

# 阴影叠栅相移非线性误差补偿算法研究

杜虎兵<sup>1,2</sup> 赵 宏<sup>1</sup> 李 兵<sup>1</sup> 赵金磊<sup>1</sup> 曹士旭<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)  
(<sup>2</sup> 西安航空技术高等专科学校, 陕西 西安 710077)

**摘要** 相移阴影叠栅干涉场的相位(高度)存在非线性关系,而传统的相移阴影叠栅技术往往忽略了相位与高度的非线性关系,从而在测量系统中引入测量误差。对此提出了一种基于迭代相位解调自调算法相移阴影叠栅技术,该方法利用最小二乘技术获得相移量估算值,利用该估算值通过迭代算法消除相移阴影叠栅的全场相位误差,从而得到正确的相位分布。模拟计算表明该方法可以有效解决相移不均产生的相位测量误差问题,且可实现光栅移动量的精确估算,其误差不超过 3.4%。对比实验进一步说明了所提出方法的正确性和优越性。

**关键词** 测量;阴影叠栅技术;迭代算法;相移;三维轮廓

中图分类号 O439 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0512006

## Compensating Algorithm for the Nonlinear Phase-Shift Error for Phase-Shifting Shadow Moiré Technique

Du Hubing<sup>1,2</sup> Zhao Hong<sup>1</sup> Li Bing<sup>1</sup> Zhao Jinlei<sup>1</sup> Cao Shixu<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)  
(<sup>2</sup> Xi'an Aerotechnical College, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

**Abstract** Due to the nonlinear nature of height-phase relation, the traditional phase shifting shadow Moiré can only be fulfilled under certain approximations. Thus a systematic error source is introduced. Therefore, a general phase extraction algorithm with arbitrary phase step based on iterative self-tuning algorithm is proposed. In the proposed method, the estimation of phase shift is calibrated by the least squares fitting in spatial domain. Then, the accurate phase is obtained by an iterative process. Numerical experiments show that the proposed method can effectively minimize the nonuniform phase-shift error and can determinate the precise phase shifts during the process of demodulation. In the noisy case, the calibration error of the proposed is less than 3.4%. The experimental results prove the effectiveness of this technique. The proposed method improves measurable depth range.

**Key words** measurement; shadow Moiré technique; iterative algorithms; phase-shifting; 3-D shape

**OCIS codes** 120.5050; 100.7410; 110.7410; 150.1135; 330.1400

## 1 引 言

相移技术目前被广泛地应用于高精度光学测量中的相位提取,其基本原理为在时域里为干涉场引入载频,并对干涉场进行采样以确定测量相位的解析信号,进而得到包裹在 $[0, 2\pi]$ 范围内的测量相

位。受测量装置的限制,实际引入的时域载频往往与名义设定的时域载频存在偏差,从而在数据采集过程中引入了误差源<sup>[1,2]</sup>。在过去的 30 年里,研究者提出了大量的载频失调不敏感算法<sup>[3~6]</sup>和相移自标定算法<sup>[7~12]</sup>来提取精确的测量相位。这些性能优良的相位提取算法都建立在相位(高度)为线性关

收稿日期: 2011-11-15; 收到修改稿日期: 2011-12-30

基金项目: 国家 973 计划(2009CB724207)和国家自然科学基金(50975228)资助课题。

作者简介: 杜虎兵(1976—),男,讲师,博士研究生,主要从事光电检测和干涉图分析等方面的研究。

E-mail: xh.dhub@stu.xjtu.edu.cn

导师简介: 赵 宏(1964—),男,博士,教授,主要从事光电检测、实时在线测试以及机器视等方面的研究。

E-mail: zhaohong@mail.xjtu.edu.cn(中国光学学会会员号: S040420080S)

系的基础上。对于相移阴影叠栅,存在着相位高度非线性关系<sup>[13]</sup>,因此无法在测量过程中引入一个满足上述假定条件下的全场均匀相移,经典的相移算法不能在阴影叠栅干涉场中实现精确相位解调。为了解决这一难题,国内外研究者都进行了很多尝试性研究,其中郭算法<sup>[14]</sup>就属于这类算法,该算法首先利用采集的干涉图计算出引入的逐点相移增量,然后使用最小二乘相位提取算法(LSM)提取测量相位。但是,该算法是一种正弦依赖性算法<sup>[15]</sup>,受噪音的影响,测量误差较大。为了克服这种限制,提出了一种基于迭代最小二乘技术的方法<sup>[16]</sup>提取阴影叠栅光场中的测量相位,但是该方法计算量大,限制了测量速度。本文提出一种改进的相移阴影叠栅相位提取算法,该算法基于自调相位提取算法,通过在空域使用最小二乘技术实现对光栅移动量的精确获取,消除了阴影叠栅技术中的相移非线性误差,该方法计算量小,解调速度快,具有较高的解调精度。

