

# 基于自由镜面反射位姿评估的条纹反射摄影测量

肖永亮 苏显渝 陈文静

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

**摘要** 在条纹反射摄影测量中,由于产生条纹图形的液晶显示器不直接出现在摄像机的视场范围内,摄像机与液晶显示器之间的位姿标定是条纹反射摄影测量的主要难点。为了简化标定过程,提出了采用平面镜直接对液晶显示器上的条纹反射 3 次并利用固定摄像机接收反射条纹,通过对摄像机与条纹虚像之间的 3 次位姿评估,完成摄像机与液晶显示器的位姿标定的方法。在镜面面形测量中,利用两者之间的位姿关系可以将待测点的反射光线和入射光线统一在摄像机坐标系下,完成光线的三角交会,实现镜面面形测量。数值模拟和实验结果表明,此方法简单易行,且精度较高。

**关键词** 测量; 镜面反射; 位姿评估; 条纹分析; 摄影测量

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201232.0512003

## Fringe Reflection Photogrammetry Based on Pose Estimation with Free Planar Mirror Reflection

Xiao Yongliang Su Xianyu Chen Wenjing

(Department of Opto-Electronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract** Since liquid crystal display (LCD) screen locates outside of the camera's field of view in fringe reflection photogrammetry, fringe is obtained through specular reflection by a fixed camera. Thus, the pose calibration between camera and LCD screen is the main challenge in fringe reflection photogrammetry. A markerless planar mirror is used to reflect the LCD screen 3 times, and the fringe is mapped into camera. The geometrical calibration can be accomplished by estimating the pose between the camera and virtual image of fringe. With the help of the relation between their pose, incidence and reflection ray can be unified in the camera frame, triangulation can be operated in the camera frame to measure 3D shape of specular. Results of simulations and experiments demonstrate that the approach is simple, feasible and has high accuracy.

**Key words** measurement; specular reflection; pose estimation; fringe analysis; photogrammetry

**OCIS codes** 150.6910; 120.2650; 150.3045; 100.2650

### 1 引 言

结构光投影获取物体三维面形具有快速全场测量、测量精度较高等优点,已被广泛地应用于漫反射表面的三维测量<sup>[1~7]</sup>。针对镜面反射表面的三维测量,根据条纹反射特性,众多学者提出了利用计算机视觉测量的方法测量镜面面形的方法。其中 Hausler<sup>[8]</sup>提出利用相位测量偏折术(PMD)测量镜面面形。其原理是根据相位信息确定待测镜面物体

的梯度信息,积分重建三维面形。赵文川等<sup>[9]</sup>利用一个摄像机拍摄非球面上的变形条纹,完成非球面的面形测量。但是,相位测量偏折术的面形重建是基于梯度积分操作,积分过程要求积分曲面满足正则约束条件,积分步长的选择对精度有很大影响。而且由于成像考虑的只是针孔模型,在测量大型镜面时,摄像机畸变对测量精度的影响较大。2005年, Petz 等<sup>[10]</sup>提出“反射光栅摄影测量”的概念,在

收稿日期: 2011-10-08; 收到修改稿日期: 2011-12-14

基金项目: 国家自然科学基金(60838002, 61177010)资助课题。

作者简介: 肖永亮(1983—),男,博士研究生,主要从事计算机视觉及光学三维传感等方面的研究。

E-mail: yl.xiao@yahoo.com.cn

导师简介: 苏显渝(1944—),男,教授,博士生导师,主要从事信息光学和光学三维传感等方面的研究。

E-mail: xysu@scu.edu.cn

其测量过程中采用光线三角交会取代相位测量偏折术的梯度积分,不再要求被测镜面满足正则约束条件,可以测量非连续的镜面面形。其技术难点在于系统几何标定,即摄像机与液晶显示器(LCD)之间的位姿估计。由于产生条纹图形的 LCD 不在摄像机直接的视场范围内,需要利用贴上控制点的平面镜完成摄像机与显示器之间的位姿估计,但前提是,平面镜上控制点坐标必须事先通过摄影测量方法测得。赵文川等<sup>[9]</sup>提出用条纹替代朗奇光栅,条纹在摄像机离焦的情况下,仍能保持良好的条纹正弦性,有利于根据绝对相位信息进行特征点定位;本文作者引入自由参考系<sup>[11]</sup>,将摄影测量光束法平差应用到镜面三维测量,提高了待测点的空间分辨率和测量精度。但是,在实际实验中,要求自由参考系必须严格平行翻转,即要求 LCD 严格平行翻转;而且,其必须在精密电移控制下平行移动,这在一定程度上限制了测量的精度和简易性。

为了进一步提高条纹反射摄影测量的灵活性,本文提出利用平面镜反射来标定摄像机与 LCD 的位姿,不再需要在平面镜上贴控制点。采用平面镜直接对 LCD 上的条纹进行 3 次反射并用固定的摄像机接收反射条纹,根据对反射条纹的分析,评估不在摄像机直接视场范围内的 LCD 与摄像机的位姿关系。通过两者的位姿转换关系,将摄像机每个像素特征点对应的入射光线与反射光线统一在摄像机坐标系下,进行光线三角交会,测量镜面的面形。实验证明,此方法可简单且精确的实现条纹反射摄影测量。

