

# 基于斯托克斯参量的光弹性应力分布及成像方法研究

李志诚<sup>1</sup> 唐志列<sup>1,2</sup> 陈 萍<sup>1</sup> 陈飞虎<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 华南师范大学物理与电信工程学院, 广东 广州 510006  
<sup>2</sup> 广东省高等学校量子信息技术重点实验室, 广东 广州 510006)

**摘要** 提出了一种基于斯托克斯参量测量的实时光弹性应力测量及其成像的新方法, 对该方法的原理及参量测量方法进行了深入研究。根据分振幅斯托克斯参量测量原理设计一个实验系统, 利用 Equator-Poles (E-P) 法定标系统, 采用 4 个性能一致的光电探测器实现光束斯托克斯参量的快速实时测量。用实验系统测量单色平面偏振光通过光弹性样品后的斯托克斯参量, 求得出射与入射偏振光的相位延迟量, 再求得样品的应力值。运用该方法对有应力分布的平板玻璃和轴向受压有机玻璃进行测量并扫描成像, 得到它们的应力分布图像。结果表明, 该方法能够准确、快速和无损地测量光弹性样品任意位置的应力, 实现对应力的实时测量。

**关键词** 测量; 光弹性应力; 分振幅斯托克斯参量测量法; 应力分布

**中图分类号** O436.3; O343.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0512005

## Study of Photoelastic Stress Distribution and Imaging Method Based on Stokes Parameters

Li Zhicheng<sup>1</sup> Tang Zhilie<sup>1,2</sup> Chen Ping<sup>1</sup> Chen Feihu<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University,  
Guangzhou, Guangdong 510006, China

<sup>2</sup> Laboratory of Quantum Information Technology of Guangdong Province, Guangzhou, Guangdong 510006, China

**Abstract** A measuring and imaging method based on Stokes parameters with a division-of-amplitude polarimeter (DOAP) is presented. The theoretical calculation and parameters measurement are investigated. A DOAP system is designed and calibrated by Equator-Poles (E-P) method. Then, the Stokes parameters can be measured rapidly by use of four photoelectric detectors with the same performance. The Stokes parameters of monochromatic linearly polarized light that passed through the photoelastic sample are measured with the DOAP. Then the phase retardation between the emergent and incident polarized light is calculated and the stress value in the sample is obtained. A plate glass sample and an organic glass sample, which is subjected to axial compressive load, are scanned with this method separately, and their stress distribution are obtained. The experimental results show that, this method can measure the stress at any position of the photoelastic sample accurately, rapidly and nondestructively. It's a real time measuring method.

**Key words** measurement; photoelastic stress; Stokes parameters with a division-of-amplitude polarimeter; stress distribution

**OCIS codes** 120.5410; 120.4880; 120.5050; 120.4290

## 1 引言

光弹性法是一种有效的分析并解决复杂二维和三维空间结构应力的实验方法, 主要依据直观的干涉条纹图来确定被测物的应力场信息, 该方法是一

种非接触式、非破坏性的测量方法, 已应用于工程、材料和医学等领域。传统的光弹性测量方法需要依靠人工方法对干涉条纹进行处理, 操作繁琐, 耗时。随着计算机技术和图像处理技术的不断发展, 它们

**收稿日期**: 2011-10-21; **收到修改稿日期**: 2012-01-05

**基金项目**: 国家自然科学基金(61178086)和国家高校博士工程研究基金(20104407110008)资助课题。

**作者简介**: 李志诚(1985—), 男, 硕士研究生, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: zhaolinglzc@126.com

**导师简介**: 唐志列(1963—), 男, 博士, 教授, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: tangzhl@senu.edu.cn

(通信联系人)

被逐渐应用到光弹性应力测量中,使光弹性测量的精度和速度得到提高,并逐步发展成为实验力学的一个新的研究方向——数字光弹性<sup>[1]</sup>。目前,数字光弹法主要包括条纹细化法<sup>[2]</sup>、条纹倍增法<sup>[3]</sup>、相移法<sup>[4~6]</sup>、傅里叶转换法<sup>[7]</sup>和广谱分析法<sup>[8]</sup>等。这些方法大部分是通过干涉图进行图像处理来求得主应力方向和相位延迟量。日本学者 Kihara 在文献<sup>[9,10]</sup>中运用斯托克斯参量<sup>[11]</sup>分析了待测光弹性样品的主应力方向和相位延迟量。但由于使用的是单光路,需要通过多次调节偏振片和  $\lambda/4$  波片才能完全确定出射光的 4 个斯托克斯参量,难以满足实时性的要求。提出了一种基于分振幅斯托克斯参量