## 2 原 理

### 2.1 相位估算

采用文献[13]中的实验方法,5 帧干涉条纹图可表述为

$$I_i(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + i\delta(x, y)], \quad i = -2, -1, 0, 1, 2 \quad (1)$$

式中  $A(x, y)$ ,  $B(x, y)$  和  $\phi(x, y)$  分别为条纹图背景,调制因子和测量相位,假定光栅每次移动的距离为  $\Delta h$ , 则产生的相位增量可表述为<sup>[13]</sup>

$$\delta(x, y) = 2\pi d \Delta h / \{p[h + z(x, y)]\}, \quad (2)$$

$d$  表示光源中心与摄像机镜头中心距离。为了简化,以下推导将略去空间坐标  $(x, y)$ , 由于测量深度一般远小于结构参数  $h(h \gg z)$  则初始相移增量约为

$$\delta^e = 2\pi d \Delta h / (ph). \quad (3)$$

通过自调相位提取算法,测量相位确定为<sup>[17]</sup>

$$\phi = \arctan\left(\frac{I_{-1} - I_1}{2I_0 - I_{-2} - I_2} \sin \delta^e\right). \quad (4)$$

显然,与 LSM 算法<sup>[16]</sup>相比,上面自调相位提取算法大大降低了计算量。从而得到轮廓的高度测量估计值为

$$z = \frac{ph\phi}{2\pi d - p\phi}. \quad (5)$$

### 2.2 光栅移动量估算

由于机械误差,光栅实际移动量和理论值存在误差,因此会产生相移增量误差。叠栅条纹图中的背景和振幅是变化的,将测量的干涉图  $I_4$  分成若干

干涉图块(如:  $16 \times 16$ ), 如果足够小,可以认为该干涉图块内具有恒定的背景和振幅,且各像素相移量恒定,取  $I_4$  中一块具有较好对比度的干涉图块,设定其中各像素点的测量相位为  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m$  ( $m$  为该干涉图块中的总像素数),各像素点的光强为  $I_1, I_2, \dots, I_m$ , 各像素点的高度均值为  $z$ 。并定义一套变量:  $a = A(x, y)$ ,  $b = B(x, y) \cos \delta$ ,  $c = -B(x, y) \times \sin \delta$ , 因此可得

$$J'A'_i = I', \quad (6)$$

$$\text{式中 } J' = \begin{bmatrix} 1 & \cos \phi_1 & \sin \phi_1 \\ 1 & \cos \phi_2 & \sin \phi_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \phi_m & \sin \phi_m \end{bmatrix}, \quad A'_i = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix},$$

$$I' = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix}.$$

将(4)式求解得到的相位值代入(6)式并使用文献[18]提出的方法可得该干涉图块中相移为

$$\delta = \arctan(-c/b), \quad (7)$$

由(2)式可得光栅移动距离为

$$\Delta h^c = \frac{p(h + z)\delta}{2\pi d}. \quad (8)$$

### 2.3 迭代更新测量相图

将上面求解的高度  $z$  和光栅移动量  $\Delta h^c$  代入(2)式,因此得到更新的相移增量为

$$\delta^u = \frac{2\pi d \Delta h^c}{p(h + z)}. \quad (9)$$

计算出的相移增量是逐点相移增量,这是符合相移阴影叠栅技术特点的。将其依次代入(4)式和(5)式,则测量深度得到了更新。显然通过迭代逼近,便可得到正确的测量相图。其收敛条件可定义为

$$\max(|z^q - z^{q-1}|) < \epsilon, \quad (10)$$

式中  $q$  为迭代次数,  $\epsilon$  为预定义的测量精度。

## 3 模拟计算

首先进行模拟计算,其中高度定义为  $z(x, y) = 2xy \exp(-x^2 - y^2)$ , 模拟实验的结构参数为  $p = 0.05 \text{ mm}$ ,  $d = 100 \text{ mm}$ ,  $h = 160 \text{ mm}$ ,  $\Delta h = 0.02 \text{ mm}$ , 测量的光强函数为  $I_i = 1 + \cos(\phi + i\delta)$ , 并设定其取值范围为  $0 \leq x \leq 2.55, 0 \leq y \leq 2.55$ 。改变模拟光强函数中的  $i$  ( $i = -2, -1, 0, 1, 2$ ) 值,便可得到一系列计算机模拟的相移干涉图,并取  $256 \times 256$  个抽样点。