## 2 条纹反射摄影测量基本原理

条纹反射摄影测量的示意图如图 1 所示。固定摄像机,两个不同位置液晶显示器 LCD1 和 LCD2 上显示的条纹经过非球面镜反射后,在摄像机成像面上成像,两个 LCD 的位置不需要平行放置的约束。其测量原理简述如下:通过条纹信息的绝对相位追踪,确定摄像机成像面上变形条纹某点在 LCD1 和 LCD2 上的同名相位点,如图 1 所示,  $A, B, C$  在摄像机成像面像点的绝对相位,与其对应光线同 LCD1 和 LCD2 的交点为  $A_k, B_k, C_k (k=1, 2)$  的绝对相位相等。因此,  $A, B, C$  的坐标可根据其入射光线和反射光线的交会求解。入射光线由两个不同位置 LCD 上的同名相位点决定,如  $A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2$ , 反射光线由摄像机光心和同名相位点图像坐标决定。在摄像机坐标系下,根据光线三角交会情

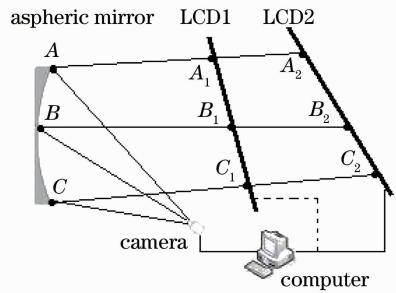


图 1 条纹反射摄影测量示意图

Fig. 1 Schematic diagram of fringe reflection photogrammetry

况完成条纹反射摄影测量。

与 Petz<sup>[10]</sup>最初提出的反射摄影测量结构不同,图 1 中的两个 LCD 的位置不再要求严格平行。显然,图 1 的装置图在实际测量过程中更加简单和方便。但是,要想完成三角交会确定  $A, B, C$  的坐标,必须将反射光线和入射光线统一在同一个世界坐标系内,即确定摄像机与不在其视场范围内的 LCD 之间的位姿关系。根据实际情况,将反射光线和入射光线统一在摄像机坐标系下可使光线三角交会简化。在 Petz 的方案中,采用贴上控制点的标定镜完成两者的位姿评估。图 2 显示了 Petz 的方法中标定镜的示意图。但是,标定镜上控制点的精确坐标必须要已知,需通过摄影测量方法测得。很明显,利用摄影测量测得控制点的坐标会增加测量时间和测量成本。

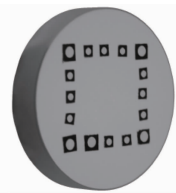


图 2 贴控制点的标定镜示意图

Fig. 2 Schematic of calibration mirror with control points

## 3 自由镜面反射位姿评估

为了简化条纹反射摄影测量中摄像机与 LCD 之间的位姿评估,避免对平面镜上的控制点进行额外的坐标测量,直接采用不贴控制点的普通平面镜对 LCD 上的条纹反射 3 次,由固定的摄像机接收,通过线性求解和光束法平差完成两者的位姿评估。自由镜面反射位姿评估可以使条纹反射摄影测量的系统标定过程更加自由和灵活,并能使系统得到简化,使测量过程中不要求 LCD 的两个位置绝对平行,即不需要对 LCD 进行精密移动控制确保位置的

平行性。

### 3.1 线性算法

图3描述了条纹反射摄影测量的反射投影成像模型。LCD和摄像机的坐标系分别定义为 $X_s$ 和 $X_c$ 。两个坐标系之间的位姿通过旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 和平移矢量 $\mathbf{T}$ 联系起来。反射投影成像模型可以简述为,首先将LCD转换到摄像机坐标系下;然后将LCD对平面镜成像;最后其镜像在摄像机成像面成像。LCD上的特征点 $\mathbf{p}$ 关于平面镜的镜像点 $\mathbf{p}'$ 的齐次坐标数学表述为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - 2\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T & 2d\mathbf{n} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$\mathbf{n}$ 为平面镜在摄像机坐标系下的法向, $d$ 为平面镜到摄像机的距离。然后,镜像点 $\mathbf{p}'$ 经过非线性成像模型在摄像机成像面成像<sup>[12]</sup>。需要注意的是,LCD坐标系为右手系,那么,其镜像为左手系。假设非线性成像模型抽象为数学映射函数 $\mathcal{R}$ ,其成像图像坐标 $\mathbf{q}$ 为

$$\mathbf{q} = \mathcal{R}(\mathbf{p}'). \quad (2)$$

因此,在反射投影成像模型中,考虑到摄像机的镜头畸变,而不仅仅考虑针孔模型,有利于对大口径镜面进行测量。由反射投影成像模型(1)式和(2)式可知,自由镜面反射位姿评估是指已知 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{q}$ ,计算 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{T}$ 。

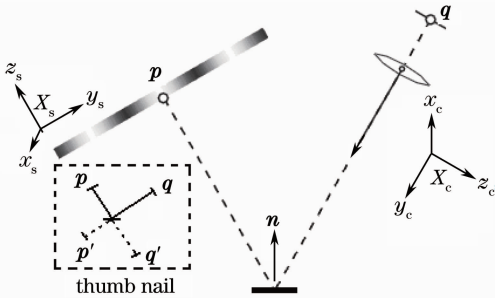


图3 反射投影成像模型

Fig. 3 Reflection projection imaging model

根据(1)式,令  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - 2\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T & 2d\mathbf{n} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$ ,