测量法(DOAP)来实现实时应力测量的方法。分振幅斯托克斯参量测量法通过把待测光束分解成 4 束,用 4 个光电探测器同时完成对某一瞬时的光束偏振态的斯托克斯参量测量。它是一种既无机械转动又无调制系统的测量光偏振态方法,具有测量速度快、精度高和稳定性好等优点,从而为应力的快速实时测量提供可能。

## 2 分振幅斯托克斯参量测量法

根据 DOAP<sup>[12,13]</sup>的原理,设计了图 1 所示的分振幅斯托克斯参量测量系统。

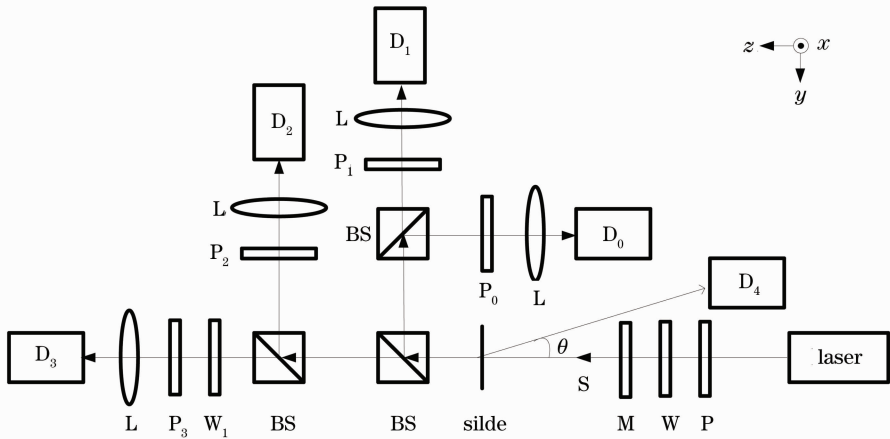


图 1 基于分振幅斯托克斯参量测量的光弹性应力测量系统

Fig. 1 Measuring system of photoelastic stress based on Stokes parameters with a DOAP

图 1 中, S 为待测光, P、P<sub>0</sub>、P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>、P<sub>3</sub> 为偏振片, W 和 W<sub>1</sub> 为  $\lambda/4$  波片, M 为待测样品, slide 为载玻片, BS 为偏振无关分束镜, L 为凸透镜, D<sub>0</sub>、D<sub>1</sub>、D<sub>2</sub>、D<sub>3</sub>、D<sub>4</sub> 为 5 个完全一样的光电探测器。P 和 W 组成偏振态发生器。激光器为北京大学物理系研制的 JDW-3 型氦氖激光器, 波长 632.8 nm, 功率 2 mW。

一束待测光 S 经过 3 个偏振无关分束镜 BS 后被分为 4 束, 它们分别通过方位角为 0°、45°、90° 和 135° 的 4 个偏振片 P<sub>0</sub>~P<sub>3</sub>, 再通过透镜 L 会聚到光电探测器 D<sub>0</sub>~D<sub>3</sub> 上, 探测器将光强信号线性地转化成电信号, 经数据采集卡采集, 输入计算机进行处理。为提高系统对待测光左旋和右旋圆偏振分量的区分度, 在偏振片 P<sub>3</sub> 前面放置一个  $\lambda/4$  波片 W<sub>1</sub>, 它的快轴方向与 P<sub>3</sub> 透光轴的夹角为 45°。

根据光束经过光学器件的传输理论<sup>[14]</sup>, 探测器探测得到的光强信号  $i_0 \sim i_3$  和入射光 S 的斯托克斯参量  $S(S_0, S_1, S_2, S_3)$  的关系为

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad \text{或 } i = AS, \quad (1)$$

式中  $i$  为光强矩阵,  $A$  为系统矩阵,  $S$  为入射光的斯托克斯矢量。由(1)式可知, 只要得到系统矩阵  $A$ , 且其行列式值不为零, 逆矩阵  $A^{-1}$  存在, 便可求得  $S$  为

$$S = A^{-1}i. \quad (2)$$

根据(2)式, 由 4 个探测器测到光强矩阵  $i$ , 便可求得入射光的偏振态。

系统矩阵  $A$  的矩阵元比较复杂, 一般采用定标的方法进行求解。定标的方法有四点定标法和 E-P 定标法<sup>[15]</sup>两种。与四点定标法相比, E-P 定标法可以减小偏振态发生器内光学元件缺陷对系统定标产生的影响。因此, 本研究采用 E-P 定标法对测量系统进行定标。另外, 氦氖激光器输出光强不稳定以

