

消色差相位型超分辨光瞳滤波器的设计研究

朱化凤¹ 徐 丹^{1,2} 王秀民¹ 云茂金³ 南玉杰¹ 王 宁¹ 李代林¹ 田艳杰¹

(¹ 中国石油大学理学院, 山东 青岛 266555
² 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800; ³ 青岛大学物理学院, 山东 青岛 266071)

摘要 提出并设计了一种消色差的相位型超分辨光瞳滤波器。详细分析了滤波器的设计参数对成像系统的光斑压缩比和斯特雷尔比影响。分别以方解石晶体和石英玻璃材料为例进行了设计, 当光斑压缩比为 0.83 时, 得到两种材料的消色差超分辨光瞳滤波器, 可以分别在 380~555 nm 和 300~600 nm 的波长范围内实现消色差, 同时可以有较高的斯特雷尔比。

关键词 信息光学; 光学超分辨; 光瞳滤波器; 消色差

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201232.0522001

Design and Study of Achromatic Phase-Only Superresolving Pupil Filter

Zhu Huafeng¹ Xu Dan^{1,2} Wang Xiumin¹ Yun Maojin³ Nan Yujie¹

Wang Ning¹ Li Dailin¹ Tian Yanjie¹

¹ College of Science, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266555, China

² Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

³ College of Physics Science, Qingdao University, Qingdao, Shandong 266071, China

Abstract An achromatic phase-only superresolving pupil filter based on Bessel function is proposed and designed. The effect of the design parameters of the pupil filter on the superresolving figures of merit such as normalized compression ratio and Strehl ratio is discussed, respectively. Achromatic phase-only superresolving pupil filters with the materials of calcite crystal and optical quartz glass can realize achromatic superresolution in the ranges of 380~555 nm and 300~600 nm respectively with the normalized compression ratio of 0.83, and a relatively high Strehl ratio is also obtained.

Key words information optics; optical superresolution; pupil filter; achromatic

OCIS codes 220.1230; 050.1970; 260.1960

1 引 言

光瞳滤波器是实现光学超分辨的有效途径之一。无论是光刻^[1]、光存储^[2]、共焦扫描成像系统^[3]、超大规模集成电路的制作还是星际光通信^[4], 光学超分辨技术在这些领域中都有着广泛的应用。为了满足实际应用对超分辨光瞳滤波器的要求, 人们采用多种方法来设计可以实现不同功能的光瞳滤波器和光学衍射元件, 如基于双折射波片的特性设计的一系列光瞳滤波器^[5~8]。云茂金等^[9]提出一种

可调谐光瞳滤波器来实现光学系统的轴向移焦并扩展焦深。谢翊乐等^[10]根据空间偏振态调制和偏振干涉原理, 设计了一种能通过外加电压调谐的振幅型光瞳滤波器。程侃等^[11]针对径向偏振光入射, 设计了三维超分辨衍射光学元件。王伟等^[12]用矢量衍射方法得到入射光为线偏振光时的三环相位型超分辨光瞳滤波器, 并实现了焦深扩展。徐丹等^[13]设计了一种基于贝塞尔函数的振幅型超分辨光瞳滤波器, 并通过计算表明这种光瞳滤波器具有超分辨

收稿日期: 2011-08-24; **收到修改稿日期:** 2011-12-16

基金项目: 国家自然科学基金(10904080, 11004252)、中央高校基本科研业务费专项资金(12CX06089A)和山东省自然科学基金(Y2008A34, ZR2010DQ0150)资助课题。

作者简介: 朱化凤(1977—), 女, 博士, 副教授, 主要从事激光偏光技术和光学超分辨等方面的研究。

E-mail: zhuhf@upc.edu.cn

能力。传统的相位型光瞳滤波器对波长的依赖都很强,同一光瞳滤波器只能适用于某一特定波长,当用于其他波长时一般不能实现超分辨,在不同的应用环境中就需要选择不同的超分辨光瞳滤波器,这样就增加了成本。因此,适用于不同波长以达到消色差的超分辨光瞳滤波器也就成为了一个重要的研究方向。目前,国内外还没有关于消色差的相位型超分辨光瞳滤波器的报道。本文提出了一种消色差的相位型超分辨光瞳滤波器的设计理念,并以方解石晶体和光学石英玻璃为材料进行了设计,同时进行了误差分析。

2 基本理论

根据 Born 等^[14]的理论,在单色光照明条件下,光学系统焦点附近的振幅归一化分布为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (1)$$

