

二维高斯分布光斑中心快速提取算法研究

冯新星 张丽艳 叶 南 杨博文

(南京航空航天大学机电学院, 江苏 南京 210016)

摘要 在深入分析二维高斯分布公式的基础上, 通过将光斑中心整像素坐标和亚像素坐标进行分离, 推导出一种无需求解广义逆矩阵的高斯曲面解析算法, 该方法综合利用窗口内的所有像素灰度信息, 通过解析表达式直接计算高斯分布光斑的亚像素中心位置; 并且对传统高斯曲面拟合法求解过程进行了优化, 提出一种更加高效的定参高斯拟合法。与传统高斯曲面拟合法相比, 提出的两种方法具有基本相同的稳定性和定位精度, 但运行效率分别提高了 278 倍和 78 倍以上。

关键词 光学测量; 图像处理; 离焦模式; 二维高斯分布; 中心定位

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0512002

Fast Algorithms on Center Location of Two Dimensional Gaussian Distribution Spot

Feng Xinxing Zhang Liyan Ye Nan Yang Bowen

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

Abstract The Gaussian surface fitting (GSF) is considered to be an excellent target location algorithm with high precision. But it is too expensive in computation to be utilized in real-time applications, such as dynamic tracking, dynamic measurement and autonomous navigation. By dividing the coordinate of the spot center into integer pixel value and subpixel value, a new fast algorithm, named Gaussian surface analyzing (GSA) is deduced, in which the center is located with analytical formulas and the intensity values of all pixels in the region of interest (ROI). In addition, an improved version of the traditional GSF algorithm, called fixed-coefficient Gaussian fitting (FCGF) is proposed as well, in which the expensive computation of the generalized inverse matrix is avoided. Compared to the GSF, the GSA and the FCGF have similar performance in accuracy and robustness, however their running time is no more than 1/278 and 1/78 of the GSF respectively.

Key words optical measurement; image processing; defocus mode; two-dimensional Gaussian distribution; center location

OCIS codes 100.2000; 120.4820; 150.1135; 150.0155

1 引 言

离焦成像是将相机的成像平面调节至偏离镜头聚焦平面的位置, 从而让物体在 CCD 上形成模糊的散焦图像的成像过程^[1]。离焦成像在卫星导航^[2,3]、视觉测量^[4,5]和航空观测^[6~8]等领域都有着广泛的应用。这是因为在对恒星、红外发光二极管等可近似为点光源的对象进行离焦拍摄时, 图像所

呈光斑近似符合二维高斯分布, 因此可以得到比准确对焦所拍摄的图像更为丰富的灰度信息, 对这些灰度信息进行分析计算, 得到光斑的各种参数, 就可以为星点检测、靶点提取和光纤定位等提供必要的基础信息。

快速、精确定位成像光斑的中心, 是卫星导航视觉测量等领域诸多应用的基础, 对系统整体性能有

收稿日期: 2011-11-30; **收到修改稿日期**: 2011-12-20

基金项目: 国家自然科学基金(50875130)和国防技术基础科研(J152011C001)资助课题。

作者简介: 冯新星(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事非接触三维几何测量方面的研究。E-mail: cle_sur@sina.cn

导师简介: 张丽艳(1967—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事非接触三维几何测量、机器视觉检测和逆向工程方面的研究。E-mail: zhangly@nuaa.edu.cn

重要影响。二维高斯曲面拟合法,是一种较为精确的光斑中心定位算法。

(1)

目前针对二维高斯分布光斑的中心定位算法包括灰度质心法(GC)、加权灰度质心法(WGC)、高斯曲面拟合法(GSF)和抛物面拟合法(PSF)等^[9~11]。一般评定一个中心定位算法的优劣主要包括测量精度、稳定性和运算效率三项指标。以上算法中灰度质心法的抗噪能力较弱,精度有限;加权灰度质心法抗噪能力虽有所改善,但稳定性仍显不足;高斯曲面拟合法精度高、稳定性好,但运算复杂,难以满足多目标点快速定位和靶点动态跟踪的要求;而抛物面拟合法则是高斯曲面拟合法的一种简化算法,精度和稳定性相对较差,实际较少采用。