及偏振态发生器中光学元件缺陷造成的光强变化会引起系统定标误差,为减小这些误差,使用一个载玻片,以很小的入射角( $\theta < 5^\circ$ )将入射光中的一部分能量反射到一个参考探测器  $D_4$  上,获得参考光信号  $i_4$ 。定标时,使用归一化的电信号矢量,即  $\mathbf{i} = [i_0/i_4 \quad i_1/i_4 \quad i_2/i_4 \quad i_3/i_4]^T$ ,来确定系统矩阵。

根据 E-P 定标法的原理,系统矩阵定标的步骤分为两步:1)先不加入  $\lambda/4$  波片 W,在光路中从  $0^\circ \sim 360^\circ$ ,每隔  $10^\circ$  旋转起偏器 P,记录 5 个探测器输出的电信号,归一化后,利用最小二乘法求得系统矩阵的前三列共 12 个矩阵元;2)将  $\lambda/4$  波片 W 移入光路,调整起偏器 P 和  $\lambda/4$  波片 W 的方位角,使它们的方位角夹角分别为  $45^\circ$  和  $-45^\circ$ ,偏振态发生器将产生右旋和左旋圆偏振光。为减小  $\lambda/4$  波片 W 的缺陷对定标产生的影响,分别固定偏振片 P 和  $\lambda/4$  波片 W 的夹角为  $45^\circ$  和  $-45^\circ$ ,同时旋转起偏器和  $\lambda/4$  波片,在  $0^\circ \sim 170^\circ$  范围内,每隔  $10^\circ$  记录探测器输出的电信号并归一化,通过运算求得系统矩阵的最后一列矩阵元。

### 3 基于斯托克斯参量的光弹性应力测量原理

根据平面应力-光学定律<sup>[16]</sup>,当一列平面偏振

光  $E_p$  垂直入射一厚度为  $d$ 、受二向应力作用的光弹性样品时,由于双折射效应,沿两主应力方向的偏振分量通过样品后产生的光程差  $R$  与样品的厚度  $d$  及主应力差  $\Delta\sigma = (\sigma_1 - \sigma_2)$  的关系为

$$\Delta\sigma = \frac{R}{Cd}, \quad (3)$$

将光程差换算为相应的相位延迟量  $\delta$ ,则有

$$\Delta\sigma = \delta \frac{\lambda}{2\pi Cd}. \quad (4)$$

(3)式和(4)式中, $C$ 为待测样品的应力光学常数, $\lambda$ 为入射平面偏振光的波长。因此,可通过求单色平面偏振光经过样品后的相位延迟量  $\delta$  来求得样品的应力值。需要指出的是,这里求得的不是样品应力的绝对值,而是样品两主应力值之差。

当光弹性样品中存在应力时,其行为就像一个双折射片,以斯托克斯参量为  $\mathbf{S}$ (归一化后)的偏振光垂直入射该样品,设被照射位置对入射光具有一相位延迟量  $\delta$ ,且其主轴与  $x$  轴的夹角为  $\beta$ ,根据偏振光传输理论,出射光的斯托克斯参量  $\mathbf{S}'$  可表示为

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}(\beta, \delta)\mathbf{S}, \quad (5)$$

式中  $\mathbf{M}(\beta, \delta)$  为样品的传输矩阵。写成具体的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta \cos \delta & (1 - \cos \delta) \sin 2\beta \cos 2\beta & -\sin 2\beta \sin \delta \\ 0 & (1 - \cos \delta) \sin 2\beta \cos 2\beta & \sin^2 2\beta + \cos^2 2\beta \cos \delta & \cos 2\beta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\beta \sin \delta & -\cos 2\beta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ S_1 (\cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta \cos \delta) + S_2 (1 - \cos \delta) \sin 2\beta \cos 2\beta - S_3 \sin 2\beta \sin \delta \\ S_1 (1 - \cos \delta) \sin 2\beta \cos 2\beta + S_2 (\sin^2 2\beta + \cos^2 2\beta \cos \delta) + S_3 \cos 2\beta \sin \delta \\ S_1 \sin 2\beta \sin \delta - S_2 \cos 2\beta \sin \delta + S_3 \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (6)$$