反射投影成像模型的另外一种解释为,将摄像机对平面镜镜像成虚拟摄像机,此虚拟摄像机对 $\mathbf{p}$ 点成像。将实际成像点图像坐标 $\mathbf{q}$ 对平面镜镜像成 $\mathbf{q}'$ ,根据基于平面控制点的位姿评估算法<sup>[12]</sup>, $\mathbf{q}'$ 和 $\mathbf{p}$ 可评估虚拟摄像机坐标系与世界坐标系之间的位姿 $\hat{\mathbf{R}}$ 和 $\hat{\mathbf{T}}$ 。由于成像的对称性,反射投影成像模型的两解释具有等效性,可以得到

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}} & \hat{\mathbf{T}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - 2\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T & 2d\mathbf{n} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

可以得到 $\hat{\mathbf{R}}$ , $\mathbf{R}$ 和 $\hat{\mathbf{T}}$ , $\mathbf{T}$ 之间的基本关系,即

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{R}} = (\mathbf{I} - 2\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T)\mathbf{R} \\ \hat{\mathbf{T}} = (\mathbf{I} - 2\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T)\mathbf{T} + 2d\mathbf{n} \end{cases} \quad (4)$$

根据(4)式,至少需要3个镜面反射图像计算 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{T}$ 。将平面镜任意转动一定角度,便可以获取3个镜面反射图像。对每一对镜面反射图像, $j, j' \in \{1, 2, 3\}$ ,令单位矢量 $\mathbf{m}_{jj'}$ 与 $\mathbf{n}_j, \mathbf{n}_{j'}$ 均垂直,则 $\mathbf{m}_{jj'} \sim \mathbf{n}_j \times \mathbf{n}_{j'}$ ,可以得到

$$\hat{\mathbf{R}}_j \cdot \hat{\mathbf{R}}_{j'}^T \cdot \mathbf{m}_{jj'} = (\mathbf{I} - 2\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{n}_j^T) \times (\mathbf{I} - 2\mathbf{n}_{j'} \cdot \mathbf{n}_{j'}^T)^T \mathbf{m}_{jj'} = \mathbf{m}_{jj'}. \quad (5)$$

因此, $\hat{\mathbf{R}}_j \cdot \hat{\mathbf{R}}_{j'}^T$ 特征值为1的特征矢量即 $\mathbf{m}_{jj'}$ 。根据特征矢量的叉积,可以计算镜子的法向矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1 &= \frac{\mathbf{m}_{13} \times \mathbf{m}_{12}}{\|\mathbf{m}_{13} \times \mathbf{m}_{12}\|}, & \mathbf{n}_2 &= \frac{\mathbf{m}_{21} \times \mathbf{m}_{23}}{\|\mathbf{m}_{21} \times \mathbf{m}_{23}\|}, \\ \mathbf{n}_3 &= \frac{\mathbf{m}_{13} \times \mathbf{m}_{23}}{\|\mathbf{m}_{13} \times \mathbf{m}_{23}\|}. \end{aligned} \quad (6)$$

然后,3个旋转矩阵 $\mathbf{R}_j$ 可以根据(4)式求解, $\mathbf{R}_j = (\mathbf{I} - 2\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{n}_j^T)\hat{\mathbf{R}}_j$ 。在无噪声的理想情况下, $\mathbf{R}_j$ 应该是相等的。但实际上,由于噪声, $\mathbf{R}_j$ 并不相等,需要对旋转矩阵求平均<sup>[13]</sup>。

$$\text{令 } \tilde{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{R}_k, \text{ 则旋转矩阵平均为}$$

$$\bar{\mathbf{R}} = [(\tilde{\mathbf{R}}^T \cdot \tilde{\mathbf{R}})^{1/2}]^{-1} \tilde{\mathbf{R}}, \quad (7)$$

余下的参数 $[\mathbf{T}, d_1, d_2, d_3]^T$ 可以根据(3)式构建线性方程求解,即

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_1^T) & 2n_1 & 0 & 0 \\ (\mathbf{I} - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_2^T) & 0 & 2n_2 & 0 \\ (\mathbf{I} - \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{n}_3^T) & 0 & 0 & 2n_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{T}}_1 \\ \hat{\mathbf{T}}_2 \\ \hat{\mathbf{T}}_3 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

至此,不在摄像机视场范围内的LCD与摄像机的位姿 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{T}$ 可以通过3次平面镜反射线性求解。线性求解的本质是将反射投影模型的两解释统一起来,即摄像机对LCD在平面镜中的镜像成像和平面镜中的虚拟摄像机对LCD成像。

### 3.2 光束法平差

线性解通常对噪声敏感,光束法平差可以通过对 $\mathbf{R}, \mathbf{T}, \mathbf{n}_j, d_j$ 同时调整,使反射投影的重投影误差最小。根据具体的问题,必须构建代价函数在Levenberg-Marquardt算法下完成光束法平差位姿优化,其代价函数的构建基于反射投影成像模型。由于 $\mathbf{n}_j, d_j$ 只是中间变量,为了减少平差参数,令 $\mathbf{v}_j = d_j \mathbf{n}_j$ ,旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 通过Rodrigues矩阵的三参数

表示法表示,满足旋转矩阵的单位正交性质。因此,需要平差的参数个数总共为 15 个。假设在  $j$ th 反射投影图像中有  $i$  个特征点,总共可以构建  $6i$  个方程。根据(1)式和(2)式,代价函数构建为

$$\begin{cases} f_{i,j} = \mathcal{R}(\mathbf{p}'_{i,j}) - \mathbf{q}_{i,j} \\ \mathbf{p}'_{i,j} = \left(\mathbf{I} - 2 \frac{\mathbf{v}_j \cdot \mathbf{v}_j^T}{\mathbf{v}_j^T \cdot \mathbf{v}_j}\right) \mathbf{R} \cdot \mathbf{p}_{i,j} + \left(\mathbf{I} - 2 \frac{\mathbf{v}_j \cdot \mathbf{v}_j^T}{\mathbf{v}_j^T \cdot \mathbf{v}_j}\right) \mathbf{T} + 2\mathbf{v}_j \end{cases} \quad (9)$$