式中 ρ 为归一化的半径, $P(\rho)$ 是系统的光瞳函数, $J_0(v\rho)$ 为零阶贝塞尔函数。经典的衍射极限是在假设 $P(\rho) = 1$ 的条件下得到的。 v 和 u 分别对应接收面上的径向坐标 r 和轴向坐标 z :

$$u = 2\pi z(\sin \alpha)^2/\lambda, \quad (2)$$

$$v = 2\pi r \sin \alpha/\lambda, \quad (3)$$

式中 $\sin \alpha$ 为数值孔径。当 $u=0$ 时,根据(1)式可得焦平面上的横向振幅表达式为

$$U(v, u = 0) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \rho d\rho; \quad (4)$$

当 $v=0$ 时,对应的轴向振幅表达式为

$$U(v = 0, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho. \quad (5)$$

对横向和轴向的振幅分布进行重新表示,可得出光瞳滤波器在焦点附近的横向和轴向的强度点扩展函数分别为

$$I(v, 0) = U(v, 0)U^*(v, 0), \quad (6)$$

$$I(0, u) = U(0, u)U^*(0, u). \quad (7)$$

描述横向超分辨有三个特征参量^[15]:1)光斑压缩比 G 定义为有滤波器和没有滤波器时的主瓣零点半径之比;2)斯特雷尔比 S 定义为有滤波器和没有滤波器时的原点处的强度最大值之比;3)旁瓣因子 M 定义为有滤波器时旁瓣强度最大值与主瓣强度最大值之比。

3 消色差的相位型超分辨光瞳滤波器的设计

结合 Matlab 编程,利用直接找寻的办法,得到包含零阶贝塞尔函数的光瞳函数:

$$P(\rho) = \exp[iB J_0(\epsilon\rho)], \quad 0 < \rho < 1 \quad (8)$$

式中 ϵ 和 B 为常数。当 $\epsilon = 5$, B 取不同值时,系统焦平面上横向光强分布如图1所示, G 和 S 随设计参量 ϵ 和 B 的变化关系曲线如图2所示。由图1,2可见,

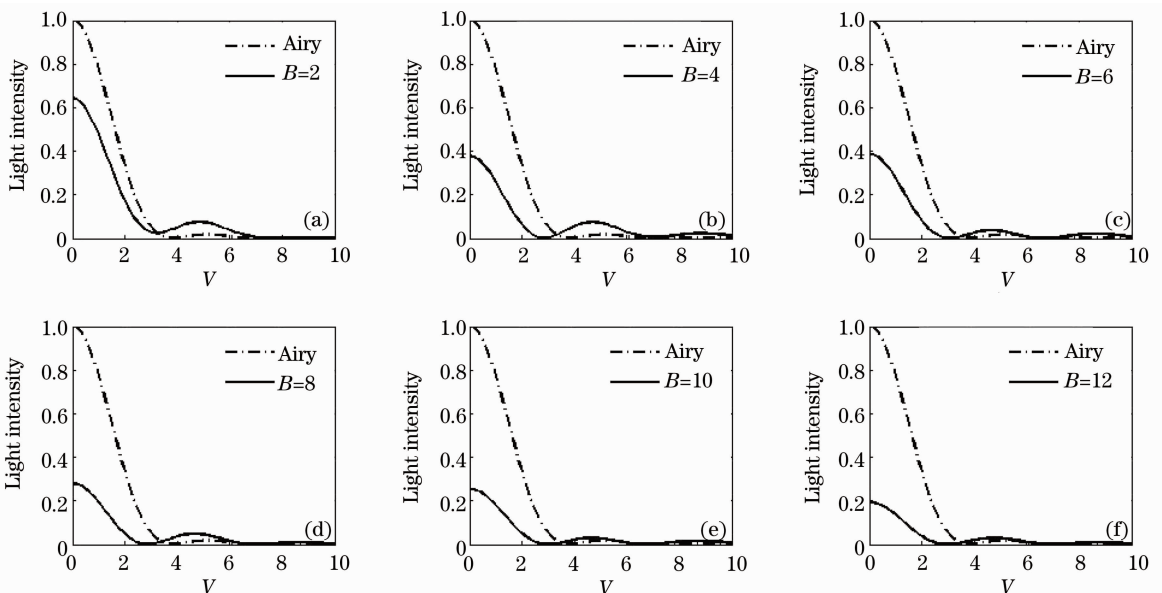
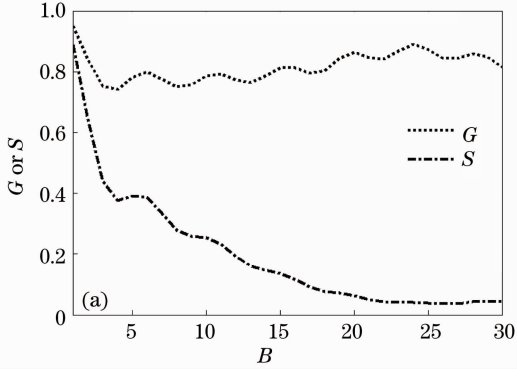