本文在深入分析二维高斯分布公式的基础上,通过将光斑中心整像素坐标和亚像素坐标进行分离,提出更高效的定参高斯拟合法(FCGF);并进一步提出了一种全新的高斯曲面解析法(GSA),用更加简洁的解析运算实现了对光斑中心的精确定位。模拟和实验都证明,同传统高斯曲面拟合法、抛物面拟合法、加权灰度质心法相比,本文提出的高斯曲面解析法、定参高斯拟合法在运行效率方面具有突出优势,精度和稳定性与传统高斯曲面拟合法基本相当。

2 经典光斑亚像素定位算法

光斑的亚像素定位方法主要包括基于边缘和基于灰度两大类。基于边缘的方法有椭圆拟合、Hough变换等,适用于大目标和灰度边界明显的目标。近似理想点光源离焦成像的光斑近似符合二维高斯分布,灰度边界不明显,更适合采用基于灰度的方法,因此本文主要针对加权灰度质心法、高斯曲面拟合法以及抛物面拟合法做分析对比。灰度近似符合二维高斯分布的光斑都具有较好的对称性,因此可以基于正方形提取窗口进行讨论,此时对于一个大小为 $n \text{ pixel} \times n \text{ pixel}$,左上角像素坐标为 (x_1, y_1) ,右下角像素坐标为 (x_n, y_n) ,像素 (x_i, y_j) 处的灰度值为 $f(x_i, y_j)$ 的方形窗口。

2.1 加权灰度质心法

$$\hat{x}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i f^2(x_i, y_j)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f^2(x_i, y_j)},$$

$$\hat{y}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_j f^2(x_i, y_j)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f^2(x_i, y_j)}.$$

(\hat{x}_0, \hat{y}_0) 即为求得的质心坐标值。

2.2 高斯曲面拟合法

设矩形窗口内像素灰度分布近似符合二维高斯函数^[12]:

$$f(x_i, y_j) = \frac{K}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x_i - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (2)$$

式中 (x_0, y_0) 为真实光斑中心坐标, σ 为高斯函数的均方差,与物距、焦距、离焦量和光圈大小有关, K 为光靶投射在 CCD 平面上的总能量,与光靶亮度、曝光时间有关。对(2)式两边同时取对数得

$$-\frac{1}{2\sigma^2}(x_i^2 + y_j^2) + \frac{x_0}{\sigma^2}x_i + \frac{y_0}{\sigma^2}y_j - \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{2\sigma^2} - \ln \frac{K}{2\pi\sigma^2}\right) = \ln f(x_i, y_j), \quad (3)$$

令 $a = -\frac{1}{2\sigma^2}$, $b = \frac{x_0}{\sigma^2}$, $c = \frac{y_0}{\sigma^2}$, $d = \frac{x_0^2 + y_0^2}{2\sigma^2} - \ln \frac{K}{2\pi\sigma^2}$, 则对于方形窗口内的像素可令

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \ln f(x_1, y_1) \\ \ln f(x_1, y_2) \\ \vdots \\ \ln f(x_i, y_j) \\ \vdots \\ \ln f(x_n, y_n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & -1 \\ x_1^2 + y_2^2 & x_1 & y_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i^2 + y_j^2 & x_i & y_j & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 + y_n^2 & x_n & y_n & -1 \end{bmatrix},$$

从而根据(3)式可得方程组:

$$\mathbf{AB} = \mathbf{Y}. \quad (4)$$

此方程组的最小二乘解:

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \\ \bar{d} \end{bmatrix} = \mathbf{A}^+ \mathbf{Y}, \quad (5)$$

