜后将产生两束关于 Z 轴对称,与 Z 轴 成相同倾角的平面波,会聚于图中 ABCD 黑色区 域。根据干涉理论,两束同频光束在 ABCD 黑色区 域叠加,在与传播方向垂直的平面内会产生明暗交 替的条纹。从几何光学角度分析,可以求出聚焦区 域的尺寸、明暗条纹的间距等参数^[16]。

焦深即最大无衍射范围:



图 4 无衍射线结构光实现示意图 Fig. 4 Schematic diagram of generating non-diffracting linear structured beam

$$Z_{\rm m} = \frac{a}{\left[(1+n_1-n_2)-1\right]r_1\pi/180}.$$
 (6)
无衍射范围内,明暗条纹间距 *d* 为

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\{\left[(1+n_1-n_2)-1\right]r_1\}} \approx \frac{\lambda}{2\left[(1+n_1-n_2)-1\right]r_1\pi/180}.$$
 (7)

若定义光强幅值的 0.5 为光斑边界,则光斑尺 寸 *l* 为

$$l = \frac{\lambda}{4\sin\{\lfloor (1+n_1-n_2)-1 \rfloor r_1\}} \approx \frac{\lambda}{4\lfloor (1+n_1-n_2)-1 \rfloor r_1 \pi/180}.$$
 (8)

由(6)~(8)式可以看出在底角 r₁ 一定的条件 下,只需要改变两个等腰三角棱镜折射率的差值就 可以实现对无衍射线结构光主要参数的控制。

4 衍射积分分析

根据衍射积分的理论^[20],在一定条件下组合三 角棱镜后的光场分布可以近似表示为

$$E(x_1, y_1, z) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \iint_{\Sigma} \exp\left\{\frac{jk}{2z} \left[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \right] \right\} E(x, y) t(x, y) dx dy,$$
(9)

式中E(x,y)为入射光束光场分布, $E(x_1,y_1,z)$ 为组合三角棱镜后光场分布,t(x,y)为三角棱镜透射率函数。

根据棱镜的相位变换性质^[21]及正、负三角棱镜的形状,可以求得正等腰三角棱镜的透射率函数为

$$t(x,y) \approx \exp[jkn_1 a \tan(r_1)] \exp[-jk(n_1-1)|x|\tan(r_1)].$$
(10)

负等腰三角棱镜的透射率函数为

内的光强分布。

$$t(x,y) \approx \exp[-jkn_2 a \tan(r_1)] \exp[jk(n_2 - 1)|x|\tan(r_1)].$$
 (11)
设定人射光为振幅为1的单色平面波,即 $E(x,y)=1$ 。将(10)、(11)式代入(9)式可以求得:

$$E(x_{1}, y_{1}, z) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \iint_{\Sigma} \exp\left\{\frac{jk}{2z} [(x - x_{1})^{2} + (y - y_{1})^{2}]\right\} \exp[jkn_{1}a\tan(r_{1})] \times \exp[-jk(n_{1} - 1)|x|\tan(r_{1})]\exp[-jkn_{2}a\tan(r_{1})]\exp[jk(n_{2} - 1)|x|\tan(r_{1})]dxdy = \frac{\exp\{jk[z + (n_{1} - n_{2})a\tan(r_{1})]\}}{j\lambda z} \int_{-a}^{a} \exp\left\{jk[\frac{(x - x_{1})^{2}}{2z} - (n_{1} - n_{2})|x|\tan(r_{1})]\right\} dx \times \int_{-a}^{b} \exp\left[jk\frac{(y - y_{1})^{2}}{2z}\right] dy,$$
(12)

式中 *a*,*b* 为组合三角棱镜底面长和宽[如图 2(b)所示]。由(12)式可以进一步求得组合三角棱镜后的 光强分布为

$$I(x_1, y_1, z) = |E(x_1, y_1, z)|^2.$$
 (13)
根据(13)式进行数值模拟可以得到最大无衍射区域

作为一个应用实例,可以选择组合三角棱镜参数为 $a=15 \text{ mm}, b=30 \text{ mm}, n_1=1.53806(\text{N-BAK2})$ 光学玻璃,德国肖特公司), $n_2=1.48601(\text{N-FK5})$ 光学玻璃,德国肖特公司), $r_1=5^\circ$,入射光波长 $\lambda=632.8 \text{ nm}$ 。