图1 当参数 B 取不同值时,在焦平面上的横向光强分布曲线

Fig.1 Transverse intensity distribution on the focal plane with different B

B 在所取值范围内都使系统实现横向超分辨效应,而且随着 B 的取值逐渐增大,光斑压缩比的变化相对较小,斯特雷尔比的变化很大。由图 2(a) 可见, B 的取值在 (1, 30) 范围内时, G 在 0.8 左右的小范围内波动。 S 随着 B 的增大逐渐减小最后接近零。因



此,实际应用时应尽量选择较小的 B 值。图 2(b) 显示,当 $B = 5$, 参数 ϵ 取不同值时, G 和 S 也会随之发生较大的变化,但在所讨论范围内均可以在系统中实现横向超分辨,在本文的讨论中,令 $\epsilon = 5$ 。

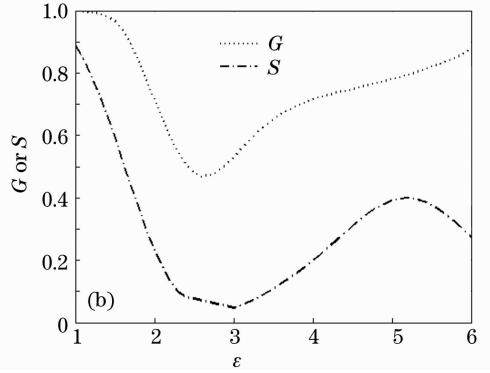


图 2 特征参量 G 和 S 随 B 和 ϵ 的变化关系曲线

Fig. 2 Performance parameters G and S versus ϵ and B

由图 2(a) 中的 G - B 曲线可看出,当 $B \in (2, 15)$, G 在 (0.74, 0.83) 小范围内变化。参数 B 的这个范围,对应光瞳函数中的相位部分也有一个取值范围,也就是说在这个相位范围内超分辨效果相似。利用此特点,可以设计消色差的光瞳滤波器。令 $\varphi(\rho) = B J_0(5\rho)$, 则(8)式又可以表示为

$$P(\rho) = \exp[i\varphi(\rho)], \quad (9)$$

当 $B=5$ 时,相位为

$$\varphi(\rho) = 5J_0(5\rho). \quad (10)$$

根据(10)式,相位随归一化半径 ρ 的分布如图 3 所示。如果当单色平行光束入射到所设计的过滤器上时,出射光束的相位按图 3 所示变化,就可以在系统的焦平面上实现超分辨。如果在一定波长范围内入射到过滤器上的复色光中所有波长都可以实现超分辨,那么就可以设计广义上的消色差超分辨光瞳滤波器了。

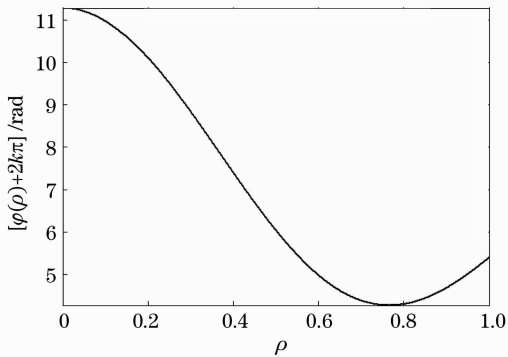


图 3 相位随归一化半径 ρ 的分布图

Fig. 3 Phase versus normalized radius ρ

3.1 以方解石晶体为材料设计

假设入射光为线偏振光,垂直入射光轴平行于光瞳面的方解石晶体表面。由于方解石晶体是双折射晶体,先考虑入射光的偏振方向与方解石晶体的光轴平行,那么晶体内的光为非寻常光(e 光)。方解石晶体的折射率与波长的关系式^[16]为

$$\begin{cases} n_o^2(\lambda) = 2.6926 + \frac{0.0192}{\lambda^2 - 0.0195} - 0.0143\lambda^2 \\ n_e^2(\lambda) = 2.1846 + \frac{0.0085}{\lambda^2 - 0.0143} - 0.0023\lambda^2 \end{cases}, \quad (11)$$

