

基于 S 变换的改进窗口傅里叶三维测量法

董富强 达飞鹏 黄昊

(东南大学自动化学院, 江苏 南京 210096)

摘要 讨论了一维 S 变换在处理条纹图中的应用, 推导了 S 变换表达式, 提出一种基于 S 变换脊的自适应窗口傅里叶三维测量法。利用 S 变换对于频率的敏感性以及 S 变换脊思想, 求得任意点的瞬时频率。推导了在相位跳变剧烈区域相位二阶导 $\varphi''(b)$ 对 S 变换脊的影响, 并求得去除此影响后更为准确的瞬时频率。然后将瞬时频率倒数作为经典窗口傅里叶变换(WFT)的窗口大小, 解出条纹图的精确相位。最后对去除相位二阶导影响前后基于 S 脊的 WFT 进行对比仿真; 实验验证其与传统基于小波脊的 WFT 在抗噪声、解相位精度上的优势。

关键词 傅里叶光学; S 变换; 窗口傅里叶变换; 三维测量; 解相位

中图分类号 TN911.73 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0512008

Windowed Fourier Transform Profilometry Based on Advanced S-Transform

Dong Fuqiang Da Feipeng Huang Hao

(School of Automation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract An adaptive windowed Fourier transform (WFT) profilometry based on the ridge algorithm of S -transform is presented. The practical use of one-dimensional S -transform in processing fringe pattern is discussed, and the S -transform expression is derived. Every point's instantaneous frequency is calculated by taking advantages of S -transform's frequency sensitivity and its ridge idea. The influence of $\varphi''(b)$ on the ridge of S -transform is derived in the sharp phase transition region, and a more accuracy instantaneous frequency is calculated after removing this deviation. Then an accurate phase map of fringe pattern is calculated by using the windowed Fourier transform based on the window which is the reciprocal of instantaneous frequency. Finally, the simulation which compares the accuracy of phase map calculated by WFT based on S -transform (SWFT) before and after removing the influence from deviation of $\varphi''(b)$ is carried out. Experiments show its advantages in anti-noise and accuracy of the wrapped phase comparing to WFT based on wavelet-transform (WWFT).

Key words Fourier optics; S -transform; windowed Fourier transform; 3-D measurement; phase unwrapping

OCIS codes 120.5050; 120.5060; 100.5088

1 引言

基于光学投影的三维测量, 广泛应用于工业零件检测、生物医学和航空航天等领域。通常分为多帧处理相移法和单帧处理变换测量法。傅里叶变换轮廓术(FTP)^[1]是一种主动式单帧测量法, 最早由 Takeda 等提出, 众多学者对此作了深入的研究^[2~4]。由此开启了傅里叶变换法在三维测量领域

新的应用。但是由于傅里叶变换(FT)是全局变换, 不具有局部分析的能力, 故局部的错误无法单独分析解决。基于此, 具有局部分析优势的窗口傅里叶变换(WFT)^[5,6]被引入三维测量领域。局部信号分析使得信号处理结果更为精确, 而其中关键就是前期的窗口选择。窗口越大, 频率分辨率越好而空间分辨率越差; 窗口越小, 频率分辨率越差而空间分

收稿日期: 2011-11-24; **收到修改稿日期**: 2012-01-04

基金项目: 国家自然科学基金(51175081)和江苏省自然科学基金(BK2010058)资助课题。

作者简介: 董富强(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事三维测量及图像处理等方面的研究。E-mail: dfqcastro@hotmail.com

导师简介: 达飞鹏(1968—), 男, 博士, 教授, 主要从事三维测量及三维人脸识别等方面的研究。

E-mail: dafp@seu.edu.cn(通信联系人)

分辨率越好。因此窗口的选择对于三维测量的精度有着重大影响。根据海森伯测不准原理,不能给出一个完全准确的窗口大小,但是可以不断地优化。因此如何选取自适应窗口成为一个难点,于是小波变换法^[7]等被引入三维测量,对于窗口大小的选择给出了详尽的分析,对窗口傅里叶测量法的精度和速度都有提高。但是由于窗口傅里叶处理高分辨率的图像比较缓慢,因此在实时性有要求的情况下,有必要尽量减少窗口大小的计算时间。由于S变换可以利用快速傅里叶算法,使得其运算速度相对于传统的小波脊法有很大提高。

S变换于1996年由Stockwell等^[8]提出,因为同时具有傅里叶变换和小波变换的优点,以及其优良的时-频分析技术,故被广泛应用于各个学科。傅里叶变换建立了时间域和频率域之间的联系,傅里叶变换在频率域上可以达到很高的分辨率,但是却丢失了重要的空间信息。S变换由高斯窗函数与傅里叶基函数构成,具有类似小波变换的性质,而且在处理速度以及频谱处理上拥有更多的优势。S变换已经应用到各个三维测量领域^[9~15],特别是应用到窗口傅里叶轮廓术^[10]等经典方法中,但其中并未给出脊的严格推导以及脊所带来的误差分析。

本文从S变换脊的定义出发,建立S变换脊与瞬时频率之间的联系;推导了相位二阶导 $\varphi''(b)$ 对脊求取精度的影响;给出去除相位跳变剧烈区域相位二阶导对于脊的求取精度的影响,降低跳变剧烈区域窗口求取的误差。仿真和实验验证了所提出的基于改进S变换脊窗口傅里叶变换(SWFT)相对于传统的小波脊窗口傅里叶变换(WWFT)在精度和效率上都有很大的提高。

2 窗口傅里叶变换

2.1 窗口傅里叶变换基本理论

窗口傅里叶变换是傅里叶变换的延拓形式,是在傅里叶变换基础上的应用发展,其一维变换形式为

$$F_w(b, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)W(x-b)\exp(-j\xi x)dx, \quad (1)$$