误差函数定义为

$$\text{erf}(x, y) = \text{abs}[z(x, y) - h(x, y)], \quad (11)$$

其中  $h(x, y)$  为使用相位提取算法获得的解调高度。图 1 给出了数值分析结果, 其中图 1(a) 为本文算法得到的曲线, 图 1(b) 为 Schwider-Hariharan 算法得

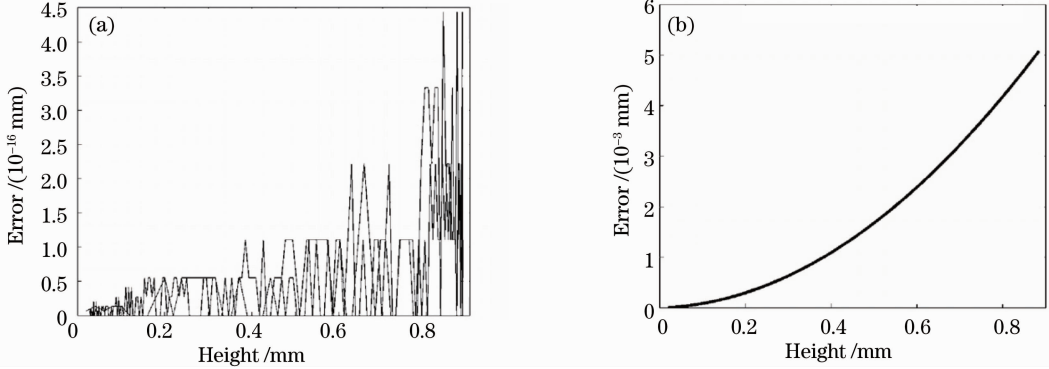


图 1 具有相移不均匀误差下的误差分布。(a) 本文算法的结果; (b) Schwider-Hariharan 算法的结果

Fig. 1 Error distribution in the presence of nonuniform phase-shifting error. (a) Result by proposed algorithm; (b) result by Schwider-Hariharan algorithm

实际的干涉图总受测量噪声的污染, 对上面模拟干涉图添加了高斯随机噪声。考虑到添加噪声的随机性, 对本文方法和郭方法<sup>[14]</sup>进行了 50 次独立模拟实验, 图 2 为两种方法残差的标准差(STD)分布。图 3 给出了将模拟干涉图分成  $16 \times 16$  干涉图块, 对光栅移动量采用本文方法标定结果, 可见, 标定结果很好地吻合了理论值 0.02 mm。其中最大的标定误差不超过 3.4%。

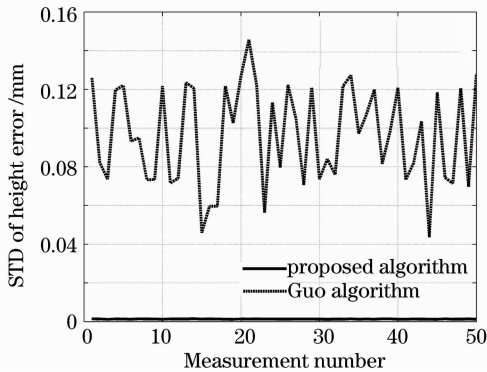


图 2 高度误差的标准差

Fig. 2 STD of height error in the presence of non-uniform phase-shifting error and noise phase-shifting error

## 4 实 验

为了进一步验证该算法的正确性, 下面给出实际测量的结果。实验方法参见文献[13]。实验的测量对象为一小块表面光滑的晶圆, 相移是通过精密移动台在垂直光栅面方向上等距离移动光栅产生

到曲线。显然传统地忽略了相位(高度)非线性关系的阴影叠栅技术只能在很小的测量范围内实现高精度测量, 而本文方法由于对测量误差进行了迭代补偿, 因而消除了相移不均匀误差, 实现了较大范围的高精度测量。