光束法平差  $\min \sum_i \sum_j [f_{i,j}]^2$  属于典型的非线性最小二乘法,以线性解作为初始值,通过改变振荡因子  $\lambda$  来控制算法的下降方向,其改正数为

$$\bar{\omega}^{k+1} - \bar{\omega}^k = -[\mathbf{J}^T(\bar{\omega}^k)\mathbf{J}(\bar{\omega}^k) + \lambda\mathbf{I}]^{-1} \times \mathbf{J}^T(\bar{\omega}^k)f_{i,j}(\bar{\omega}^k), \quad (10)$$

式中  $\bar{\omega}$  为表示平差参数  $\mathbf{R}, \mathbf{T}, \mathbf{v}_j$  的矢量,  $\mathbf{J}$  为  $f_{i,j}$  对于平差参数  $\bar{\omega}$  的雅克比矩阵。当  $\lambda$  很小时,相当于 Gauss-Newton 算法,当  $\lambda$  很大时,相当于梯度下降算法。光束法平差的实现在数学上要求  $6i > 15$ , 即  $i \geq 3$ 。当  $i=3$  时,像点  $\mathbf{p}'$  与摄像机坐标系的位姿  $\hat{\mathbf{R}}$  和  $\hat{\mathbf{T}}$  评估为典型的 P3P 问题,存在多解性<sup>[14]</sup>。但是, P4P 和 P5P 位姿评估算法<sup>[15]</sup>既能满足  $\hat{\mathbf{R}}$  和  $\hat{\mathbf{T}}$  的解算,又能够保证进行光束法平差优化  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$ 。另一方面,光束法平差属于局部优化算法,需要提供精度较高的初始值使代价函数最终收敛,线性解作为优化的初始驱动。因此,参与解算的点数越多,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  的初始精度会越高,光束法平差的方程会越多,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  的优化精度也会越高。鉴于此,采用多点全局位姿评估算法解算  $\hat{\mathbf{R}}$  和  $\hat{\mathbf{T}}$ , 光束法平差优化  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$ 。因此,在整个求解  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  的过程中,总共经历了两次优化。第一次是在解算  $\hat{\mathbf{R}}$  和  $\hat{\mathbf{T}}$  时,采用了全局优化算法;第二次是解算  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  时,采用了局部优化算法光束法平差。

与传统的光束法平差相比,条纹反向摄影测量

成像点的观测方程不仅包含了非线性成像模型,而且还包含了镜像反射模型,即反射投影成像模型。反射投影光束法平差的物理意义可以描述为,通过对摄像机与 LCD 之间的位姿  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$ , 3 个平面镜的法向量  $\mathbf{n}_j$  和平面镜到摄像机的距离  $d_j$  的同时调整,使从特征点发出的光线经过平面镜的反射在摄像机成像平面的重投影误差最小。由于光束法平差属于典型的非线性最小二乘问题,因此,光束法平差对均值为零的高斯噪声的抑制具有统计意义。

### 3.3 数值模拟

通过数值模拟研究算法的稳健性。摄像机的内参数设置为实际摄像机标定的结果。LCD 上的特征点选择为 25 个均匀分布的点,旋转矩阵的旋转角、平移矢量、3 个平面镜的法向为均匀随机产生,但要确保特征点经过镜面反射在摄像机成像面成像。相对旋转误差  $E_{\text{rot}}$  和平移误差  $E_{\text{trans}}$  用来评价算法的稳健性:

$$\begin{cases} E_{\text{rot}} = \|\theta_{\text{true}} - \theta\| / \|\theta_{\text{true}}\| \\ E_{\text{trans}} = \|\mathbf{T}_{\text{true}} - \mathbf{T}\| / \|\mathbf{T}_{\text{true}}\| \end{cases} \quad (11)$$

图 4(a)、4(b)分别显示了要线性算法与光束法平差算法中,相对误差随图像高斯噪声变化的分布情况。其中每个点是运行 100 次的平均的结果,镜子到摄像机的距离取单位 1。由图 4 可知,经过光束法平差后的结果要明显优于线性算法的结果。图 5(a)、5(b)分别显示了光束法平差评估位姿中,镜子距离光心的距离和镜子旋转角度对评估精度的影响,其曲线上的点是在图像加上方差为 0.5 的高斯噪声基础上解算的。图 5 表明,在实际实验中,平面镜应尽可能靠近摄像机;在进行平面镜 3 次反射时,在保持反射条纹被摄像机接收的前提下,平面镜的转动范围应尽可能大。