式中 $g(x)$ 为一行光栅图像信号, $W(x-b)$ 为带有伸缩因子的窗口函数, b 代表偏移量,控制窗口在 x 轴方向的移动。通常使用高斯窗口作为傅里叶窗口来使用,引入窗口伸缩因子 δ 后,窗口函数定义为

$$W(x) = \frac{\delta^{-1}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(b-x)^2}{2\delta^2}\right]. \quad (2)$$

完整变换表示为

$$F_w(b, \xi) = \delta^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\exp(-j\xi x) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(b-x)^2}{2\delta^2}\right] dx, \quad (3)$$

式中窗口大小随着 δ 变化而变化, δ 增大的同时窗口大小逐渐增大。又由(2)式是带有平移与伸缩因子的高斯函数,其同样具有高斯函数族的特性:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\omega\left(\frac{x-b}{\delta}\right)}{\delta} dx = 1. \quad (4)$$

对(3)式进行变换

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} F_w(b, \xi) db &= \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\exp(-j\xi x)W(x)dxdb &= \\ \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\exp(-j\xi x) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} W(x)db \right] dx &= F(\xi). \end{aligned} \quad (5)$$

由(5)式可知,当频谱不产生混叠时,窗口傅里叶变换得到的频谱经过叠加可以得到与傅里叶变换同样的频谱。可见当选择一个合适的窗口时窗口傅里叶不仅可以由单帧图像解出相位,而且可以利用窗口进行局部信号分析,精度上也有大幅提高。

2.2 窗口傅里叶滤波法解相位

窗口傅里叶滤波法通过对窗口傅里叶变换后的频谱进行滤波来处理条纹图信息。幅值大于一定阈值的将保留,小于阈值的将作为噪声滤除。由于在频谱中噪声所带来的幅值变化十分微小,所以选择合适的阈值就可以将频谱中的噪声滤除。滤除噪声后可以得到不含背景分量和噪声的相位图,由此可以计算出相位信息:

$$\overline{F_w(b, \xi)} = \begin{cases} F_w(b, \xi), & F_w(b, \xi) \geq T \\ 0, & F_w(b, \xi) < T \end{cases} \quad (6)$$

$$\overline{g(x)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{F_{w1}(b, \xi)} \omega(x-b)\exp(j\xi x) dbd\xi, \quad (7)$$

$$\varphi(x) = \arg \overline{g(x)}. \quad (8)$$

(6)式为窗口傅里叶变换滤波公式,其中 $F_w(b, \xi)$ 为窗口傅里叶变换后频谱, T 为滤波阈值, $\overline{F_w(b, \xi)}$ 为滤波后的窗口傅里叶变换, \arg 表示取角度。一行调制条纹图[见图1(a)]经过窗口傅里叶变换,叠加后得到的频谱与傅里叶变换相同[见(5)式],故 $F_w(b, \xi)$ 中含有背景

分量和高频噪声[见图 1(b)]。经过滤波[见(6)式],可以去除原始信号中的高频噪声。然后再提取基频分

量并去除背景分量,便可以得到只含有相位信息和幅值信息的傅里叶频谱 $\overline{F_{w_1}(b, \xi)}$ [见图 1(c)]。

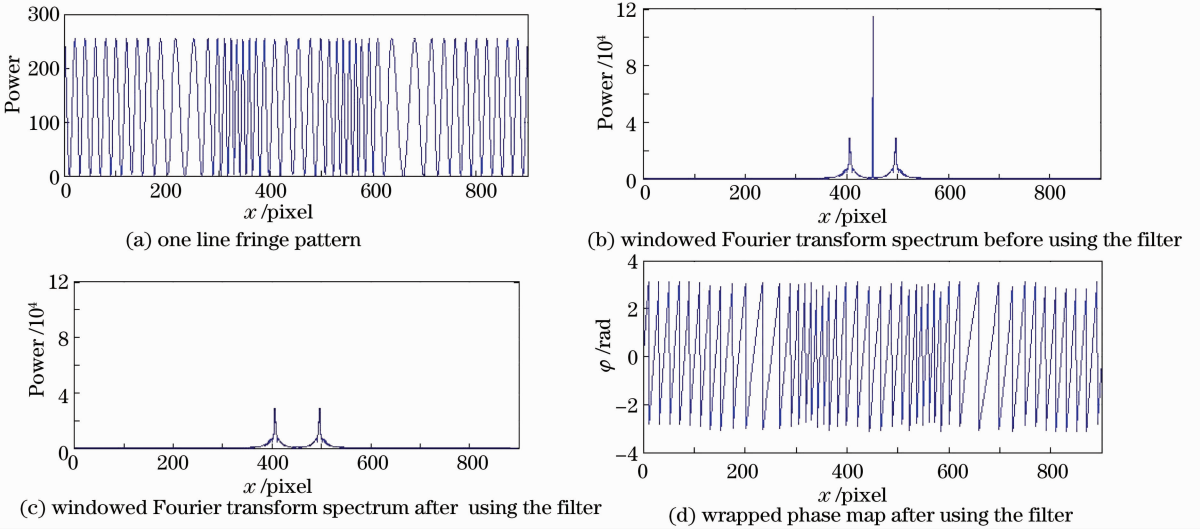


图 1 窗口傅里叶变换滤波法解相位

Fig. 1 Phase unwrapping by windowed-Fourier-transform filtering

(7)式为求取滤波后窗口逆傅里叶变换公式,其中 $\omega(x-b)$ 为窗口函数(窗口大小由下一节的 S 变换确定), $\overline{g(x)}$ 为窗口逆傅里叶变换后不含背景与噪声分量的相位信息[见图 1(d)],由于原始信号是变形条纹,相位并不为 0,故而反变换后的信号为复数值。最后直接求取 $\overline{g(x)}$ 的相位角,即可得到变形条纹图的包裹相位[见(8)式]。

本文不使用窗口傅里叶脊法来求解相位,以避免由于窗口傅里叶脊在跳变过于剧烈区域计算不准确而带来的误差。实验利用 S 变换求取每一点的瞬时频率,利用瞬时频率求取自适应窗口大小,然后用窗口傅里叶滤波法求出包裹相位,最后利用质量图引导的洪水解包裹法求得实际相位。下一节将详细介绍 S 变换脊思想以及如何求取窗口大小和控制误差。

