

移动特征靶标的摄像机径向畸变标定

王会峰¹ 王炳健²

(¹ 长安大学电子与控制工程学院, 陕西 西安 710064)
(² 西安电子科技大学技术物理学院, 陕西 西安 710071)

摘要 针对成像测量系统中镜头径向畸变影响测量精度的问题, 提出了一种基于物面移动同心圆特征靶标的径向畸变标定方法。该方法先将固定在二维精密平台上的同心圆靶标置于垂直物面的特定位置, 然后采集靶标图像, 同时用最小二乘法以拟合得到的圆直径为条件, 按一定方式移动特征靶标, 直到拟合值达到极值或者在一定误差范围内。记录该幅图像, 则其拟合得到的圆心坐标便是畸变中心, 同时利用该幅图像, 根据等差值半径和摄像机成像模型的半径的成像关系求出其畸变多项式系数。为提高特征靶标的移动效率, 提出了坐标轮换最优化移动的方案。实验结果表明, 该方法对畸变中心的标定精度可达 0.6 pixel, 畸变多项式系数有效数字重复误差小于 0.02, 并可实现两者的一靶标定, 且利用该法获得的参数能实现对畸变图像的准确校正。

关键词 测量; 同心圆靶标; 坐标轮换; 最小二乘法

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0512007

Camera Radial Distortion Calibrating Method Based on Moving Characteristic Target

Wang Huifeng¹ Wang Bingjian²

(¹ School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710064, China)
(² Scholl of Technical Physics, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract In order to reduce the measurement error caused by camera radial distortion in measurement system based on image, a new distortion calibration method is designed, resorting to characteristic concentric circles target. A character target rode on a two-dimensional fine platform is situated in a known position of the object side which is vertical to the optical axis, then the target images are collected and processed. A least square arithmetic is introduced to compute the fitting radius according to which the characteristic target is moved in a scheduled mode until the radius is maxim or in the demanded range. At the very time the center of the concentric circles is the camera distortion center, the coefficients of the distortion polynomial are gotten recurring to relation of arithmetical radius and imaging model radius of the camera. To find the distortion center coordinate rapidly, a coordinate alternating optimization arithmetic is applied. Experimental results show that the precision of the camera radial distortion center location demarcating can reach 0.6 pixel, and the repeated error of significant figures for polynomial coefficients is less than 0.02, and all can be realized with one character target. The distorted image can be corrected perfectly.

Key words measurement; concentric circles target; coordinate alternation arithmetic; totally least square arithmetic

OCIS codes 120.4801; 150.1488; 100.2000

1 引言

径向畸变是由于光学系统本身的非线性, 使得

主光线与高斯像面交点的高度偏离理想像高而产生的图像异常现象^[1], 它虽不影响成像的清晰度, 却使

收稿日期: 2011-11-18; 收到修改稿日期: 2012-01-05

基金项目: 国家自然科学基金(61107007, 41101357)和中央高校基本科研业务费专项(CHD2011TD018, CHD2009JC047)资助课题。

作者简介: 王会峰(1976—), 男, 博士, 讲师, 主要从事光电测控、光电传感和智能检测等方面的研究。

E-mail: conquest8888@126.com

物像之间失去形状对应关系,使像对物产生失真,从而直接影响成像测量的精度。因此,在高精度视觉测量系统中必须严格限制畸变。

对于畸变的标定,研究者们提出了一些方法。艾莉莉等^[2]从理论上分析了视场角幂次的新畸变表达式;葛宝臻等^[3]提出了利用最小二乘优化算法修正共面点线性变换(DLT)矩阵系数的方法校正畸变;苏成志等^[4]提出了利用标准网络板作为测量基准的畸变校正方法,来提高基于图像的几何线度测量精度;肖潇等^[5]则采用球面透视投影模型对全景环形透镜的畸变进行校正;Tsai^[6]提出了通过递推最小二乘法计算模型和映射多项式系数。Zhang等^[7]则提出利用交比不变的思想来标定畸变。Richard等^[8]和 Carlos等^[9]分别提出一种不依赖任何特定数学模型的畸变快速标定方法。