式中 $\bar{\mathbf{B}}$ 表示 \mathbf{B} 的最小二乘解, \mathbf{A}^+ 为矩阵 \mathbf{A} 的广义逆矩阵,进一步易解得

$$\bar{x}_0 = -\frac{\bar{b}}{2\bar{a}}, \quad \bar{y}_0 = -\frac{\bar{c}}{2\bar{a}}, \quad (6)$$

(\bar{x}_0, \bar{y}_0) 即为高斯曲面拟合法求出的中心坐标。

2.3 抛物面拟合法

抛物面拟合法用抛物面近似代替高斯曲面进行中心定位。设方形窗口内像素灰度分布符合

$$f(x_i, y_j) = a(x_i^2 + y_j^2) + bx_i + cy_j + d, \quad (7)$$

其中 a, b, c, d 为抛物面的待定参数令

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} f(x_1, y_1) \\ f(x_1, y_2) \\ \vdots \\ f(x_i, y_j) \\ \vdots \\ f(x_n, y_n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_1^2 + y_2^2 & x_1 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_i^2 + y_j^2 & x_i & y_j & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 + y_n^2 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix},$$

则根据(7)式构建的方程组容易得到最小二乘拟合结果：

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \\ \bar{d} \end{bmatrix} = \mathbf{A}^+ \mathbf{Y}. \quad (8)$$

从而得

$$f(x_i, y_j) = \bar{a}(x_i^2 + y_j^2) + \bar{b}x_i + \bar{c}y_j + \bar{d}. \quad (9)$$

该函数的极值点即为中心坐标，计算公式为

$$\bar{x}_0 = -\frac{\bar{b}}{2\bar{a}}, \quad \bar{y}_0 = -\frac{\bar{c}}{2\bar{a}}, \quad (10)$$

(\bar{x}_0, \bar{y}_0) 即为抛物面拟合法求出的中心坐标。

3 快速光斑中心定位算法

提出定参高斯曲面拟合法，推导及分析高斯曲面解析法的算法。对于(2)式所示的离焦光斑灰度分布，若将式中 x_0, y_0 分解为整像素和亚像素两部分，则(2)式可转化为

$$f(x_i, y_j) = \frac{K}{2\pi\sigma^2} \times \exp\left\{-\frac{[x_i - (x_0 + dx)]^2 + [y_j - (y_0 + dy)]^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (11)$$

式中 (x_0, y_0) 表示光斑中心的整像素坐标， (dx, dy) 为光斑中心坐标的亚像素部分， $(x_0 + dx), (y_0 + dy)$ 为光斑中心坐标。在大小为 $(2l+1) \text{ pixel} \times (2l+1) \text{ pixel}$ 的窗口内 (l 为正整数)，确定相应光斑的整像素坐标 (x_0, y_0) 的计算公式为

$$x_0 = \operatorname{argmax}_{x_i} \left[\sum_{j=1}^{2l+1} f(x_i, y_j) \right], \quad i = 1, 2, \dots, 2l+1 \quad (12)$$

$$y_0 = \operatorname{argmax}_{y_j} \left[\sum_{i=1}^{2l+1} f(x_i, y_j) \right], \quad j = 1, 2, \dots, 2l+1 \quad (13)$$

式中 (x_i, y_j) 表示窗口内的各像素坐标 (其中 $i = 1, 2, \dots, 2l+1; j = 1, 2, \dots, 2l+1$)。光斑中心的整像素坐标 (x_0, y_0) 确定后，算法关键就在于亚像素坐标 (dx, dy) 的快速、高精度求解。一个离焦拍摄的发光二极管光斑实例及其灰度分布情况如图 1 所示。