3 改进的 S 变换脊法

3.1 S 变换基本原理

S 变换是窗口傅里叶的延拓,在窗口傅里叶的基础上增加频率因子 f 使得变换与条纹图的频率产生联系,其一维表达式为

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\omega(b-x, f)\exp(-j2\pi fx)dx, \quad (9)$$

式中 $g(x)$ 为一行光栅图像信号, $\omega(b-x, f)$ 为尺度伸缩的高斯窗口函数。窗口的大小受到频率因子 f

的约束,其窗口表达式为

$$\omega(b-x, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{f^2(b-x)^2}{2}\right], \quad (10)$$

式中 b 为平移因子,控制窗口在 x 轴方向的移动,窗宽 $\Delta x = \frac{\sqrt{2}}{2f}$,与 f 成反比。

3.2 改进 S 变换脊

变形光栅正弦条纹图的任意一行可以表示为

$$f(x) = I_0(x) + I_1(x)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)], \quad (11)$$

式中 $I_0(x)$ 表示背景光照与物体反射率的乘积, $I_1(x)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)]$ 表示变形条纹图中某一点不含背景分量的灰度值。那么在 b 点对 $\varphi(x)$ 进行泰勒展开

$$\varphi(x) = \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b) + o[\varphi''(b)]. \quad (12)$$

考虑到 $I_0(x)$ 和 $I_1(x)$ 比较缓慢的变化率,在 $\left[x - \frac{\Delta x}{2}, x + \frac{\Delta x}{2}\right]$ 的邻域内可以定义 $I_0(x) = I_0(b)$, $I_1(x) = I_1(b)$ 。相位变化也比较平缓^[11],定义 $o[\varphi''(b)] \approx 0$ 于是条纹图的相位信息可以表示为

$$\varphi(x) = \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b), \quad (13)$$

根据 S 变换脊推导,可以给出以下定义:

$$S(b, f) = S_0(b, f) + S_1(b, f) + S_2(b, f), \quad (14)$$

其中

$$S_0(b, f) = I_0(b) \exp(-2\pi^2) \exp(-j2\pi fb), \quad (15)$$

$$S_1(b, f) = \frac{1}{2} I_1(b) \exp\left\{-\frac{2\pi^2}{f^2} \left[-f + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right]^2\right\} \exp\{-j[2\pi fb - 2\pi f_0 b - \varphi(b)]\}, \quad (16)$$

$$S_2(b, f) = \frac{1}{2} I_1(b) \exp\left\{-\frac{2\pi^2}{f^2} \left[-f - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right]^2\right\} \exp[-j(2\pi fb + 2\pi f_0 b) + \varphi(b)]. \quad (17)$$

取 $|S(b, f)|$ 的模值, 当其取得最大值时有

$$f_b = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}, \quad (18)$$

式中 $\frac{\varphi'(b)}{2\pi}$ 为某一点处的相位变化率, 即通常意义

上的瞬时频率, 定义为 $f_{\text{ins}} = \frac{\varphi'(b)}{2\pi}$ 。

对仿真条纹图(900 pixel×900 pixel)一行任意

一点作 S 变换, 采样频率以 0.001 Hz 的幅度从 1/450 变化到 1, 对 S 变换后的复数值取模值, 可得其脊处频率值 f_b (如图 2 所示, 横坐标为采样周期, 纵坐标为对应的频率 S 变换后的幅值), 然后便可通过已知的 f_0 [见 (18) 式] 求得瞬时频率 f_{ins} [即 $\frac{\varphi''(b)}{2\pi}$]。

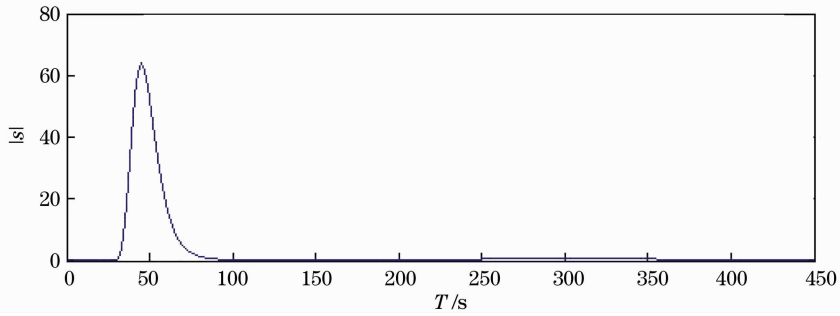


图 2 S 变换脊

Fig. 2 Ridge of S-transform

此结论是在相位变化比较平缓^[12]的前提下得到的, 由于 S 脊法只选取 $\varphi'(b)$ 之前的值, 而在实际使用中很容易出现相位跳变剧烈的区域, $\varphi''(b)$ 也不再是趋于零而可以消除的量, 通常在 $\varphi'(b)$ 变化较大区域 $\varphi''(b)$ 将趋于平缓, 此时 $\varphi''(b)$ 对脊的求取精度影响很低, 于是可以假定在跳变剧烈区域 $\varphi'''(b)$

为 0。因此可以将相位表示为

$$\varphi(x) = \varphi(b) + \varphi'(b)(x - b) + \frac{\varphi''(b)(x - b)^2}{2}. \quad (19)$$