由(6)式经运算,得到

$$\cos \delta = \frac{(S'_3 + S_3)^2 - (S'_2 - S_2)^2 - (S'_1 - S_1)^2}{(S'_3 + S_3)^2 + (S'_2 - S_2)^2 + (S'_1 - S_1)^2}, \quad (7)$$

(7)式求反余弦得

$$\delta = \arccos \left[ \frac{(S'_3 + S_3)^2 - (S'_2 - S_2)^2 - (S'_1 - S_1)^2}{(S'_3 + S_3)^2 + (S'_2 - S_2)^2 + (S'_1 - S_1)^2} \right]. \quad (8)$$

(8)式表明,只要得到出射和入射样品的偏振光的斯托克斯参量,便可通过反余弦函数求得该样品对应位置的相位延迟量  $\delta$ 。由于反余弦函数的取值范围

为  $0 \sim \pi$ ,所以求得的相位延迟量  $\delta$  的数值范围也为  $0 \sim \pi$ 。求得相位延迟量  $\delta$  后,再由(4)式得到样品的应力值。为减少  $\lambda/4$  波片的缺陷对测量产生的误差,实验中使用  $45^\circ$  线偏振光作为入射光进行测量。 $45^\circ$  线偏振光的斯托克斯参量为  $(1, 0, 1, 0)$ ,则(8)式可简化为

$$\delta = \arccos \left[ \frac{S'_3 - (S'_2 - 1)^2 - S'_1}{S'_3 + (S'_2 - 1)^2 + S'_1} \right]. \quad (9)$$

因此只要测量出射光的斯托克斯参量,便可通过(9)式和(4)式计算得到样品的应力值。出射光的斯托克斯参量,可用本研究所设计的分振幅斯托克

斯参量测量系统测得。此方法无需先测量主应力方向,便能获得待测样品的应力值。

## 4 结果与讨论

### 4.1 系统定标得到的矩阵

首先根据 E-P 定标法对测量系统进行定标,得到的系统矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0.922 & 0.908 & 0.081 & 0.014 \\ 0.945 & 0.015 & -0.928 & 0.144 \\ 1.078 & -1.069 & 0.005 & 0.017 \\ 0.979 & -0.012 & -0.491 & 0.831 \end{bmatrix} \quad (10)$$

在使用(9)式计算相位延迟量的时候,如果样品待测位置的应力或主应力差约为零,则出射光和入射光的斯托克斯参量十分接近,使计算结果出现奇异值。实验时,通过编程判断出射光的第三个参量  $S_2$  是否大于 0.99 来排除奇异值,并直接输出这些位置的相位延迟量和应力值为零。

### 4.2 玻璃应力的测量结果

为验证本测量方法的正确性,以一块厚度为 4 mm、有应力分布的长方形透明平板钢化玻璃作为样品,先用本实验系统随机测量出 12 个有应力的位置,并将这些位置用圆圈标记,然后用应力仪(型号 PTC-401)对这些位置的应力进行测量,结果如表 1 所示。由(3)式可知,对于同一块玻璃样品,其光学常数和厚度是一定的,光程差的大小即反映了应力的大小,故可用光程差表示玻璃应力。表 1 中  $R$  是用本研究方法所测得的光程差, $R_0$  为应力仪所测得的光程差, $\Delta$  表示  $R$  和  $R_0$  的相对误差。

表 1 玻璃样品的应力测量结果

Table 1 Measured result of stress of glass sample

Position	$R$ /nm	$R_0$ /nm	$\Delta$ /%
1	61.46	62.8	2.13
2	68.52	69.08	0.81
3	30.23	31.4	3.73
4	71.54	72.22	0.94
5	32.24	31.4	2.68
6	69.52	72.22	3.74
7	28.21	28.26	0.18
8	62.47	59.66	4.71
9	68.52	69.08	0.81
10	30.23	31.4	3.73
11	48.36	50.24	3.74
12	28.21	28.26	0.18

由表 1 可以看出,本方法与应力仪的测量结果基本一致,相对误差在 5% 以内。

在此基础上,运用本方法对玻璃样品特定区域的应力分布进行了成像研究。为获得一定区域内玻璃应力的分布情况,运用本方法,对一块厚度为 4 mm 的透明平板钢化玻璃样品进行二维( $x$ - $y$  方向)电动扫描,扫描间隔 0.2 mm,扫描范围 36 mm $\times$ 36 mm。将扫描得到的相位延迟量  $\delta$  的图像用 256 级灰度显示,结果如图 2 所示。图 2 中 0 对应的灰度值为 0,0.8326 对应的灰度值为 255。