其中波长 λ 的单位是 μm 。假设光瞳滤波器随径向 ρ 的厚度分布为 $L(\rho)$, 则对应的光程差为

$$\Delta(\lambda, \rho) = n_e L(\rho). \quad (12)$$

又因为光程差 $\Delta(\lambda, \rho)$ 与相对相位 $\varphi(\rho)$ 之间满足 $\Delta(\lambda, \rho) = \lambda[\varphi(\rho) + 2k\pi]/2\pi$ (其中 k 为正整数), 所以材料厚度与相位的关系满足

$$L(\rho) = \frac{\lambda[\varphi(\rho) + 2k\pi]}{2\pi n_e}. \quad (13)$$

若以波长 $\lambda_1 = 555 \text{ nm}$ 的线偏振光垂直入射,代入(13)式可推导出滤波器的厚度为

$$L_1(\rho) = \frac{\lambda_1[\varphi(\rho) + 2k\pi]}{2\pi n_e(\lambda_1)}. \quad (14)$$

利用(14)式,当取 $k = 10000$ 时,滤波器的厚度 $L_1(\rho)$ 随径向坐标 ρ 的结构分布如图 4 所示。 k 取其他值时,厚度曲线的形状完全一样,在实际应用中,到底 k 取多大值,取决于实际需求。该滤波器对于波长 555 nm 的单色光可以实现超分辨,且 $G_1 = 0.83$ 。当用波长 $\lambda_2 = 400 \text{ nm}$ 的线偏振光垂直入射

结构如图 4 所示的光瞳滤波器时,由(11)式中第二个公式求出对应的折射率,则相位延迟为

$$\varphi_2(\rho) = \frac{2\pi n_e(\lambda_2)L_1(\rho)}{\lambda_2}. \quad (15)$$

经过数值计算,对应的光斑压缩比 $G_2=0.78$ 。由此可知,对于此设计的光瞳滤波器,当用 555 nm 和 400 nm 光入射时,都实现了超分辨,而且 G 都在 (0.74, 0.83) 范围内。通过进一步的数值模拟分析可知,对于 380~555 nm 波段中的任意波长,其光斑压缩比都在 (0.74, 0.83) 范围内。

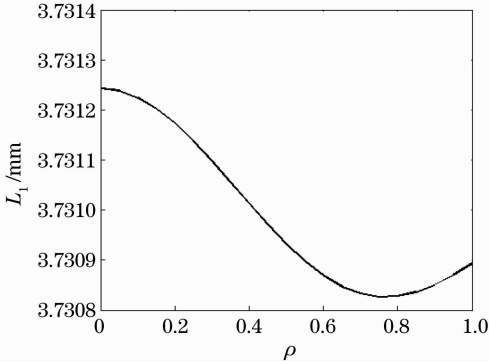


图 4 方解石晶体光瞳滤波器的径向结构图
Fig. 4 Radial structure of the proposed pupil filter made by calcite crystal

如果设计一个如图 4 所示结构的滤波器,设定其超分辨的光斑压缩比为 0.83,可以认为在 380~555 nm 范围内实现了消色差,因为所有 $G < 0.83$ 的光波对应的主瓣都在 $G = 0.83$ 的光波对应的主瓣之内。虽然随着 G 的减小, S 也会逐渐减小,但

表 1 G 随 λ 的变化

Table 1 G versus λ

$\lambda / \mu\text{m}$	0.3000	0.4000	0.5000	0.5890	0.6000	0.7000
n	1.5519	1.5304	1.5209	1.5163	1.5158	1.5126
G	0.7448	0.7552	0.8021	0.8385	0.8438	0.8750

当以 300~600 nm 波段中的任意波长入射时,光斑压缩比 G 都在 (0.74, 0.83) 范围内,对于最初设计的 $G=0.83$ 的滤波器来说,在 300~600 nm 范围内可以认为实现了消色差。图 5 为从不同波长入射时,系统的归一化横向光强分布,它们的主瓣零点半径很相近,进一步形象地说明以光学玻璃 BK7 为材料的光瞳滤波器在 300~600 nm 波段内可以实现消色差。