由此导致 $S_1(b, f)$ 和 $S_2(b, f)$ 中分别出现两项误差量

$$\begin{aligned} \epsilon_1(f, b) &= \frac{f}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} I_1 \exp\left\{j\left[\frac{1}{2}\varphi''(b)(x - b)^2\right]\right\} \exp\left[-\frac{f^2(x - b)^2}{2}\right] \exp(-j2\pi fx) dx = \\ &= \frac{I_1 \exp(-j2\pi fb)}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{1}{2}\varphi''(b) \frac{t^2}{f^2}\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(2\pi t) dt + \\ &+ j \frac{I_1 \exp(-j2\pi fb)}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{1}{2}\varphi''(b) \frac{t^2}{f^2}\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(2\pi t) dt, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_2(f, b) &= \frac{f}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} I_1 \exp\left\{-j\left[\frac{1}{2}\varphi''(b)(x - b)^2\right]\right\} \exp\left[-\frac{f^2(x - b)^2}{2}\right] \exp(-j2\pi fx) dx = \\ &= \frac{I_1 \exp(-j2\pi fb)}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{1}{2}\varphi''(b) \frac{t^2}{f^2}\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(2\pi t) dt - \\ &- j \frac{I_1 \exp(-j2\pi fb)}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{1}{2}\varphi''(b) \frac{t^2}{f^2}\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(2\pi t) dt, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\epsilon_0 = \epsilon_1(f, b) + \epsilon_2(f, b) = I_1 \exp(-j2\pi fb) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{1}{2}\varphi''(b) \frac{t^2}{f^2}\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(2\pi t) dt, \quad (22)$$

式中包含变量 f , 可见 $\varphi''(b)$ 较大时, $f_b = f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi}$ 将偏离脊频。由于 S 变换是对每一点不断地使用不同频率的变换来求取脊频(其中采样频率以 0.001 Hz 的幅度从 1/450 变化到 1), 因此 S 变换 $S = S_0 + S_1 + S_2 + \epsilon_0$ 中每一个点逐频去除 ϵ_0 , 再求取 $S_\epsilon = S_0 + S_1 + S_2$ 的脊便可得到较为精确的 $f_b = f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi}$ 。 ϵ_0 中只有 $\varphi''(b)$ 一个未知量, 利用以下方法近似求取 $\varphi''(b)$ 。

在不考虑 $\varphi''(b)$ 的情况下, 利用 S 变换脊法求得

$$f_b = f_0 + \frac{\varphi'}{2\pi}. \quad (23)$$

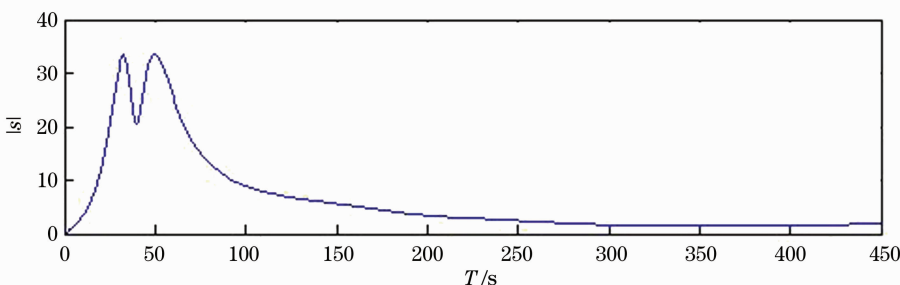


图 3 去除二阶误差后 S 变换脊

Fig. 3 Ridge of S-transform without the influence of $\varphi''(b)$

由傅里叶变换的定义可知, 窗口函数[见(10)式]可以变化为

$$\omega(b-x, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp[j2\pi\alpha(b-x)] d\alpha, \quad (26)$$

式中 $W(\alpha, f)$ 为 $\omega(x, f)$ 的傅里叶频谱, α 为频域变量。将其代入 S 变换式[见(9)式]中

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-j2\pi fx) \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp[j2\pi\alpha(b-x)] d\alpha \right\} dx. \quad (27)$$

令 $G(\alpha) = F\{g(x)\}$, 可以得到 S 变换的简化形式

$$S(b, f) = F^{-1}\{G(\alpha + f)W(\alpha, f)\}. \quad (28)$$

因此在使用 S 变换只需要进行两重的快速傅里叶变换, 便可以快速地得到每点的瞬时频率。同样是求取瞬时频率以提高窗口傅里叶的精度, S 变换在变换效率上有着天然的优势。在使用 S 变换时频率 f 的采样率可以自行控制, 在尼奎斯特定律限定之内, f 可以以 0.1% 的变化率变化, 以此获得较高

考虑 $\varphi''(b)$ 后, f_b 存在一个与 $\varphi''(b)$ 相关的偏差设为 $K[\varphi''(b)]$ 。

$$f_b = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi} + K[\varphi''(b)], \quad (24)$$

对 f_b 求导得

$$f'_b = \frac{\varphi''(b)}{2\pi} + K\{o[\varphi''(b)]\} \approx \frac{\varphi''(b)}{2\pi}. \quad (25)$$

求得的 $\varphi''(b)$ 代入 ϵ_0 中, 便可再次利用 S 脊去除受 $\varphi''(b)$ 影响的误差量(见图 3), 由图 3 可知瞬时频率并不在 S 变换的脊处, 而是在脊的两边分布。此时存在两个瞬时频率, 当 $\varphi''(b)$ 为正的时候选择较大的脊频, 当 $\varphi''(b)$ 为负时选择较小的脊频, 以此减小跳变区域瞬时频率求取误差。

精度的瞬时频率。

4 仿真与实验

4.1 仿真

本文采用模拟调制的半圆条纹图(900 pixel × 900 pixel)(见图 4)来进行仿真, 因为在半圆中存在周期逐渐变化区域, 以此来验证 S 变换求取窗口的准确性。半圆调制条纹图公式为

$$I(x, y) = 0.5 + 0.5 \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (29)$$

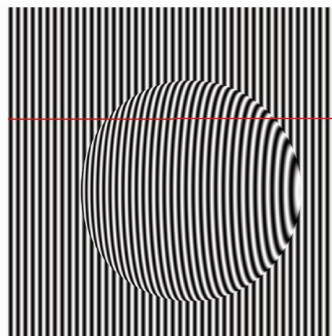


图 4 半球调制条纹图

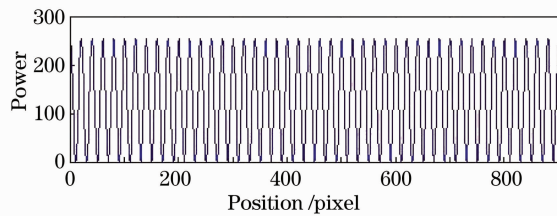
Fig. 4 Modulated fringe pattern of hemisphere