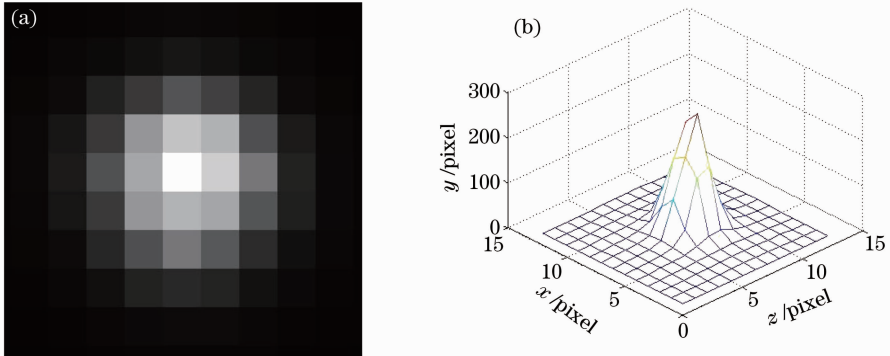


图 1 实际拍摄的光斑及其灰度分布

Fig. 1 Real spot image and its intensity distribution

对于一个以光斑整像素坐标为中心，大小为 $(2l+1) \text{ pixel} \times (2l+1) \text{ pixel}$ 的提取窗口，令中心像素 (x_0, y_0) 的坐标为 $(0, 0)$ ，则窗口内各像素坐标

如图 2 所示，窗口范围内各像素的灰度分布函数转化为

$(-l,l)$		$(0,l)$		(l,l)		
		\vdots				
		$(0,1)$				
$(-l,0)$	\cdots	$(-1,0)$	$(0,0)$	$(1,0)$	\cdots	$(l,0)$
		$(0,-1)$				
		\vdots				
$(-l,-l)$		$(0,-l)$		$(l,-l)$		

图 2 坐标系调整后各像素坐标

Fig. 2 Adjusted pixel coordinates in the spot window

$$f(i, j) = \frac{K}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(i-dx)^2 + (j-dy)^2}{2\sigma^2}\right],$$

$$i \in (-l, l), \quad j \in (-l, l) \quad (14)$$

式中 i, j 为坐标系调整后各像素的坐标值, dx, dy 为

真实光斑中心与坐标原点的偏差, 即光斑中心坐标的亚像素部分。对(14)式两边同时取对数可得

$$\ln f(i, j) + \frac{dx^2 + dy^2}{2\sigma^2} - \ln \frac{K}{2\pi\sigma^2} =$$

$$-(i^2 + j^2) \frac{1}{2\sigma^2} + i \frac{dx}{\sigma^2} + j \frac{dy}{\sigma^2}, \quad (15)$$

令 $a = -\frac{1}{2\sigma^2}$, $b = \frac{dx}{\sigma^2}$, $c = \frac{dy}{\sigma^2}$, $d = \frac{dx^2 + dy^2}{2\sigma^2} - \ln \frac{K}{2\pi\sigma^2}$, 则(15)式可表示为

$$\ln f(i, j) + d = (i^2 + j^2)a + ib + jc, \quad (16)$$

即为坐标系调整后的通项公式。

3.1 高斯曲面解析法

对于(16)式, 将提取框范围内各像素即 $i, j = -l, -l+1, \dots, l-1, l$ 对应的各式进行累加, 可消去含 b, c 的项, 得到

$$\sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l \ln f(i, j) + (2l+1)^2 d = \sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l (i^2 + j^2) a, \quad (17)$$

同时由(16)式可得

$$[\ln f(0, 0) + d] \times (2l+1)^2 = 0, \quad (18)$$

(18)式代入(17)式, 消去含 d 的项可得

$$\sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l \ln f(i, j) - (2l+1)^2 \ln f(0, 0) = \sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l (i^2 + j^2) a, \quad (19)$$

从而解得

$$a = \left[\ln \prod_{i=-l}^l \prod_{j=-l}^l f(i, j) - \ln f(0, 0)^{(2l+1)^2} \right] / \sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l (i^2 + j^2), \quad (20)$$

将 $a = -\frac{1}{2\sigma^2}$ 代入(20)式可解得

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=-l}^l \sum_{j=-l}^l (i^2 + j^2)}{2 \ln \frac{f(0, 0)^{(2l+1)^2}}{\prod_{i=-l}^l \prod_{j=-l}^l f(i, j)}}, \quad (21)$$