考查复色光入射时在焦点处产生的等效斯特雷尔比。设各波长成分均匀分布在 300~600 nm 范围内的复色光入射到光瞳滤波器上,则在焦点处的等效斯特雷尔比可表示为

只要保证光斑压缩比的最小值 G_{\max} 和最大值 G_{\min} 之间相差不是太大,即使会产生最小 G 值的光波对聚焦光束的贡献也不会太小。

随着 G 值的减小,对应聚焦光斑的旁瓣会向焦点处移动,从移动的总体结果来看,光束聚焦光斑的极小值会增大,但最大旁瓣值会减小,有利于旁瓣的压缩。同理,入射线偏振光的偏振方向与方解石晶体的光轴垂直的情况,设计过程与上面相同,只需将晶体的折射率改用(11)式中第一式给出的寻常光(o光)就可以了。

3.2 以光学玻璃 BK7 为材料设计

光学玻璃 BK7 是可见光谱区最常用的玻璃,这种玻璃的色散公式为^[17]

$$n^2 = a_0 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda^{-2} + a_3\lambda^{-4} + a_4\lambda^{-6} + a_5\lambda^{-8}, \quad (16)$$

式中 λ 的单位为 μm , $a_0 = 2.2697665$, $a_1 = -9.6395197 \times 10^{-3}$, $a_2 = 1.1025458 \times 10^{-2}$, $a_3 = 7.9465126 \times 10^{-5}$, $a_4 = 1.0120957 \times 10^{-5}$, $a_5 = -4.4096694 \times 10^{-7}$ 。

同理,如果仍然设计在波长范围内的光波对应的超分辨光斑压缩比在 (0.74, 0.83) 范围内,则以 BK7 为材料的光瞳滤波器随径向 ρ 的厚度分布为

$$L(\rho) = \frac{\lambda\varphi(\rho)}{2\pi n}. \quad (17)$$

考虑 589 nm 的单色光入射,对应的光瞳滤波器的结构与图 4 相似。在可见光范围内,光斑压缩比 G 随波长的数值变化如表 1 所示。

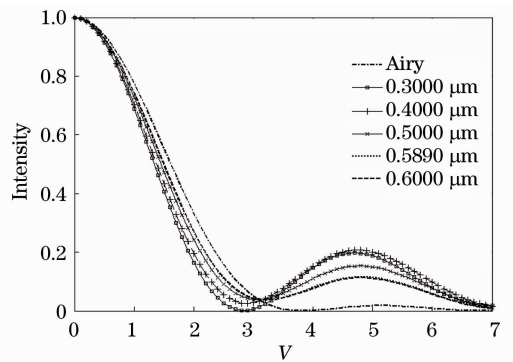


图 5 不同入射波长对应的归一化横向光强分布
Fig. 5 Normalized transverse light intensity versus V with different wavelengths

$$S = \frac{\int_{300}^{600} S_{\lambda} d\lambda}{\int_{300}^{600} d\lambda}. \quad (18)$$

以光学玻璃 BK7 为材料设计的光瞳滤波器为例分析,根据(18)式可得斯特雷尔比 $S=0.5032$,具有较高的斯特雷尔比。

4 误差分析

一般器件在制作时都会产生误差,假设在制作过程中产生了 5% 的厚度误差,分析它对消色差效

表 2 5% 误差带来的 G 的变化

Table 2 Changes of G affected by 5% error

$\lambda / \mu\text{m}$	0.3000	0.4000	0.5000	0.5890	0.6000	0.7000
G	0.7448	0.7552	0.8021	0.8385	0.8438	0.8750
G'	0.7474	0.7474	0.7917	0.8281	0.8333	0.8672
ΔG	0.0026	0.0076	0.0104	0.0104	0.0105	0.0052
$\Delta G/G / \%$	0.35	1.01	1.29	1.24	1.24	0.59

5 结 论

设计了一种基于第一类零阶贝塞尔函数的相位型超分辨光瞳滤波器,将其制作成一定的径向分布的形状,可以在一定波长范围内实现消色差的超分辨。分别以方解石晶体和光学玻璃 BK7 为材料举了两个设计实例,如果将滤波器的光斑压缩比设计成 $G=0.83$,方解石晶体光瞳滤波器在 380~555 nm 波段内可以实现消色差,光学玻璃 BK7 光瞳滤波器在 300~600 nm 波段内可以实现消色差,并可以实现较高斯特雷尔比。误差分析表明:在制作误差为 5% 时,对应光斑压缩比的相对变化量在 1.3% 以下,对超分辨效果影响很小。