数值模拟的结果如图 5~7 所示,结果表明:1)

平面光束通过组合三角棱镜后的光强分布与平面光 束通过正等腰三角棱镜后的光强分布^[15]近似,当传 播距离改变时,光斑尺寸没有发生变化,符合线结构 和无衍射的特性。2)衍射积分模拟结果和几何光学 分析的结果近似。例如几何光学分析的焦深为 3439 mm,无衍射范围内明暗条纹间距为0.07 mm 左右;采用衍射积分从图 7 可以看出焦深大致在 3439 mm左右,从图 6 可以看出无衍射范围内明暗 条纹间距为 0.07 mm 左右。3)从图 7 可以看出相 比轴棱锥产生无衍射光束,组合三角棱镜产生无衍 射光束的光强在传播方向上的均匀性得到改善,没 有随传播距离增大而明显改变,但是光强在传播方 向上仍然存在小范围的抖动。



图 5 Y 轴上光强分布图









图 7 Z 轴上光强分布图 Fig. 7 Intensity distribution diagram on Z axis

5 结 论

几何光学和衍射积分分析的结果证明了变折射 率组合三角棱镜能够产生具有近似无衍射和线结构 特点的光束。采用两个具有较大底角且折射率接近 的三角棱镜组合能够产生比相同底角正等腰三角棱 镜大得多的焦深,解决了大焦深与单个正等腰三角棱 镜大得多的焦深,解决了大焦深与单个正等腰三角棱 镜大得多的焦深,解决了大焦深与单个正等腰三角棱 镜小角度加工困难之间的矛盾,且组合三角棱镜 结构简单,进一步拓展了无衍射线结构光束的应用 范围。尽管采用组合三角棱镜延长焦深会造成测量 分辨率的下降,但可以通过减小测量光源波长来提 高分辨率。因此,可以利用新的组合三角棱镜设计 出大焦深、高分辨率的精密测量系统。

参考文献

- Xie Zexiao, Li Xuyong, Xin Shaohui *et al.*. Underwater line structured-light self-scan three-dimension measuring technology [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(8): 2010~2014 解则晓,李绪勇,辛少辉等.水下线结构光自扫描三维测量技术 [J]. 中国激光, 2010, **37**(8): 2010~2014
- 2 Wang Luyang, Da Feipeng. Three-dimensional shape measurement technique based on complementary color-encoded fringe projection[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(6): 0612004 王露阳,达飞鹏. 基于互补色编码条纹投影的三维形貌测量方法 [J]. 光学学报, 2011, 31(6): 0612004
- 3 Dai Meiling, Yang Fujun, Du Xiaolei *et al.*. Three-dimensional shape measurement based on single-shot color fringe projection of sinusoidal grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0712002 戴美玲,杨福俊,杜晓磊等. 基于单幅彩色正弦光栅投影的三维形貌测量[J]. 光学学报, 2011, **31**(7): 0712002
- 4 Wang Haitao, Yin Chunyong, Wang Dongsheng. 100 m diffraction-free alignment beam [J]. Optical Technique, 1999, 25(3): 32~37

王海涛,殷纯永,王东生.100米无衍射光束的实现[J].光学技术,1999,**25**(3):32~37

- 5 Ma Liang, Wu Fengtie, Huang Qilu. A new type of combined axicon for generating non-diffracting Bessel beams [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(8): 2417~2420
 马 亮,吴逢铁,黄启禄. 一种产生无衍射贝塞尔光束的新型组
- 合锥透镜[J]. 光学学报, 2010, **30**(8): 2417~2420 6 Wu Fengtie, Lu Wenhe, Ma Baotian. The beam propagation and transformation in axicon-lens system [J]. Acta Optica Sinica,

2009, **29**(9): 2558~2560

吴逢铁,卢文和,马宝田. 轴棱锥-透镜系统的光束传输与变换 [J]. 光学学报,2009,**29**(9):2558~2560

7 Zhang Qianan, Wu Fengtie, Ma Liang et al.. Bottle beam generated by novel axicon[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60 (9): 094201