将 $(i, j), (-i, j)$ 分别代入(16)式可得

$$\ln f(i, j) + d = (i^2 + j^2)a + ib + jc, \quad (22)$$

$$\ln f(-i, j) + d = (i^2 + j^2)a - ib + jc, \quad (23)$$

用(22)式减去(23)式即有

$$\ln f(i, j) - \ln f(-i, j) = 2ib, \quad (24)$$

则对提取窗口范围内所有关于 Y 轴对称的所有像素, 即 i 取 $1, 2, \dots, l, j$ 取 $-l, -l+1, \dots, l$ 的像素代入(24)式, 并将结果进行累加可得

$$\sum_{i=1}^l \sum_{j=-l}^l \ln f(i, j) - \sum_{i=1}^l \sum_{j=-l}^l \ln f(-i, j) =$$

$$l(l+1)(2l+1)b. \quad (25)$$

根据对数运算法则, 并将 $b = \frac{dx}{\sigma^2}$ 代入(25)式可解得

$$dx = \frac{\sigma^2}{l(l+1)(2l+1)} \ln \frac{\prod_{i=1}^l \prod_{j=-l}^l f(i, j)}{\prod_{i=1}^l \prod_{j=-l}^l f(-i, j)}. \quad (26)$$

同理可得

$$dy = \frac{\sigma^2}{l(l+1)(2l+1)} \ln \frac{\prod_{i=-l}^l \prod_{j=1}^l f(i, j)}{\prod_{i=-l}^l \prod_{j=1}^l f(i, -j)}, \quad (27)$$

将(26)式及(27)式与光斑中心整像素坐标 (x_0, y_0) 相加, $(x_0 + dx, y_0 + dy)$ 即为光斑中心坐标。由于该方法完全通过解析表达式计算高斯曲面参数, 因此命名为高斯曲面解析法。

3.2 定参高斯拟合法

基于(16)式, 第 2.2 节高斯曲面拟合法方程组

(4)式中的各项可以写为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \ln f(-l, -l) \\ \ln f(-l, -l+1) \\ \vdots \\ \ln f(i, j) \\ \vdots \\ \ln f(l, l) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (-l)^2 + (-l)^2 & -l & -l & -1 \\ (-l)^2 + (-l+1)^2 & -l & -l+1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ i^2 + j^2 & i & j & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l^2 + l^2 & l & l & -1 \end{bmatrix},$$

则对于提取窗口内的像素可得

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^+ \mathbf{Y}, \quad (28)$$

此时系数矩阵 \mathbf{A} 是仅和窗口大小 (l) 有关、和中心像素坐标无关的矩阵, 而对于光斑中心提取, 常见的提取窗口大小一般为 $3 \text{ pixel} \times 3 \text{ pixel}$ 、 $5 \text{ pixel} \times 5 \text{ pixel}$ 、 $7 \text{ pixel} \times 7 \text{ pixel}$ 、 $9 \text{ pixel} \times 9 \text{ pixel}$ 等有限的几种, 因此, 提取窗口大小确定后, 广义逆矩阵 \mathbf{A}^+ 就是一个 $4 \times (2l+1)^2$ 的常数矩阵, 在实际编程时可以预先计算出相应大小窗口的广义逆矩阵 \mathbf{A}^+ 存放在数组中, 然后根据窗口尺寸直接调用, 无须每次定位时都进行求解。而传统高斯曲面拟合法矩阵 \mathbf{A} 是随着窗口位置和大小不断变化的, 因此每个光斑的中心提取都须进行广义逆矩阵的求解, 因此相比之下这里提出的方法可大大减少程序运算量, 提高高斯曲面拟合的运行效率。由于这一方法将光斑整像素坐标与亚像素坐标分离, 系数矩阵 \mathbf{A} 在窗口大小选定后即固定参数矩阵, 故将其命名为定参高斯拟合法。值得注意的是, 此方法也适用于抛物面拟合法。