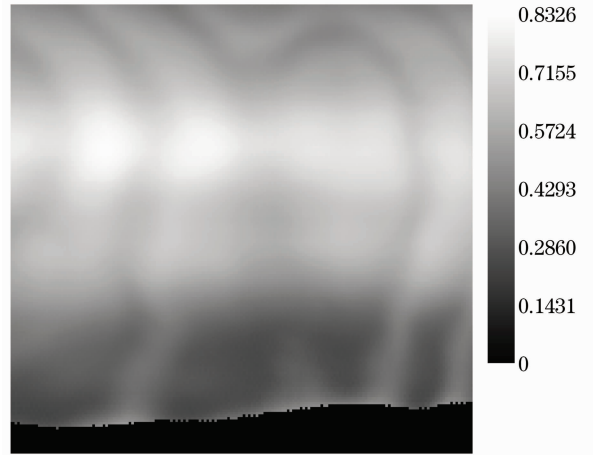


图 2 玻璃样品相位延迟量分布图

Fig. 2 Phase-retardation distribution of glass sample

图 2 中,灰度从黑色到白色的变化,表示相位延迟量  $\delta$  从小到大的变化;灰度相同的区域表示该区域内的相位延迟量  $\delta$  相同。由(4)式可知,用单色光测量同一块玻璃样品,其光学常数和厚度是一定的,相位延迟量的大小即反映了应力的大小,所以图 2 所示的相位延迟量分布图即为玻璃应力的分布图。图中,黑色部分表示这些位置的应力为零或者主应力之差为零。由图可见,被测玻璃该区域的应力分布是不均匀的。

### 4.3 轴向受压有机玻璃应力分布的测量结果

根据人工双折射特性,原本各向同性的有机玻璃,受到外力作用时,其内部将有应力的分布,产生双折射。运用本方法,对有外力作用的光弹性材料进行二维扫描成像,便可得到其内应力分布图像。以厚度为 4 mm、边长为 36 mm 的正方形轴向受压有机玻璃为样品,运用本系统对该样品进行二维( $x$ - $y$  方向)电动扫描,扫描间隔为 0.2 mm,将测量得到的相位延迟量图像用 256 级灰度图来显示,从而得到样品的二维相位延迟量分布图,结果如图 3(a) 所示。图 3(b) 为该样品水平中位线,即图 3(a) 中的黑线上

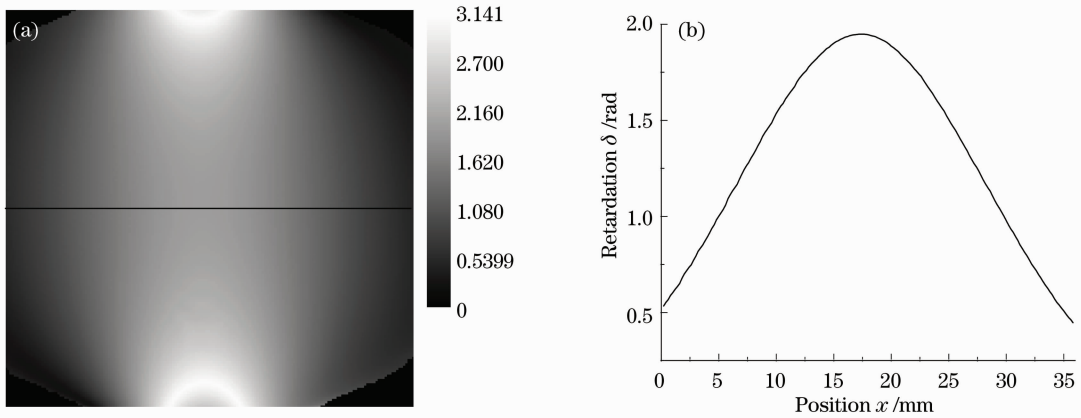


图3 (a)轴向受压有机玻璃相位延迟量分布图;(b)轴向受压有机玻璃水平中位线的相位延迟量分布图

Fig. 3 (a) Phase-retardation distribution of organic glass subjected to axial compression; (b) phase-retardation distribution along the horizontal median line of organic glass subjected to axial compression