本文通过对畸变的分析,将光学方法和图像处理技术相结合,提出了一种基于特征同心圆靶标的径向畸变标定新方法,该方法采用 Hideaki 的畸变

模型,通过对序列特征圆靶标图像分析找到圆拟合半径与畸变中心以及畸变多项式系数之间的关系,从而在二维精密平台上实现对摄像机畸变快速精确的一靶标定。

2 具有径向畸变的摄像机模型

测量领域广泛使用的摄像机模型是透视投影成像模型^[10-12],其最大优点是其成像是线性的,如图1所示,设 $OXYZ$ 是大地坐标系, $oxyz$ 是摄像机坐标系。 $P(X, Y, Z)$ 是点 P 在大地坐标系中的坐标, $p(x, y, z)$ 是点 P 在摄像机坐标系中的坐标。摄像机坐标系的原点在光学中心, z 轴和光轴重合。 $o'x'y'z'$ 是图像平面坐标系,它的原点是光轴与图像平面的交点, x' 轴 y' 轴分别与 x 轴 y 轴平行。由于径向畸变是通过光学中心沿径向发生的,所以可以将沿 X 和 Y 方向上的二维畸变化解为沿着半径方向上的一维畸变模型来求解。根据 Hideaki 使用的数学模型,有

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{(x' - u_c)^2 + (y' - v_c)^2}, & \theta = \arctan \frac{y' - v_c}{x' - u_c} \\ \rho' = \sqrt{(x'' - u'_c)^2 + (y'' - v'_c)^2}, & \theta' = \arctan \frac{y'' - v'_c}{x'' - u'_c} \end{cases} \quad (1)$$

3 径向畸变中心标定

由分析可知,摄像机成像后任意一点的径向几何畸变仅与该点的极径有关(极点为畸变中心);因此,快速准确地求出畸变中心是标定畸变的关键。此处提出在物面移动标准圆的方法来快速准确地标定摄像机的畸变中心。

3.1 靶标成像最小二乘圆拟合半径与圆心位置关系

据像差理论可知,镜头的径向畸变是沿轴对称

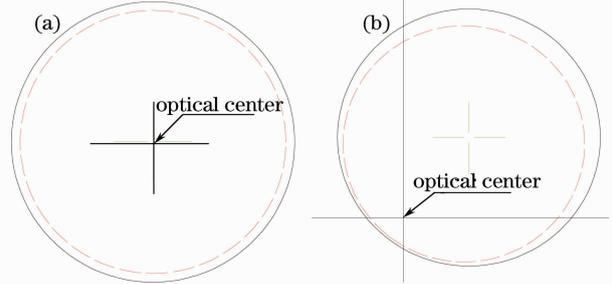


图2 圆心通过和偏离光学中心时理想圆成像的畸变示意图。(a)通过圆心;(b)偏离圆心

Fig. 2 Distortion sketch map of the ideal-circle imaging for circle center in and off optical center. (a) In optical center; (b) departure from center

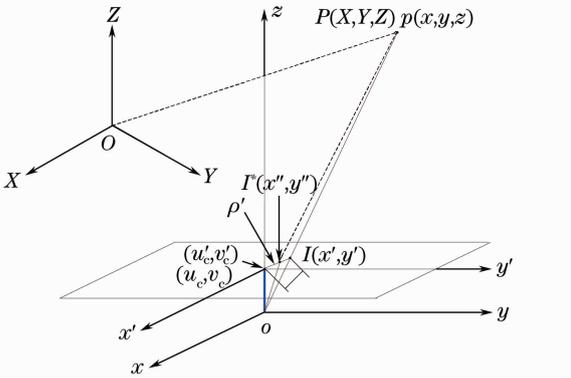


图1 透视投影摄像机成像模型

Fig. 1 Imaging model with perspective projection camera
 式中 $(u_c, v_c), (u'_c, v'_c)$ 分别为无畸变和畸变图像中心, $(x', y'), (x'', y'')$ 分别为无畸变和畸变图像上像素点的坐标值, ρ, ρ' 分别为像素到无畸变和畸变图像光学中心的距离(像高), θ, θ' 分别为校正前后像素点和图像中心连线的极角, 则从畸变图像到无畸变图像的映射为

$$\rho = \sum_{n=1}^N a_n \rho'^n \quad (2)$$

的轴对称误差^[1]。因此,标准圆成像后有以下两点特征:1)圆心通过光学中心的标准圆成像后其形状仍然是较理想的圆形,半径沿径向均匀变化;2)圆心偏离光学中心的标准圆成像后其形状发生变化,半径发生不同程度的变化,且偏离程度越大成像后形