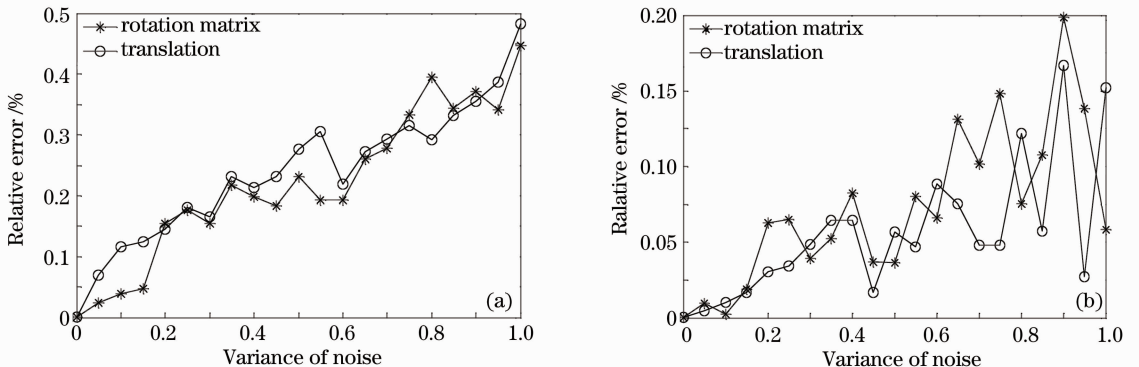


图 4 标定算法的稳健性。(a)线性算法; (b)光束法平差

Fig. 4 Robustness of calibration algorithm. (a) Linear solution; (b) bundle adjustment



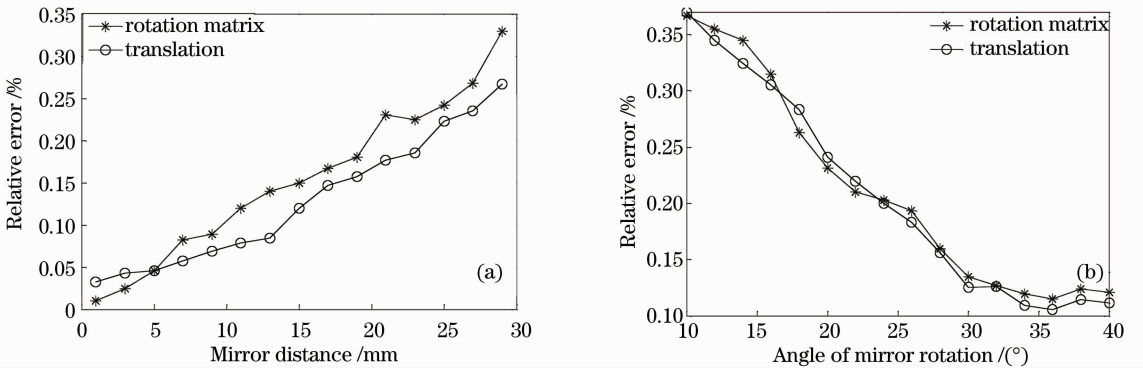


图5 影响光束法平差稳健性的因素。(a) 镜子距离；(b) 镜子转动角度

Fig. 5 Factors affecting robustness of bundle adjustment. (a) Mirror distance; (b) angle of mirror's rotation

## 4 条纹反射摄影测量基本过程

### 4.1 同名点匹配

分析 LCD 上的条纹图和经过镜面反射后被摄像机获取的变形条纹图的相位, 追踪与变形条纹图绝对相位相同的点, 可以确定其在 LCD 上两个不同位置的同名点。利用条纹图进行同名点匹配, 具有空间分辨率高、匹配精度高的优点<sup>[16]</sup>。一般采用相移算法, 分别显示两个方向的条纹完成特征点匹配, 但是相移算法需要多帧相移图像。傅里叶变换法在提取条纹图相位时具有单帧处理的优势。设 LCD 上的二维正弦条纹设计为

$$I(x, y) = 1/2 + 1/4 \cos[\phi_x(x, y)] + 1/4 \cos[\phi_y(x, y)]. \quad (12)$$

式中  $x, y$  为 LCD 上的像素坐标,  $\phi_x(x, y) = 2\pi x f_x$ ,  $\phi_y(x, y) = 2\pi y f_y$ ,  $f_x, f_y$  分别为条纹频率。由于背景和光照影响, 摄像机获取的条纹图像强度函数表示为

$$I(u, v) = a(u, v) + b_1(u, v) \cos[\phi_u(u, v)] + b_2(u, v) \cos[\phi_v(u, v)] \quad (13)$$

式中  $u, v$  为摄像机的图像坐标。根据条纹图像的傅里叶变换分析方法, 通过二维傅里叶变换, 可以分别得到  $u, v$  方向的频谱分布

$$G(\xi, \eta) = G_0(\xi, \eta) + G_u(\xi - f_u, \eta) + G_u^*(\xi + f_u, \eta) + G_v(\xi, \eta - f_v) + G_v^*(\xi, \eta + f_v). \quad (14)$$

通过分别对  $u, v$  方向的基频  $G_u(\xi - f_u, \eta)$  和  $G_v(\xi, \eta - f_v)$  的滤波和逆傅里叶变换, 提取出  $u, v$  方向的截断相位图。通过设置标记点, 利用标记点的相位引导相位展开, 可以获得变形条纹图像点在  $u$  和  $v$  方向的绝对相位  $\phi_u$  和  $\phi_v$ <sup>[17]</sup>。根据绝对相位追踪, 其在 LCD 上对应的三维坐标为  $[\Delta\phi_u/(2\pi f_x), \Delta \cdot$