张前安,吴逢铁,马 亮等.新型锥透镜产生局域空心光束[J]. 物理学报,2011,**60**(9):094201

8 Ma Liang, Wu Fengtie. A bottle beam generated by a step refractive index axicon[J]. Acta Physica Sinica, 2010, **59**(9): 6096~6099

马 亮,吴逢铁. 阶变折射率轴棱锥产生局域空心光束[J]. 物理学报,2010,**59**(9):6096~6099

- 9 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Zhang Qianan et al.. Liquid axicon for generating single bottle beam with size adjustable[J]. Acta Optica Sinica, 2011, **31**(10): 1008001 程治明, 吴逢铁, 张前安等. 液体轴棱锥产生尺寸可调的单个局 域空心光束[J]. 光学学报, 2011, **31**(10): 1008001
- 10 Lu Wenhe, Wu Fengtie, Zheng Weitao. Generation of nondiffraction Bessel-liked beam using a lens axicon[J]. Acta Optica Sinica, 2010, **30**(6): 1618~1621 卢文和,吴逢铁,郑维涛. 透镜轴棱锥产生近似无衍射贝塞尔光 束[J]. 光学学报, 2010, **30**(6): 1618~1621
- 11 Ma Liang, Wu Fengtie. Bottle beam generated by reconstruction of Bessel beam with an annular obstacle[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, 38(2): 0202011
 马 亮,吴逢铁.环形障碍物后的无衍射光重建产生局域空心光
- 束[J]. 中国激光,2011,38(2):0202011
 12 Ma Baotian, Wu Fengtie, Lu Wenhe *et al.*. Geometric optics analysis and experiment of bottle beam generated by using annular beam[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(9):2549~2554
 马宝田,吴逢铁,卢文和等. 环形光束产生局域空心光的几何光 学分析与实验[J]. 光学学报,2010,30(9):2549~2554
- 13 Zhang Qianan, Wu Fengtie, Zheng Weitao et al.. Simulated and experimental studies on changing the size of bottle beam [J]. Chinese J. Lasers, 2011, 38(4): 0402008 张前安, 吴逢铁,郑维涛等. 局域空心光束尺寸变换的模拟及实 验[J]. 中国激光, 2011, 38(4): 0402008
- 14 Li Hu. A New Realization Method of the Long Distance Non-Diffracting Beam and Its Applications Research [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2003. 22~23
 李 虎. 一种新型长距离无衍射光的实现方法及其应用研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2003. 22~23
- 15 Zhang Wen. Research of Theory and Realization Method with Non-Diffracting Structured Light [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005. 16~17 张 文. 无衍射结构光理论及实现方法研究[D]. 武汉:华中科 技大学, 2005. 16~17
- 16 Zhang Wen, Zhou Liping, Xu Long. A non-diffracting structured light introduction[J]. Optical Instruments, 2005, 27(2): 32~36 张 文,周莉萍,徐 龙. 一种无衍射结构光研究[J]. 光学仪器, 2005, 27(2): 32~36
- 17 Xu Long, Qu Dan, Zhang Wen et al.. Study on a kind method of realizable linear non-diffraction structured light [J]. Optical Instruments, 2010, 32(5): 29~34 徐 龙,瞿 丹,张 文等. 一种实现线性无衍射结构光的方法 研究[J]. 光学仪器, 2010, 32(5): 29~34
- 18 Qu Dan, Zhou Liping, Xu Long *et al.*. Approximate non-diffracting grating structured light and implementation method [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(9): 140~144
 瞿 丹,周莉萍,徐 龙等. 一种新型近似无衍射栅型结构光及 其实现方法[J]. 光电工程, 2010, **37**(9): 140~144
- 19 Gan Jianghong, Zhou Liping, Chen Liangzhou et al.. Novel nondiffracting grating structured for light projection system[J]. J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech. (Nature Science Edition),

2011, **39**(5): 14~17

干江红,周莉萍,陈良洲等.新型无衍射栅型结构光投影系统 [J].华中科技大学学报(自然科学版),2011,**39**(5):14~17

20 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Yang Jiasun Transl.. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005. 342~427 玻 恩,沃尔夫.光学原理[M].杨茵孙译.北京:电子工业出版社,2005.342~427

- 21 Zhao Kaihua. Optics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. 237~238
 - 赵凯华.光学[M].北京:高等教育出版社,2004.237~238

栏目编辑: 韩 峰