变越明显。图 2 为发生径向畸变的标准圆成像示意图,图 3 为实际标准测试靶标畸变成像图。由实际测试图像可见,中心处的标准圆成像后形状基本不变,而四角处的标准圆成像后形变较大。

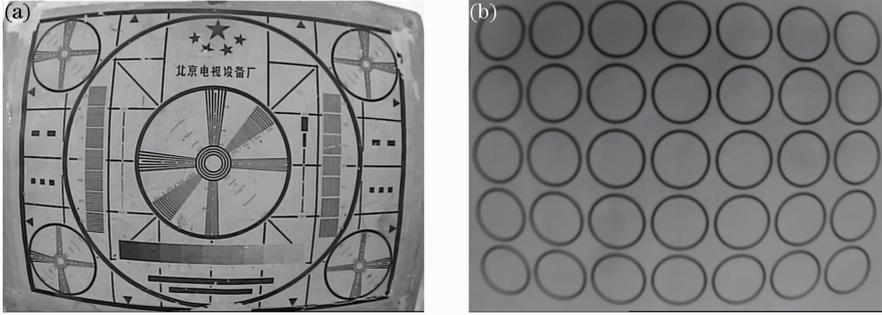


图 3 桶型畸变后的标准测试靶标图像

Fig. 3 Standard target image after barrel distortion

据最小二乘曲线拟合原理发现:标准圆圆心和光学中心越接近,成像后图像(图 2 中虚线圆)圆周点坐标与理想圆(图 2 中实线圆)圆周上对应点坐标越接近,拟合后的半径就越大(即圆心通过光学中心的标准圆,其图像拟合后的半径最大),并且拟合相对残差越小。

合后的残差值。

显然,对于同一个圆由于径向畸变的存在,经过光学系统成像后圆的形状变化不同,使得经最小二乘拟合半径值不相同,半径的大小与理想圆圆心到光学中心的距离有关。

3.2 畸变中心的优化标定算法

为有效而快速地找到畸变中心位置,可借助特定同心圆靶标在二维平面上进行搜索。为提高搜索效率,引入坐标轮换^[13]降维优化方法。

坐标轮换法属于爬山法的一种,如图 4 所示。在搜索的时候首先固定 Y 轴不变,对 X 方向以一定步长移动靶标同时采集图像计算拟合半径值的大小,取 X 方向上最大值的点固定 X 轴,然后再沿 Y 轴搜索,寻找 Y 方向上半径最大值点。第一轮搜索完后以另一种步长依次轮换直到整个参数相邻两次变化系数小于一个指定阈值为止。这样可以避免逐点计算带来的计算量大的缺陷。

设理想圆的标准方程为

$$(x - c)^2 + (y - d)^2 = r^2, \quad (3)$$

式中 (x, y) 为圆周上任意一点的坐标, (c, d) 为圆心坐标, r 为圆半径。设检测到标准圆图像圆周点集合为 E , 对其上一点 (x_i, y_i) , 可得其残差为

$$\epsilon_i = (x_i - c)^2 + (y_i - d)^2 - r^2, \quad (4)$$

据最小二乘法应使

$$Q = \epsilon_i^2 = \sum_{i \in E} [(x_i - c)^2 + (y_i - d)^2 - r^2]^2, \quad (5)$$

趋于最小值,根据极值理论有

$$\frac{\partial Q}{\partial c} = \frac{\partial Q}{\partial d} = \frac{\partial Q}{\partial r} = 0, \quad (6)$$