$\phi_v/(2\pi f_y), 0]^T$ ,  $\Delta$  为 LCD 的点间距。

### 4.2 三角交会

为了简化, 三角交会在摄像机坐标系下进行。摄像机图像坐标系的每一个像素和摄像机的光心能确定一条反射光线。假设摄像机成像面变形条纹某点的图像坐标为  $[u_i, v_i]$ , 此点在摄像机坐标下的物理坐标为  $[\frac{u_i - C_x}{F_x} f, \frac{v_i - C_y}{F_y} f, f]^T$ ,  $C_x, C_y$  为摄像机的主点,  $F_x, F_y$  为摄像机的归一化焦距, 即摄像机标定的焦距,  $f$  为摄像机的物理焦距。根据自由镜面反射位姿评估算法计算的摄像机坐标系与 LCD 的位姿  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$ , 可以将两个位置 LCD 上的同名点坐标转换到摄像机坐标系下:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{R}_k [\Delta\phi_{ku}/(2\pi f_x), \Delta\phi_{kv}/(2\pi f_y), 0]^T + \mathbf{T}_k. \quad (15)$$

$\mathbf{X}_1$  和  $\mathbf{X}_2$  可以确定入射光线在摄像机坐标系下的方程。在摄像机坐标下, 入射光线与反射光线进行交会, 就可以求得交点在摄像机坐标系下的三维坐标。但是, 由于畸变和噪声的影响, 两条求解的光线有可能不相交, 而是异面直线。此时, 以与两异面直线垂直的线段的中点为交点。为了更高精度地确定入射光线, 可以将 LCD 置于更多的不同位置, 寻找更多的同名点, 通过直线拟合的方式确定入射光线在摄像机坐标系下的直线方程, 然后再与反射光线三角交会。

## 5 实验

实验中, 采用 JAI CV-A50 黑白摄像机拍摄二维条纹, 摄像机的分辨率为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ , 像素尺寸为  $8.3 \mu\text{m} \times 8.6 \mu\text{m}$ ; 采用 Philips 170S87LCD 显示条纹, 分辨率为  $1024 \text{ pixel} \times 1280 \text{ pixel}$ , 显示器的点间

距为 0.264 mm;LCD 上显示的条纹周期为 48 pixel。摄像机标定包括主点,等效焦距,畸变系数,采用基于条纹分析的多摄像机标定算法完成标定<sup>[18]</sup>。为了确定条纹反射摄影测量中摄像机与 LCD 的位姿关系,利用平面镜对 LCD 上的条纹反射 3 次,摄像机对平面镜上的镜像条纹成像。对于处于第一个位置的 LCD,摄像机拍摄的 3 张镜像条纹图如图 6(b)~

(d)所示,图 6(a)为其对应的 LCD 上显示的条纹及参考点。对特征点进行亚像素定位<sup>[11]</sup>,经过线性算法和光束法平差后,其重投影显示在图 6(b)~(d)上。对于处于第二个位置上的 LCD,其处理方式与第一个位置一样。LCD 在两个不同位置时,经过光束法平差后的反射投影重投影误差如表 1 所示。

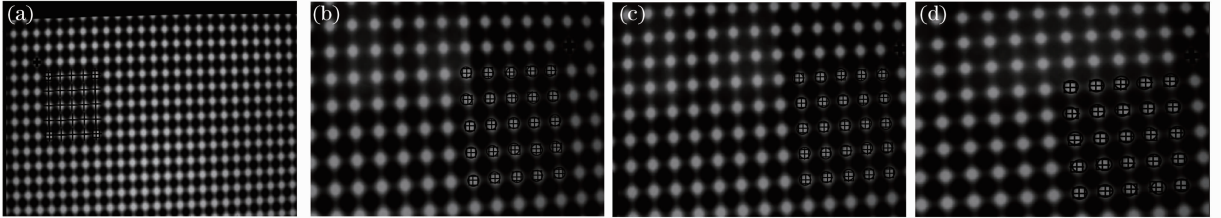


图 6 显示器和镜像上的特征点和重投影的分布。(a)LCD 上的条纹特征点分布;(b),(c),(d)为镜像条纹图的特征点以及重投影分布,“+”表示镜像特征点;“O”表示线性算法的重投影;“□”表示光束法平差后的重投影

Fig. 6 Distribution of characteristic points of fringe and reprojection on LCD screen and mirror image. (a) Characteristic points of fringe on LCD screen; (b), (c), (d) characteristic points and reprojection on mirror image; “+”denote characteristic points on mirror image; “O”denote the reprojection based on linear algorithm, “□”denote the reprojection after bundle adjustment

表 1 反射投影的重投影方差

Table 1 Reprojection variance of reflective projection /pixel

	Fig. 5 (b)	Fig. 5 (c)	Fig. 5 (d)
Position 1	(0.083,0.074)	(0.091,0.082)	(0.087,0.074)
Position 2	(0.079,0.089)	(0.083,0.076)	(0.081,0.072)

经过自由平面镜反射位姿评估,条纹反射摄影测量中 LCD 在两个不同位置时,其与摄像机的位姿关系  $R_1, T_1$  和  $R_2, T_2$  以及镜子到摄像机的距离  $d_1, d_2$  分别是

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \begin{bmatrix} 0.1388 & -0.2099 & 0.9678 \\ -0.9773 & 0.1287 & 0.1680 \\ -0.1598 & -0.9692 & -0.1873 \end{bmatrix} \\ R_2 = \begin{bmatrix} -0.1343 & -0.5918 & 0.7948 \\ -0.7571 & -0.4562 & -0.4677 \\ 0.6393 & -0.6646 & -0.3868 \end{bmatrix} \\ T_1 = [404.9914 \quad 113.0628 \quad -29.3321] \\ T_2 = [381.2748 \quad 97.3472 \quad -36.3321] \\ d_1 = [41.3224; 43.0452; 38.6695] \\ d_2 = [37.3148; 41.3924; 39.2384] \end{array} \right. \quad (16)$$