式中

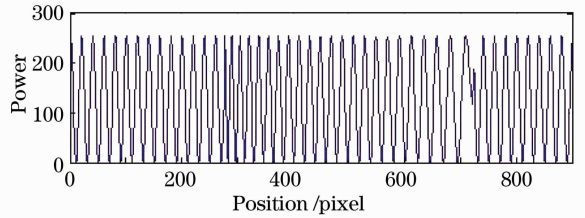
$$\phi(x,y) = 14 \sqrt{1 - \frac{(x-500)^2 + (y-500)^2}{300^2}},$$

$f_0 = 0.05$ 。实验中求取第 300 行窗口的变化以进行比较,实验如图 4 所示。

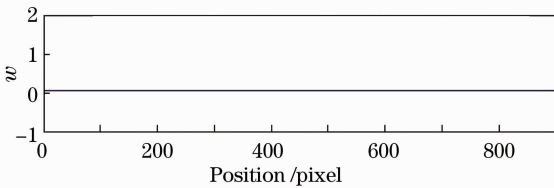
分别取 $y=30$ 和 $y=300$ 行(红线位置)数据,利用 S 变换脊脊法求出每一点的瞬时频率。图 5(a)与图 5(b)分别为调制条纹图的第 30 行和第 300 行数据。



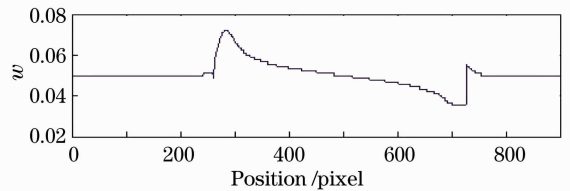
(a) phase of 30 row pixel



(b) phase of 300 row pixel



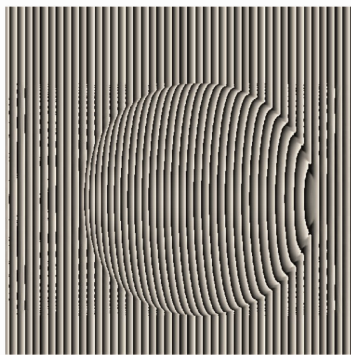
(c) instantaneous frequency of 30 row pixel



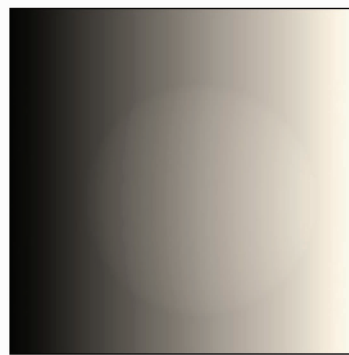
(d) instantaneous frequency of 300 row pixel

图 5 S 变换脊脊法求取瞬时频率

Fig. 5 Calculate the instantaneous frequency by using the ridge of S -transform



(a) wrapped phase map by using WFT



(b) unwrapped phase map by using flood unwrapping algorithm

图 6 调制条纹图解出的相位图

Fig. 6 Phase map of unwrapped modulated fringe pattern

在调制条纹图中加入高斯噪声,测试改进基于 S 脊的 WFT 相对于基于小波脊的 WFT 的抗噪性和稳健性,加入噪声的调制条纹图(以 7% 的高斯噪声为例)

$$I(x,y) = 0.5 + 0.5\cos[2\pi f_0 x + \phi(x,y)] + 0.07N, \quad (30)$$

式中 N 表示噪声。

图 7(a)为含有高斯噪声的调制条纹图,放大半球中间红色区域[见图 7(b)],利用改进 SWFT 解

图 5(c)为第 30 行所对应的瞬时频率,图 5(d)为第 300 行所对应的瞬时频率。从图中可以看出,理论瞬时频率和实际瞬时频率变化相一致。利用 $\omega = 1/f_{ins}$ 可以求出每一点所对应的窗口大小,利用窗口傅里叶轮廓术,解出调制条纹图的相位图[见图 6(a)],再使用质量图引导的洪水解包裹法^[13]解出实际相位展开图[见图 6(b)]。

出包裹相位[见图 7(c)]。尽管在图 7(b)中含有大量的噪声,仍然能够准确地解出包裹相位。下面就改进的 SWFT 与 WWFT 在不同高斯噪声等级下作对比仿真。

实际情况中噪声不会超过 10% 的高斯噪声,否则人眼都难以分辨相位高度,对比实验选择 5%~10% 的高斯噪声。调制条纹图解出的相位减去标准相位 $\phi(x,y)$,求取第 300 行标准偏差。