各点的相位延迟量分布图,其中纵坐标 $\delta$ 表示相位延迟量,横坐标 $x$ 表示水平位置。

由于施力点附近的应力较大,因而对应的相位延迟量也较大。4个方角为自由角,因此应力为零,相应的相位延迟量也为零。图3(b)是将样品水平中位线上的应力分布情况,以二维曲线图的形式来反映,实验结果满足应力连续性原则<sup>[9]</sup>。

## 5 结 论

理论与实验研究表明,分振幅斯托克斯参量测量法可以用于光弹性应力的实时测量和成像研究,测量系统能同步、实时地测量出探测光的4个斯托克斯参量,从而能快速地获得测量光束经过光弹性样品后的相位延迟,实现对样品应力的准确、快速、无损测量。本研究方法能够测量静态应力,同时也能够实现应力的动态测量,且无需测量主应力方向就能得到应力值。

## 参 考 文 献

- 1 E. A. Patterson. Digital photoelasticity: principles, practice and potential[J]. *Strain*, 2002, **38**(1): 27~39
- 2 R. K. Muller, L. R. Saackel. Complete automatic analysis of photoelastic fringes[J]. *Exp. Mech.*, 1979, **19**(7): 245~251
- 3 S. L. Toh, S. H. Tang, J. D. Hovanesian. Computerized photoelastic fringe multiplication [J]. *Exp. Techn.*, 1990, **14**(4): 21~23
- 4 E. A. Patterson, Z. F. Wang. Towards full field automated photoelastic analysis of complex components [J]. *Strain*, 1991, **27**(2): 49~56
- 5 Lei Zhenkun, Yun Dazhen, Kang Yilan. Five-step color phase-shifting technique in digital photoelasticity and its applications [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 162~167
- 雷振坤, 云大真, 亢一澜. 数字光弹性中五步彩色相移法及其应用[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 162~167
- 6 Ji Xinhua, Zhang Lina, Shi Lijun *et al.*. Whole-field phase of

- isochromatic angle and isoclinic line in digital photoelastic phase-shifting technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 273~278
- 计欣华, 张丽娜, 史丽军等. 数字光弹性相移法中全场等倾角和等差线相位[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 273~278
- 7 Y. Morimoto, Y. Morimoto Jr., T. Hayashi. Separation of isochromatics and isoclinics using Fourier transform [J]. *Exp. Techn.*, 1994, **18**(5): 13~17
- 8 A. S. Redner. Photoelastic measurements by means of computer-assisted spectral contents analysis [J]. *Exp. Mech.*, 1985, **25**(2): 148~153
- 9 T. Kihara. An arctangent unwrapping technique of photoelasticity using linearly polarized light at three wavelengths [J]. *Strain*, 2003, **39**(2): 65~71
- 10 T. Kihara. A study of stress analysis for a residual stress model by digital photoelasticity [J]. *Appl. Mech. & Mater.*, 2008, **13-14**(5): 59~64
- 11 Wang Libo, Shi Zhidong, Yin Jun *et al.*. Measurement system of Stokes parameters by virtual instrument [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(4): 040701
- 王立波, 石志东, 殷俊等. 基于虚拟仪器的斯托克斯参量测试系统[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(4): 040701
- 12 Cheng Minxi, He Zhenjiang, Huang Zuohua. Polarimeter system of Stokes parameters based on division-of-amplitude [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2008, **35**(5): 93~97
- 程敏熙, 何振江, 黄佐华. 分振幅法偏振光斯托克斯参量测量系统[J]. *光电工程*, 2008, **35**(5): 93~97
- 13 Cheng Minxi, He Zhenjiang, Huang Zuohua. A method of ellipsometry based on Stokes parameters with a division-of-amplitude polarimeter (DOAP) system [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2009, **36**(7): 100~106
- 程敏熙, 何振江, 黄佐华. 分振幅斯托克斯参量的椭圆测厚方法[J]. *光电工程*, 2009, **36**(7): 100~106
- 14 R. M. A. Azzam. Arrangement of four photodetectors for measuring the state of polarization of light [J]. *Opt. Lett.*, 1985, **10**(7): 309~311
- 15 R. M. A. Azzam, A. G. Lopez. Accurate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, **6**(10): 1513~1521
- 16 Ji Xinhua, Deng Zongbai, Lu Yang. *Experimental Mechanics in Engineering* [M]. Beijing: China Machine Press, 2005. 141
- 计欣华, 邓宗白, 鲁阳. *工程实验力学* [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005. 141