对应于上述两个位置时,将口径约为 4 cm 的凹面镜按照图 1 所示放置在摄像机前面约 20 cm 处, LCD 上的条纹经过凹面镜反射,在摄像机成像面成像。摄像机拍摄凹面镜上的变形二维条纹及其绝对相位分布如图 7 所示。图 7(a)稍有模糊,是因为在

条纹反向摄影测量中,摄像机对镜面成像会产生一定的离焦现象,但离焦不会影响条纹的正弦性。图 7(c)和 6(d)是分别从其傅里叶谱(a)提取后进行相位展开后的绝对相位分布图,相位展开采用从标记点处开始展开,带标记点的图只是参考,在这里没有显示。根据第 4 节所述,依据绝对相位寻找变形条纹像素在 LCD 上的同名点,在摄像机坐标系下完成三角交会,测量得到离散的三维坐标,进而进行泽尼克多项式拟合镜面面型分布。将面形原点定位在拟合结果的最低点,图 8 显示了其拟合面型分布图;为了评价测量精度,将拟合的面型与三坐标机测得的离散点拟合面形对比,分别以测量面形和参考面形的最低点作为原点进行相减,得到误差结果的分布图 9。可见,其误差分布在  $-0.02 \sim 0.02$  mm 范围内。由于是全镜面测量,测点较多,其标准差较小,为  $1.83 \mu\text{m}$ 。其误差主要来自摄像机与不在其视场范围内的 LCD 之间的位姿评估与系统误差。本文提出的方案需要对位姿评估两次,很明显,两次评估均会出现误差,其误差会在两条光线相交确定坐标时被放大。同时,由于采用的普通平面镜具有一定

的厚度,对其镜像图提取特征点时,未考虑因镜子厚度产生光线折射的影响。为了进一步提高测量精

度,可尽量采用表面镀膜的高精度平面反射镜,提高镜像特征点定位精度。

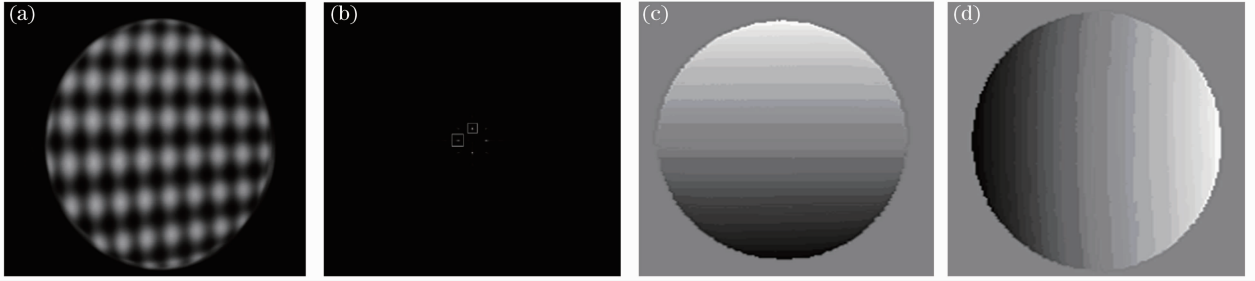


图7 非球面镜变形条纹图与绝对相位图,(a)变形条纹图;(b)傅里叶谱;(c)与(d)为横竖方向的绝对相位  
Fig. 7 Deformed fringe on aspheric mirror and absolute phase images; (a) Deformed fringe; (b) Fourier spectrum; (c) and (d) are absolute phase in horizontal and vertical direction

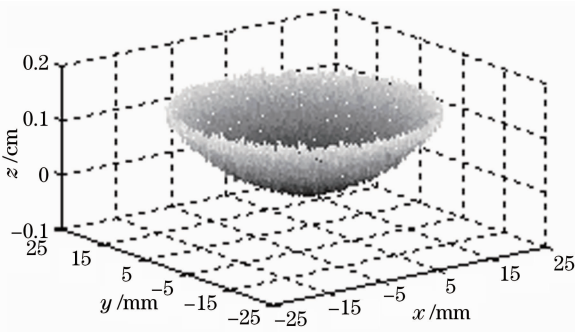


图8 三角交会拟合面形分布  
Fig. 8 Specular shape fitted by triangulation

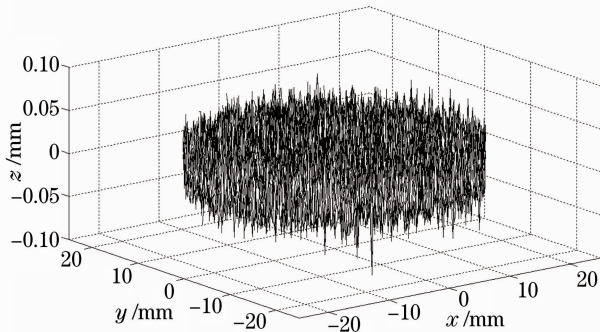


图9 与标准泽尼克多项式拟合面形的误差分布  
Fig. 9 Error distributions compared to standard shape by Zernike polynomial fitting

## 6 结 论

提出利用平面镜3次反射LCD上的条纹图,评估条纹反射摄影测量中摄像机与LCD的位姿关系。其整个评估过程包括三步:1)对特征点取镜像并评估摄像机与虚拟LCD的位姿;2)线性求解摄像机与LCD之间的位姿;3)通过光束法平差优化求解结果。与以往的方法相比,此方法不需要在平面镜上贴标记点,能够使条纹反射摄影测量的实现结构更