可以得到方程组

$$\begin{cases} c^2 - 2\bar{xc} + d^2 - 2\bar{yd} - r^2 + \bar{x^2} + \bar{y^2} = 0 \\ \bar{xc}^2 - 2\bar{x^2c} + \bar{xd}^2 - 2\bar{xyd} - \bar{xr}^2 + \bar{x^3} + \bar{xy^2} = 0 \\ \bar{yc}^2 - 2\bar{xyc} + \bar{yd}^2 - 2\bar{y^2d} - \bar{yr}^2 + \bar{x^2y} + \bar{y^3} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中 x, y 的各阶矩定义为

$$\overline{x^m y^n} = \frac{1}{N} \sum_{i \in E} x_i^m y_i^n, \quad (8)$$

从而可以计算出圆方程的各个参数值 (c, d, r) , 将这些参数代入(5)式中再除以圆周点数就可以得到拟

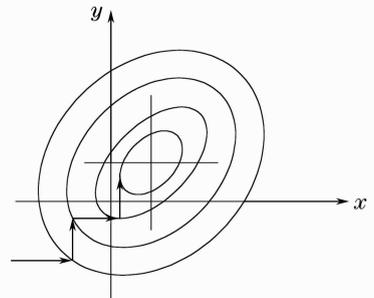


图 4 坐标轮换法搜索示意图

Fig. 4 Sketch map of coordinate alternation search arithmetic

设第 K 轮搜索,其迭代公式为

$$X_i^{(k)} = X_{i-1}^{(k)} + e_i^{(k)} S_i^{(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

式中 $S_i^{(k)}$ 为搜索方向; $e_i^{(k)}$ 为步长; $S_i^{(k)}$ 轮流取 X 、 Y 方向。搜索时必须使得

$$f(X_{i-1}^k + e_i^k S_i^k) < f(X_{i-1}^k), \quad (10)$$

式中 f 为搜索目标函数。

4 径向畸变多项式系数的标定

光学中心准确得到后,利用所设计的同心圆特征靶标,可以在寻找畸变中心的同时,实现对摄像机畸变多项式系数的快速准确标定。

4.1 特征同心圆成像和畸变系数的关系

由像差理论可知,对于结构已知的光学系统,当物距和入瞳位置给定时,光学系统的几何畸变像差主要取决于视场。像差展开为级数形式时,在视场和孔径为零的情况下,像差为零,故展开式中不会有常数项^[14]。畸变像高 ρ' 只与无畸变像高 ρ 有关,且二者同向。当 z 和 f 一定时,偏离只与物高 y 有关,由于像高 ρ' 和 ρ 不取负值,故在其级数展开式中,只取 ρ 的奇次项。其展开式为

$$\rho' = \rho + k_1 \rho^3 + k_2 \rho^5 + k_3 \rho^7 + \dots, \quad (11)$$

图像的畸变量为

$$\Delta = \rho' - \rho = k_1 \rho^3 + k_2 \rho^5 + k_3 \rho^7 + \dots, \quad (12)$$

式中第 1 项为初级畸变,第 2 项为二级畸变,第 3 项为三级畸变,依次类推; k_1 、 k_2 和 k_3 分别为初级、二级和三级畸变系数。在一般的测量系统中取到三级畸变即可满足精度要求,即

$$\Delta = k_1 \rho^3 + k_2 \rho^5 + k_3 \rho^7. \quad (13)$$

4.2 畸变多项式系数的标定

设计的同心圆特征靶标是在靶面上以一定的精度,刻划一组同心圆,同心圆的半径 R 分别取 $(r, 2r, 3r, 4r, 5r, \dots, nr)$, 如图 5 所示。调整靶面与光轴垂直,当按照坐标轮换法搜索光学中心时,各个同心圆半径和达最大值时得到的一幅图像就可以作为标定畸变多项式系数的图像了,通过圆拟合可以精