图 8 中虚线表示 SWFT 展开相位相对于标准

相位所产生的标准偏差,实线表示 WWFT 展开相位相对于标准相位所产生的标准差。由图可见 SWFT 比 WWFT 有更强的稳健性,在加入高斯白

噪声后同样能够保持标准差在 0.1 左右,相比 WWFT 平均提高约 10% 的噪声稳定性。

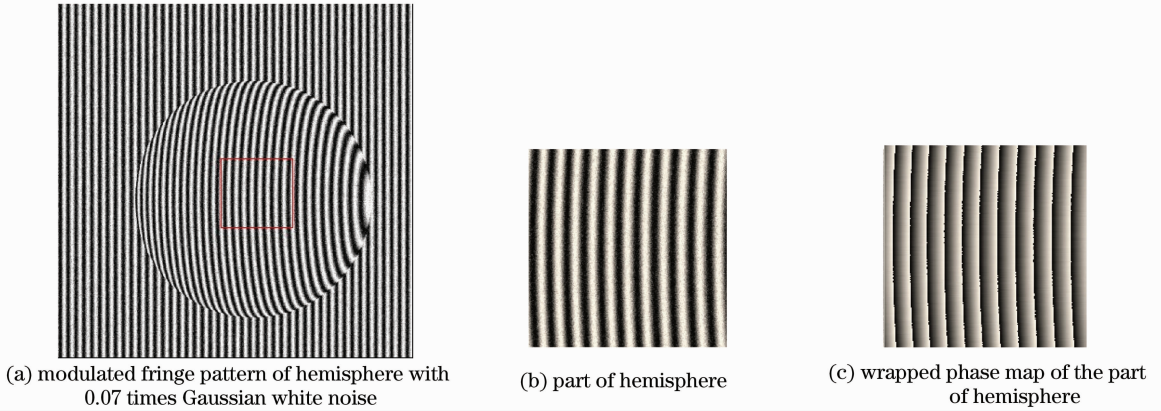


图 7 带有噪声的半球条纹图解相位

Fig. 7 Wrap the modulated fringe pattern of hemisphere with Gaussian white noise

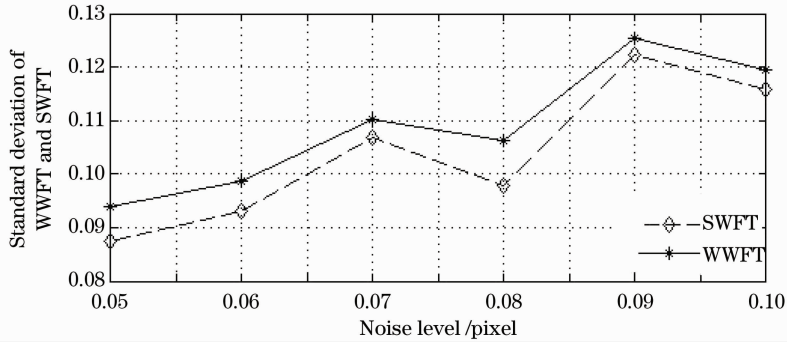


图 8 SWFT 与 WWFT 对含高斯白噪声的调制条纹图解相标准差的对比

Fig. 8 Contrast of standard deviation for wrapping modulated fringe pattern with Gaussian white noise by using SWFT and WWFT

半圆的相位变化比较平缓,不能体现去除 S 变换脊中 $\varphi''(b)$ 所带来的影响。选用相位误差更为突出的 peak 仿真函数:

$$\varphi(x, y) = 2\{3(1-x)^2 \exp[-x^2 - (y+1)^2]\} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) \exp(-x^2 - y^2) - \frac{1}{3} \times \exp[-(x+1)^2 - y^2]. \quad (31)$$

调制条纹图如图 9(a) 所示,相位图如图 9(b) 所示,可以看出图中存在着几个相位差较大的区域。使用 S 变换脊法求出调制条纹图的包裹相位图,在相位变化较大区域解相位存在错误[见图 9(c) 红色区域,彩图请见网络电子版]。而使用本文提出的误差改进算法,去除 $\varphi''(b)$ 所带来的误差,从而降低相位突变区域的瞬时频率偏差。使用改进后的 S 变换求得的窗口解相位[见图 9(d)],在相位突变区域的相位误差极大的减小。最后利用洪水解包裹法对两种方法分别进行解包裹,普通的 S 变换脊法展开相位在解相

位错误区域出现部分拉线现象[见图 9(e) 中红色区域],而去除误差的 S 变换脊法的展开相位[见图 9(f)] 则不存在任何的拉线等现象。包裹相位展开图恢复三维图中可以看到,拉线部分恢复的三维图在坡度最陡区域存在断层现象[见图 9(g)],说明解出的相位存在错误,而去除误差的 S 变换脊算法则能够完整的恢复 peak 函数的三维图形[见图 9(h)]。

用 peak 函数来分析 SWFT 与 WWFT 在没有噪声情况下,解相位与标准相位的误差。选择 peak 函数相位的 400 行数据进行分析,如图 10,在图像边缘处误差较低,WWFT 与 SWFT 解相误差水平相当。但是在中间出现跳变区域,改进的 SWFT 比 WWFT 更为精确,特别是在 600~700 列(见图 10 红色区域)相位出现峰值区域,SWFT 解相位的误差比 WWFT 小很多。

对 peak 函数运用 SWFT 和 WWFT 进行解相标准偏差对比(见表 1),从表中可知 900 pixel ×

900 pixel规格的 peak 函数仿真条纹图,SWFT 比 WWFT 解相精度高。特别是在第 450 行,peak 函数的峰值达到最大,改进后的 S 变换更加有优势。