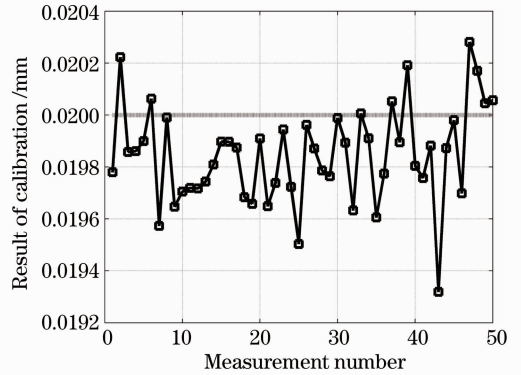


图 3 本方法的标定结果

Fig. 3 Calibration results of the proposed method. 每次移动距离为 0.02mm。注意到摄取的条纹图包含了较多的噪声, 因此对实验获取的干涉图首先进行了降噪, 条纹图降噪的方法可参见文献[13], 图 4 给出了经过降噪后的 6 张干涉图。

图 5 为搜索的三维曲面图。本文方法为迭代计算提供了一个很好的初始值, 因此收敛迅速、可靠。在预定义的测量精度测量  $\epsilon = 0.0001$  条件下, 本文方法一般只须 3~4 次即可收敛。

为了进一步说明本文方法的性能, 又对本文方法和郭方法进行了实验比较。根据文中的实验方法知

$$z_1 - z_2 = \Delta h, \quad (12)$$

式中  $z_1$  和  $z_2$  分别为采用干涉图  $I_1 - I_5$  和干涉图  $I_2 - I_6$  得到的解调结果。图 6 给出了两种方法的结果。可见本文方法取得了较好的效果。

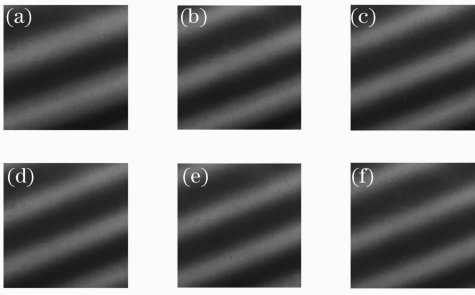


图 4 相移阴影叠栅条纹图样。(a)  $I_1$ ; (b)  $I_2$ ; (c)  $I_3$ ;  
(d)  $I_4$ ; (e)  $I_5$ ; (f)  $I_6$

Fig. 4 Phase-shifted shadow moiré fringe patterns. (a)  $I_1$ ; (b)  $I_2$ ; (c)  $I_3$ ; (d)  $I_4$ ; (e)  $I_5$ ; (f)  $I_6$

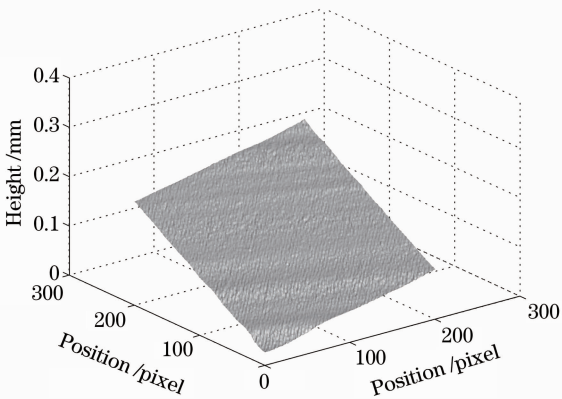


图 5 3-D 本文算法表面重建结果

Fig. 5 3-D surface reconstructed by the proposed phase-shifting shadow Moiré method

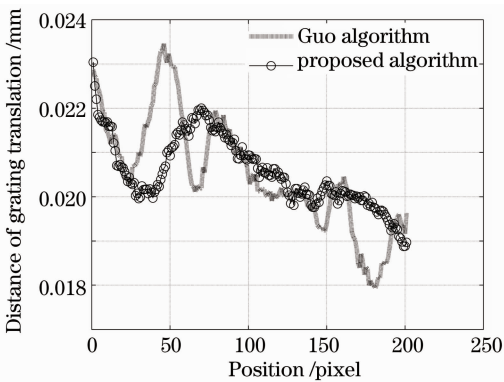


图 6 测量结果对比

Fig. 6 Comparison of measurement result

表 1 列出了将拍摄的干涉图 (b), (c), (d), (e) 分成  $16 \times 16$  干涉图块, 对光栅移动量标定的结果。

可见标定结果很好地吻合了精密移动台标定的名义值。

表 1 标定结果

Table 1 Calibration results of the proposed algorithm

Time	The value of grating translation /mm	Measurement value /mm
1	0.02	0.0205
2	0.04	0.0413
3	0.06	0.0594
4	0.08	0.0833