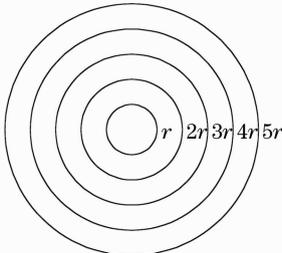


图 5 特征同心圆畸变靶标示意图

Fig. 5 Character concentric circles target

确求得各同心圆的参数。

据上面的分析可知,在理想(无畸变小孔成像模型)情况下,对半径等差、圆心均在光学中心的同心圆成像后仍然是理想的等间隔同心圆。但由于成像畸变的存在使得成像后同心圆的半径差不再相同,由(13)式,可得到如下的方程组:

$$\begin{cases} r_1 = r_0 + k_1 r_0^3 + k_2 r_0^5 + k_3 r_0^7 \\ r_2 = 2r_0 + k_1 (2r_0)^3 + k_2 (2r_0)^5 + k_3 (2r_0)^7 \\ \vdots \\ r_n = nr_0 + k_1 (nr_0)^3 + k_2 (nr_0)^5 + k_3 (nr_0)^7 \end{cases}, \quad (14)$$

式中 r_1, r_2, \dots 分别为通过圆拟合得到的标准圆畸变成像后的半径值,半径为 r (像圆 r_0) 的圆的成像可以看作是在一定误差内无畸变的图像。为了尽量减小误差,调整靶标到入瞳的距离,此时半径为 r_0 的圆的图像可以看作是无畸变的像圆,然后用最小二乘法解(14)式,即可得到畸变系数 k_1, k_2, k_3 。

5 径向畸变标定步骤

由分析可知,对径向畸变标定首先要实现对畸变中心的标定,然后在得到畸变中心的基础上求解出畸变多项式系数。标定的步骤可以归纳为:1)将特征靶标置于物面特定位置调整靶面和光轴垂直;2)采集图像并且进行多圆拟合,求出参数 (c, d, r) ;3)以拟合得到的半径为参数构建目标函数 f ,应用坐标轮换优化算法计算畸变中心 (u'_c, v'_c) ;4)应用第三步得到的最后一幅图像,分别对靶面各个圆进行拟合,由(13)式求解畸变多项式系数 k_1, k_2, k_3 。

6 实验和仿真结果

6.1 实验平台设计

实验使用的摄像机是 SM-715、1/3" 电荷耦合器件(CCD), CCD 像元分辨率为 $768 \text{ pixel} \times 576 \text{ pixel}$;镜头选用 AVENIR, $f=3.5 \text{ mm}$;图像采集卡选用大恒 CG410;二维平台分辨率为 0.02 mm ;特征靶面和光轴垂直度误差不大于 5° ,特征圆的半径误差不大于 0.02 mm 。将携有靶标的二维精密平台置于光具座上,对焦并调整靶面与摄像机光轴垂直。实验中分别采用了阵列圆靶标和移动同心圆靶标两种形式,实验平台和在平台上采集的多圆阵列靶标分别如图 6 所示。

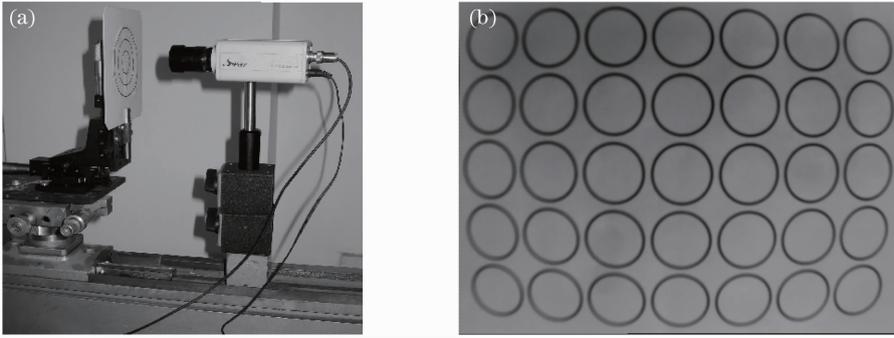


图 6 实验平台和阵列圆靶标图。(a)实验平台；(b)阵列圆靶标图像

Fig. 6 Photo of test platform and array circular target. (a) Test platform; (b) image of array circular target