从表中可知,在仿真图中间对解相位误差的抑制可以达到最高,而在边缘区域,两者解相位误差近乎一致。可以说明,跳变越剧烈,SWFT 的优势越明显。

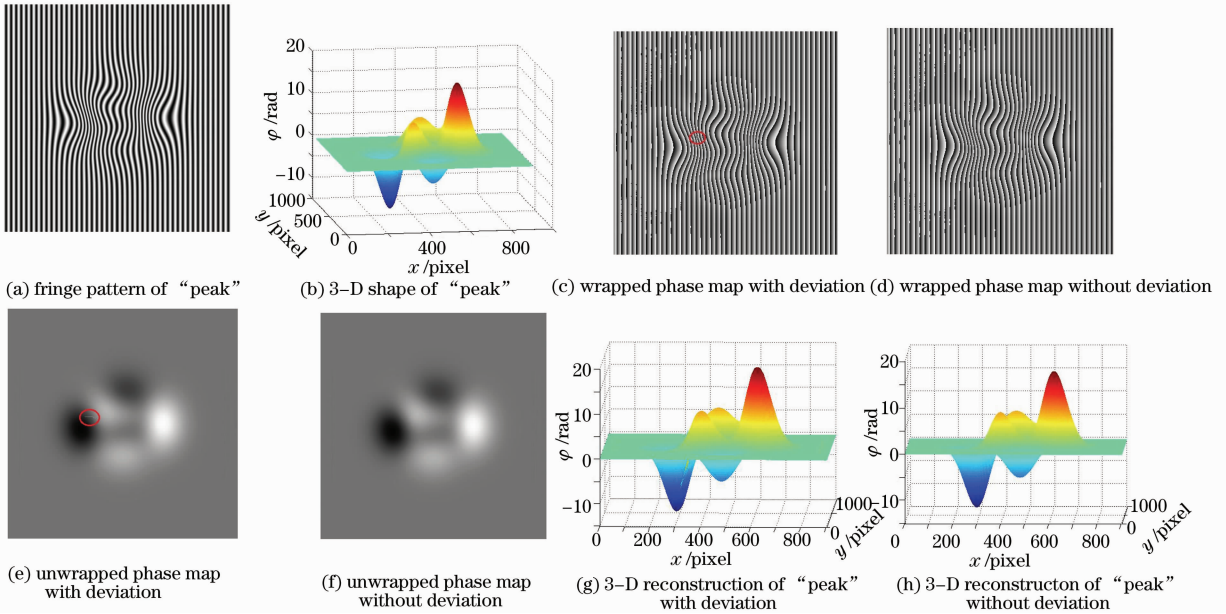


图 9 去除二阶导前后 peak 调制条纹图的解相误差对比

Fig. 9 Comparison of phase unwrapping error peak fringe pattern before and after removal of 2nd-order derivative

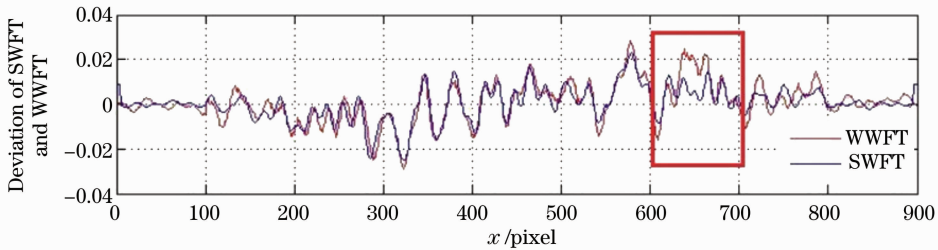


图 10 SWFT 与 WWFT 解相误差对比

Fig. 10 Comparison between different unwrapped phase errors using SWFT and WWFT

表 1 SWFT 与 WWFT 解相标准差对比

Table 1 Comparison between different standard deviations of phase unwrapping by using SWFT and WWFT

Line	WWFT	SWFT	Contradistinction / %
250	0.0528	0.0528	0
420	0.0583	0.0575	1.3
435	0.0498	0.0435	12.7
445	0.0611	0.0517	15.3
450	0.0726	0.0540	25.6
455	0.0747	0.0557	25.4
465	0.0580	0.0550	5.1
480	0.0486	0.0474	2.5
650	0.0435	0.0435	0

仿真实验平台统一为 Matlab2010b,CPU 采用 Intel 奔腾 4 处理器,内存为 1 GB。经测算实验中处理 900 pixel×900 pixel 大小的调制条纹图,S 脊

法求取其瞬时频率计算时间为 17 s。可以说明在运算速度上,S 变换与快速傅里叶变换速度相当。

4.2 实 验

利用一个带有跳变的护板来验证本 S 变换求取瞬时频率的准确性。投射基频为 0.05 Hz 的正弦条纹图,采集到的护板变形条纹图如图 11(a)所示。图中可以看出由于护板右上角光线过暗,采用 S 脊窗口傅里叶解相位之后的相位图[见图 11(b)]存在误差,同样采用小波脊窗口傅里叶解相位[见图 11(c)]存在着误差,可见对于阴影 S 脊 WFT 与小波脊 WFT 都有着解相上的误差。图 11(d)为洪水解包裹相位图,两种方法在展开图中几乎没有差异。在去除背景后的实际三维图中可以看出由于 WFT 在边缘处窗口存在错误,解相位都存在着毛刺现象。但去除 $\varphi''(b)$

误差后 SWFT 对于相位剧烈跳变处窗口误差控制更强。图 11(e)相位跳变处展开相位不存在毛刺现象, WWFT[见图 11(f)]解相后在出现数个间断毛刺。由于窗口傅里叶变换具有边缘效应,故实验中