参 考 文 献

- 1 H. Fukuda, R. Yamanaka. A new pupil filter for annular illumination in optical lithography[J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1992, **31**(12s): 4126~4130
- 2 T. R. M. Sales, G. M. Morris. Superresolution elements for high-density optical storage [C]. Joint International Symposium on Optical Memory and Optical Data Storage, 1996, 290~292
- 3 G. Boyer. New class of axially apodizing filters for confocal scanning microscopy[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(3): 584~589
- 4 V. F. Canales, D. M. de Juana, M. P. Cagigal. Superresolution in compensated telescopes[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(3): 935~937
- 5 Zhu Huafeng, Gan Huijing, Gao Hongyi *et al.*. A new design of adjustable superresolving filters based on birefringent crystal [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(1): 104~109
- 6 Zhu Huafeng, Gao Hongyi, Gan Huijing *et al.*. Double mode

果的影响。以光学玻璃 BK7 光瞳滤波器为例,得到不同波长入射光对应的光斑压缩比的变化量 ΔG 。理论上的光斑压缩比用 G 表示,考虑 5% 误差对应的光斑压缩比用 G' 表示,光斑压缩比的相对变化量用 $\Delta G/G$ 表示,如表 2 所示。

对表 2 中的各项数据进行分析可知,当制作过程中厚度存在一定的误差时,在可见光范围内,光斑压缩比的变化量 ΔG 都很小,并且相对变化量 $\Delta G/G$ 都在 1.3% 以下,表明制作光瞳滤波器时产生的 5% 的结构误差对消色差效果的影响很小。

high precision adjustable superresolving pupil filter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(12): 1829~1834

朱化凤,高鸿奕,干慧青等. 双模式高精度可调超分辨光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2006, **26**(12): 1829~1834

7 M. Yun, W. Liang, W. Kong *et al.*. Transverse superresolution and focal shift with rotational tunable phase mask [J]. *Opt. Commun.*, 2010, **28**(3): 2079~2083

8 H. Zhu, D. Li, N. Wang *et al.*. Precise analysis of combination homogeneous inhomogeneous material superresolution filters with double tunable modes [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(7): 2097~2101

9 Yun Maojin, Wang Mei, Kong Weijin *et al.*. Axial focal shift and extended focal depth with tunable filter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(3): 0311003

云茂金,王美,孔伟金等. 可调光瞳滤波器的轴向焦移及扩展焦深[J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 0311003

10 Xie Yile, Wang Jiming, Liu Youwen. Tuning analysis of electrically controlled amplitude based superresolution pupil filter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1464~1468

谢翊乐,王吉明,刘友文. 电控振幅型超分辨光瞳滤波器的调谐特性分析[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1464~1468

11 Cheng Kan, Tan Qiaofeng, Zhou Zhehai *et al.*. Design of three-dimensional superresolution diffractive optical elements for radially polarized beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3295~3299

程侃,谭峭峰,周哲海等. 径向偏振光三维超分辨衍射光学元件设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3295~3299

12 Wang Wei, Zhou Changhe, Yu Junjie. Transverse superresolution and extended axial focal depth realized by three-zone annular phase pupil filter [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(2): 024201

王伟,周常河,余俊杰. 三环位相型光瞳滤波器的横向超分辨与轴向焦深扩展[J]. *物理学报*, 2011, **60**(2): 024201

13 Xu Dan, Zhu Huafeng, Yun Maojin *et al.*. Design of amplitude superresolution pupil filter based on Bessel function [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(8): 082201

徐丹,朱化凤,云茂金等. 基于贝塞尔函数的振幅型系列超分

- 辨光瞳滤波器的设计[J]. 激光与光电子学进展, 2011, **48**(8): 082201
- 14 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics[M]. UK: Cambridge University Press, 5th Edition, 1999. 484~492
- 15 T. R. M. Sales, G. M. Morris. Diffractive super-resolution elements[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(2): 1637~1646
- 16 Chen Xiyuan, Shan Ming. Dispersion formula of calcite [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007, **34**(5): 38~42
- 陈西园, 单 明. 方解石晶体色散方程的研究[J]. 光电工程, 2007, **34**(5): 38~42
- 17 Moriaki Wakaki, Kelei Kudo, Takehisa Shibuya. Physical Properties and Data of Optical Materials[M]. Zhou Haixian, Cheng Yunfang Transl.. Beijing: Chemical Industry Press, 2009. 156~162
- Moriaki Wakaki, Kelei Kudo, Takehisa Shibuya. 光学材料手册 [M]. 周海宪, 程云芳 译. 北京: 化学工业出版社, 2009. 156~162

栏目编辑: 谢 婧