6.2 实验结果

图 7 是对阵列圆靶标图像通过最小二乘圆拟合方法计算得到的各个圆拟合半径-圆心坐标位置(单位为像素)之间关系的三维图,可见越接近光学中心半径越大(即越接近理想半径)。

图 8 是在二维平台上用坐标轮换法搜索畸变中心过程,实验发现在 50 步以内(最小步距为 0.1 mm)搜索精度可达到 0.6 pixel,重复计算得到畸变中心坐标为 $(391.4538 \pm 0.3 \text{ pixel}, 273.7306 \pm 0.3 \text{ pixel})$ 。利用同心圆图像经拟合后求得: $r_0 = 56.8714, r_1 =$

$112.9233, r_2 = 167.8032, r_3 = 220.7021$;由(14)式得到畸变多项式系数为 $k_1 = -0.5486 \times 10^{-6}, k_2 = -6.7914 \times 10^{-13}, k_3 = 2.7712 \times 10^{-18}$,多次实验得到 k_1, k_2, k_3 ,有效数字重复误差在 0.02 以内。

用同样的实验平台采集标准的栅格靶标图像,用标定的参数对采集到的畸变图像进行校正,校正前后的阵列靶标如图 9(校正前如左图,校正后如右图)所示,可见该标定方法能够准确获取畸变参数,校正结果良好。

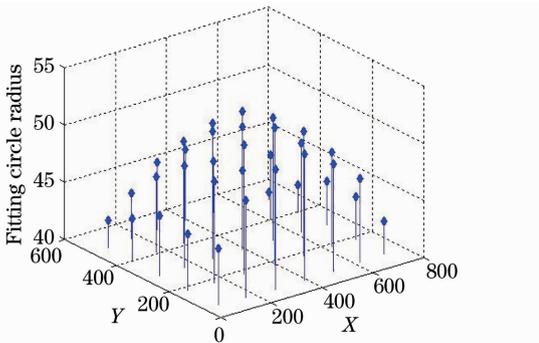


图 7 阵列圆靶标拟合半径-圆心坐标位置关系图

Fig. 7 Fitting circle radius and circle center coordinate of array circular target

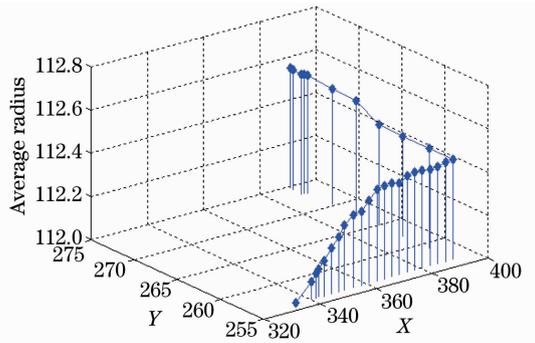


图 8 光学中心搜索结果图

Fig. 8 Searching result of optical center

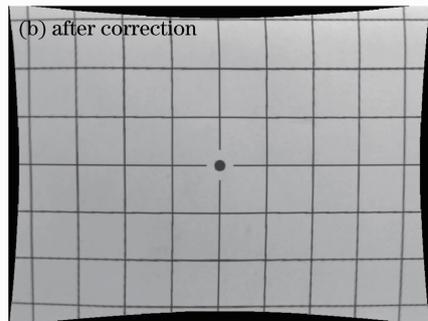
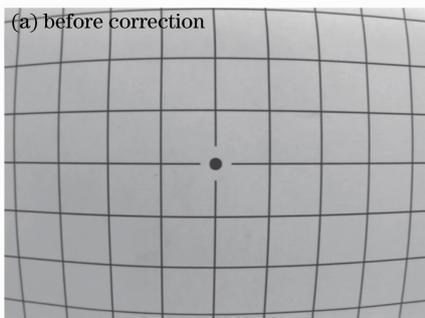