## 5 结 论

针对相移阴影叠栅技术中存在着相位(高度)非线性关系的问题而难以正确标定相移增量进行了研究, 提出了基于自调相位抽取算法的迭代技术方法。考虑到光栅的实际移动量往往和其标定值不同, 提出了在空域对干涉图数据使用最小二乘技术估算光栅移动量的方法。实现了对相移阴影叠栅技术中光栅移动量的自标定。实验证明了提出方法的正确性。

## 参 考 文 献

- 1 M. Servin, J. C. Estrada, J. A. Quiroga. The general theory of phase shifting algorithms [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(24): 21867~21881
- 2 J. F. Mosiño, M. Servin, J. C. Estrada *et al.*. Phasorial analysis of detuning error in temporal phaseshifting algorithms [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(7): 5618~5623
- 3 P. Hariharan, B. F. Oreb, T. Eiju. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(13): 2504~2505
- 4 J. Schmit, K. Creath. Extended averaging technique for derivation of error-compensating algorithms in phase shifting interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(19): 3610~3619
- 5 J. Schwider, O. Falkenstorfer, H. Schreiber *et al.*. New compensating four-phase algorithm for phase-shift interferometry [J]. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(8): 1883~1885
- 6 Luo Zhiyong, Chen Zhaohui, Gu Yingzi *et al.*. Five-bucket phase-shifting algorithm based on numerical simulation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11): 1687~1690  
罗志勇, 陈朝晖, 顾英姿等. 基于数值模拟的高准确度五步相移算法研究 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(11): 1687~1690
- 7 Y. Surrel. Phase stepping: a new self-calibrating algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(19): 3598~3600
- 8 Y. Surrel. Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping [J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(1): 51~60
- 9 Xu Jiancheng, Chen Jianping, Xu Qian *et al.*. Multiple-beam phase shifting algorithms based on least-squares iteration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 224~228  
徐建程, 陈建平, 许巧等. 基于最小二乘迭代的多光束相移算法 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 224~228
- 10 K. G. Larkin. A self-calibrating phase-shifting algorithm based on the natural demodulation of two-dimensional fringe patterns [J]. *Opt. Express*, 2001, **9**(5): 236~253
- 11 Z. Y. Wang, B. T. Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(14): 1671~1673
- 12 Julio C. Estrada, Manuel Servin, Juan A. Quiroga. A self-

- tuning phase-shifting algorithm for interferometry [J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(3): 2632~2638
- 13 José A. Go' mez-Pedrero, Juan A. Quiroga. Measurement of surface topography by RGB Shadow-Moiré with direct phase demodulation [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2006, **44**(12): 1297~1310
- 14 Hongwei Guo, Mingyi Chen. Least-squares algorithm for phase-stepping interferometry with an unknown relative step [J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(23): 4854~4858
- 15 Luo Zhiyong, Yang Lifeng, Chen Yunchang. Error evaluation of cosine dependent algorithms in precision interference measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(12): 1629~1633  
罗志勇, 杨丽峰, 陈允昌. 精密干涉测量中余弦依赖算法的误差研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(12): 1629~1633
- 16 Du Hubing, Zhao Hong, Li Bing *et al.*. Phase shifting shadow Moiré by iterative least squares fitting [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(17): 979~982  
杜虎兵, 赵宏, 李兵. 相移阴影叠栅基于迭代 LSM 拟合 [J]. *光子学报*, 2011, **40**(17): 979~982
- 17 H. B. Du, H. Zhao, B. Li *et al.*. Algorithm for phase shifting shadow Moiré with an unknown relative step[J]. *J. Opt.*, 2011, **13**(3): 1~5
- 18 Hubing Du, Hong Zhao, Bing Li *et al.*. Phase-shifting shadow Moiré based on iterative self-tuning algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 2011, **50**(36): 6708~6712

栏目编辑：何卓铭