扩大条纹范围即可解决物体边缘毛刺问题。最终重构出的点云如图 11(g)所示,可见物体悬空相位剧烈跳变区域都能够准确重构。

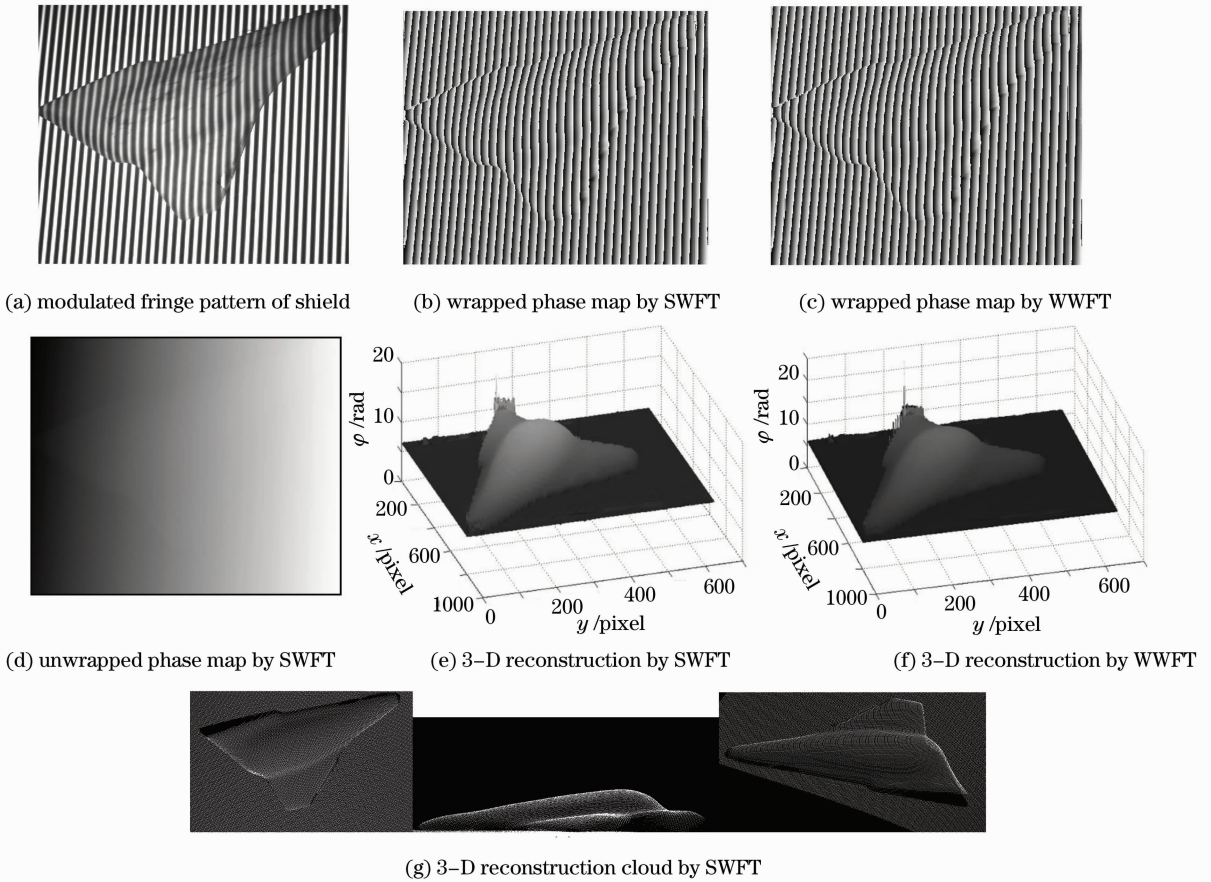


图 11 SWFT 与 WWFT 护板三维重建效果对比

Fig. 11 Comparison between 3-D reconstructed shield by SWFT and WWFT

5 结 论

由于同时具有小波以及傅里叶变换的优点,在计算瞬时频率方面更是有着天然的优势, S 变换成为一种应用于三维测量的新的时频分析技术。通过 S 变换频率与瞬时频率的关系,可以通过脊的思想应用到窗口傅里叶变换中,以求取包裹相位。本文主要提出了改进的 S 变换脊求取自适应的 WFT 窗口,应用窗口傅里叶变换求取调制条纹图包裹相位;推导了 S 脊用来求取瞬时频率的表达式;推导了相位二阶导导致的脊求取误差表达式并予以去除。仿真实验表明去除相位二阶导后的窗口大小更能抑制相位跳变剧烈区域的误差,实验表明基于改进的 S 脊 WFT 比基于小波脊 WFT 稳健性更强,更能减少高度跳变剧烈区域的解相错误,并且有着较快的计算速度。

参 考 文 献

- 1 Mitsuo Takeda, Kazuhiro Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry; a review [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2001, **35**(5): 263~284
- 3 Peng Bu, Wenjing Chen, Xianyu Su. Analysis on measuring accuracy of Fourier transform profilometry due to different filtering window [J]. *Laser J.*, 2003, **24**(4): 43~45
- 4 Hao Huang, Feipeng Da. Improved Fourier transform profilometry based on color pattern projection [C]. *Chinese Conference on Pattern Recognition, CCPR*, 2010. 613~618
- 5 Kemao Qian. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(13): 2695~2702
- 6 Wen Jiawen, Zhong Jingang. Application of dilating Gabor transform to three-dimensional shape analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 725~729
- 7 Yu Huang, Jingang Zhong. Improved algorithm to choose the window scale for windowed Fourier transform profilometry [J]. *Optical Technique*, 2010, **36**(3): 378~385

- 黄 宇, 钟金钢. 窗口傅里叶变换轮廓术中窗口尺度选取的改进 [J]. 光学技术, 2010, **36**(3): 378~385
- 8 R. G. Stockwell, L. Mansinha, R. P. Lowe. Localization of the complex spectrum; the S-transform [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, **44**(4): 998~1001
- 9 Dursun Ali, Sarac Zehra, Sarac Topkara Hülya *et al.*. Phase recovery from interference fringe by using S-transform [J]. *Measurement*, 2008, **41**(4): 403~411
- 10 Zheng Suzhen. Phase extraction on S-transform guiding windowed Fourier transform [J]. *Optical Technique*, 2011, **37**(2): 217~219
- 郑素珍. S变换引导的窗口傅里叶变换相位提取 [J]. 光学技术, 2011, **37**(2): 217~219
- 11 Jiang Mohua, Chen Wenjing, Zheng Zhiping. Research of phase demodulation technique based on S-transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412001
- 蒋模华, 陈文静, 郑志平. 基于 S 变换的解相技术研究 [J]. 光学学报, 2011, **31**(4): 0412001
- 12 Jingang Zhong, Jiawen Wen. Spatial carrier-fringe pattern analysis by means of wavelet transform; wavelet transform profilometry [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(26): 4993~4998
- 13 Hao Huang, Feipeng Da. A fast, accurate phase unwrapping method for wavelet-transform profilometry [J]. *Opt. Commun.*, 2012, **285**(4): 421~432
- 14 Cai Yixiang, Chen Wenjing, Li Sikun *et al.*. Application of two-dimensional continuous wavelet transform in demodulating fringe pattern with two frequency components [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(7): 071001
- 蔡义祥, 陈文静, 李思坤等. 二维小波变换在解调双载频条纹图中的应用 [J]. 激光与光电子学进展, 2010, **47**(7): 071001
- 15 Zhong Min, Chen Wenjing, Jiang Mohua. Elimination of nonlinear error in deformed fringe pattern by S-transform profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112003
- 钟 敏, 陈文静, 蒋模华. S变换轮廓术中消除条纹非线性影响的方法 [J]. 光学学报, 2011, **31**(11): 1112003

栏目编辑: 何卓铭