图 9 校正前后的栅格靶标图

Fig. 9 Grid template image before and after correction

7 结 论

为消除成像测量镜头径向畸变对测量精度影响,提出了一种基于物面移动同心圆靶标的成像测量径向畸变标定算法,并设计了其实现方法。该方法将光学和图像处理相结合做到了对摄像机畸变中心和畸变多项式系数的一靶快速标定。实验结果表明,该方法可有效地实现对畸变标定,利用这些参数对畸变的图像进行校正后效果较佳。该标定方法受标靶的精度、靶面与光轴垂直度等多种因素影响,其与标定精度之间的深刻关系可以作为后续研究内容深入研究。

参 考 文 献

- 1 Zhang Yimo. Applied Optics[M]. Beijing: Press of Machinery Industry, 1994. 244~245
张以谟. 应用光学[M]. 北京:机械工业出版社,1995. 244~245
- 2 Ai Lili, Yuan Feng, Ding Zhenliang. Further study on radial distortion model for photographic objective [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 1930~1933
艾莉莉, 袁 峰, 丁振良. 照相物镜径向畸变模型的再商讨[J]. 光学学报, 2008, **28**(10): 1930~1933
- 3 Ge Baozhen, Li Xiaojie, Qiu Shi. Camera lens distortion correction based on coplanar point direct liner transformantion [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 488~494
葛宝臻, 李晓洁, 邱 实. 基于共点直接线性变换的摄像机畸变校正[J]. 中国激光, 2010, **37**(2): 488~494
- 4 Su Chengzhi, Wang Enguo, Hao Jiangtao *et al.*. Distortion correction for images in planar metrology [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, **19**(1): 161~167
苏成志, 王恩国, 郝江涛等. 平面几何测量中的图像畸变校正[J]. 光学精密工程, 2011, **19**(1): 161~167
- 5 Xiao Xiao, Yang Guoguang, Bai Jian. Panoramic-annular-lens distortion correction based on spherical perspective projection constraint[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 676~680

- 肖 潇, 杨国光, 白 剑. 基于球面透视投影约束的全景环形透镜畸变校正[J]. 光学学报, 2008, **28**(4): 676~680
- 6 R. Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off the shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE J. Robotics and Automation*, 1987, **3**(4): 323~344
- 7 G. J. Zhang, J. J. He, X. M. Yang. Calibrating camera radial distortion with cross-ratio invariability [J]. *Opt. & Laser Technol.*, 2003, **35**: 457~461
- 8 H. Richard, B. K. Sing. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation[J]. *IEEE Trans. Pattern analysis and Machine Intelligence*, 2007, **29** (8): 1309~1321
- 9 R. V. Carlos, J. S. Antonio. Correcting nonlinear lens distortion in cameras without using a model[J]. *Optics & Laser Technol.*, 2010, **42**: 628~639
- 10 Zhu Jia, Li Xingfei, Xu Yingxin. Camera calibration technique based on active vision [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1297~1303
朱 嘉, 李醒飞, 徐颖欣. 摄像机的一种主动视觉标定方法[J]. 光学学报, 2010, **30**(5): 1297~1303
- 11 Peng Xiang, Yin Yongkai, Liu Xiaoli *et al.*. Phase aided three-dimensional imaging and metrology [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900120
彭 翔, 殷永凯, 刘晓利等. 基于相位辅助的三维数字成像与测量[J]. 光学学报, 2011, **31**(9): 0900120
- 12 Li Qin, Da Feipeng, Wen Qingchuan. Calibrating lens distortion of camera in all directions[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2010, **31**(9): 2021~2026
李 勤, 达飞鹏, 温晴川. 任意方向下的摄像机镜头畸变标定[J]. 仪器仪表学报, 2010, **31**(9): 2021~2026
- 13 Xi Shaolin, Zhao Fengzhi. Optimization Computing Methods [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publisher, 1983
席少霖, 赵凤治. 最优化计算方法[M]. 上海:上海科学技术出版社, 1983
- 14 Zhang Jinli, Wang Yuanqing, Zhu Hongna. A simple method of accurate aberration in a camera with large field lens [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2006, **17**(2): 158~161
张金利, 王元庆, 朱宏娜. 大视角成像系统的快速精确校正[J]. 光电子•激光, 2006, **17**(2): 158~161

栏目编辑: 李文喆