加简单和灵活。在标定精度方面,传统贴标记点标定方法的精度与标记点的测量精度有关;而无标记点标定方法的标定精度不再与标记点有关,仅仅与镜像特征点提取的精度有关。但是,在未考虑其他影响因素的情况下,根据实际实验的结果,两种方法的最终标定精度相近可比拟。通过对平面镜的反射面镀膜,可消除玻璃折射的影响,有望进一步提高标定精度。另一方面,LCD不再需要在精密电控平台下移动,而是可以自由移动,能够更加简单灵活地实现条纹反射摄影测量。

## 参 考 文 献

- Peng Xiang, Yin Yongkai, Liu Xiaoli *et al.*. Phase-aided three-dimensional imaging and metrology [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900120  
彭翔, 殷永凯, 刘晓利等. 基于相位辅助的三维数字成像与测量[J]. *光学学报*, 2011, **31**(9): 0900120
- Wang Tao, Sun Changku, Shi Yongqiang *et al.*. Novel grating projection system based on assistant line and its calibration method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(1): 0115002  
王涛, 孙长库, 石永强等. 基于辅助参考线的光栅投影轮廓测量系统及标定方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(1): 0115002
- Wang Luyang, Da Feipeng. Three-dimensional shape measurement technique based on complementary color-encoded fringe projection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(6): 0612004  
王露阳, 达飞鹏. 基于互补色编码条纹投影的三维形貌测量方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(6): 0612004
- Zhang Xiaohu, Ou Jianliang, Yuan Yun *et al.*. Stack-yard 3D measurement based on photogrammetry and projected contour aiding[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(6): 0612002  
张小虎, 欧建良, 苑云等. 投影轮廓线辅助下的堆场三维形貌摄影测量研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(6): 0612002
- Li Jinjun, Zhao Hong. Feature path-based vision measuring technique for complex surface and silhouette[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(8): 0812003  
李进军, 赵宏. 基于特征面片的复杂型面轮廓视觉测量方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 0812003
- Dai Meiling, Yang Fujun, Du Xiaolei *et al.*. Three-dimensional shape measurement based on single-shot color fringe projection of sinusoidal grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0712002  
戴美玲, 杨福俊, 杜晓磊等. 基于单幅彩色正弦光栅投影的三维

- 形貌测量[J]. 光学学报, 2011, **31**(7): 0712002
- 7 Xu Wei, Chen Xiaobo, Xi Juntong. A method of phase error compensation for structural light measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(3): 0312008
- 许 伟, 陈晓波, 刁俊通. 结构光测量相位波动误差补偿方法研究[J]. 光学学报, 2011, **31**(3): 0312008
- 8 M. C. Knauer, J. Kaminski, G. Hausler. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular freeform surfaces [C]. *SPIE*, 2004, **5457**: 366~376
- 9 Zhao Wenchuan, Xu Xianyu, Liu Yuankun *et al.*. Testing an aspheric mirror based on phase measuring deflectometry [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(5): 1338~1341
- 赵文川, 苏显渝, 刘元坤 等. 基于相位偏折术的非球面镜检测方法[J]. 中国激光, 2010, **37**(5): 1338~1341
- 10 M. Petz, R. Tutsch. Reflection grating photogrammetry: a technique for absolute shape measurement of specular free-form surfaces [C]. *SPIE*, 2005, **5869**: 586910
- 11 Xiao Yongliang, Su Xianyu, Chen Wenjing. Specular shape measurement with phase measuring deflectometry based on bundle adjustment [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(12): 1212007
- 肖永亮, 苏显渝, 陈文静. 基于光束法平差的相位测量偏折术镜面面形测量[J]. 光学学报, 2011, **31**(12): 1212007
- 12 Xiao Yongliang, Su Xianyu, Chen Wenjing. Fringe inverse videogrammetry based on global pose estimation [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(8): 0800031
- 肖永亮, 苏显渝, 陈文静. 基于全局位姿评估的条纹反向视觉测量[J]. 中国激光, 2011, **38**(8): 0800031
- 13 M. Moakher. Means and averaging in the group of rotations [J]. *SIAM J. Matrix Anal. & Appl.*, 2002, **24**(1): 1~16
- 14 B. M. Haralick, C. N. Lee, K. Ottenberg *et al.*. Review and analysis of solution of three point perspective pose estimation [J]. *Int. J. Computer Vision*, 1994, **13**(3): 331~356
- 15 Y. Wu, Z. Hu. PnP problem revisited [J]. *J. Math. Imaging & Vision*, 2006, **24**(1): 131~141
- 16 Da Feipeng, Gai Shaoyan. Grating Projection 3D Precision Measurement [M]. Beijing: Science Press, 2011
- 达飞鹏, 盖绍彦. 光栅投影三维精密测量[M]. 北京: 科学出版社, 2011
- 17 H. Guo, P. S. Huang. Absolute phase technique for the Fourier transform method[J]. *Opt. Engng.*, 2009, **48**(4): 043609
- 18 Liu Yuankun, Su Xianyu, Wu Qingyang. Multicamera calibration by FTP technique [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(9): 1734~1737
- 刘元坤, 苏显渝, 吴庆阳. 基于傅里叶条纹分析的多摄像机标定方法 [J]. 光子学报, 2007, **36**(9): 1734~1737

栏目编辑: 何卓铭