3.3 算法分析

对 3.1 和 3.2 节的求解过程进行分析可以发现, 本文提出的高斯曲面解析法将光斑中心的整像素坐标和亚像素坐标进行分离, 令中心像素为局部坐标系原点以后, 光斑中心的亚像素部分是通过 (21)、(26) 和 (27) 式三个解析式直接计算获得。(21) 式利用窗口内所有像素的灰度值精确求解得到 σ , 而 (26) 式和 (27) 式对 dx 、 dy 的计算本质上是基于提取框范围内所有关于 X 轴、 Y 轴对称的像素所求结果的综合平均, 从而有效保证结果的精度和稳定性。而定参高斯拟合法本质上是对高斯曲面拟合法求解过程进行优化, 在精度和稳定性方面与高斯

曲面拟合法没有区别。第 4 节中给出了相关算法定位精度和稳定性的实验数据。

在算法复杂度方面, 由 (21)、(26) 和 (27) 式可见, 高斯曲面解析法是以加法和乘除等基础运算为主, 无需进行广义逆运算, 整个算法中自然对数运算只有 3 次, 与窗口大小无关, 另外有约 $4 \times (2l+1)^2$ 次乘法运算。加权灰度质心法也是以加法和乘除运算为主, 求解 (1) 式的主要运算量为 $5 \times (2l+1)^2$ 次乘法运算。高斯曲面拟合法需要求解 (5) 式, 因此要进行 $(2l+1)^2$ 次自然对数运算、 $4 \times (2l+1)^2$ 次乘法运算和 $3 \times (2l+1)^2$ 次加法运算, 此外还需要求解一个规模为 $4 \times (2l+1)^2$ 的广义逆矩阵。而定参高斯拟合法求解 (28) 式时因为 \mathbf{A}^+ 已预先计算, 从而省去了广义逆矩阵的求解, 其他运算量与高斯拟合法相同。抛物面拟合法无需对数运算, 但求解 (8) 式也需要计算规模为 $4 \times (2l+1)^2$ 的广义逆矩阵, 以及 $4 \times (2l+1)^2$ 次乘法运算和 $3 \times (2l+1)^2$ 次加法运算。

综上分析, 本文提出的高斯曲面解析法与加权灰度质心法的计算量大致为同一量级, 定参高斯拟合法的运算量多于加权灰度质心法和高斯曲面解析法。但高斯曲面解析法和定参高斯拟合法由于都不需要计算广义逆矩阵, 因此计算量少于经典的高斯曲面拟合法和抛物面拟合法。

4 精度与稳定性实验

4.1 仿真实验结果

在 Matlab 软件下, 对 (14) 式中的 K 、 σ 分别取合适的值, 模拟出与实测光斑非常接近的模拟光斑, 如图 3(a) 所示。在此基础上调节噪声水平、图像灰度、中心坐标等参数, 然后用不同算法进行中心坐标提取, 从而对各算法进行定位精度分析比较。

在 Matlab 软件中, 生成一张分辨率为 $800 \text{ pixel} \times$

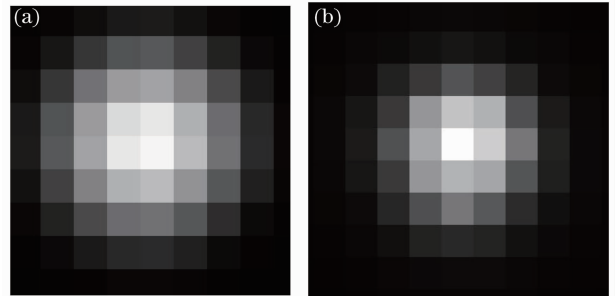


图 3 模拟光斑与实测光斑。(a) 模拟光斑; (b) 实测光斑

Fig. 3 Simulated and real spot. (a) Simulated spot;

(b) real spot

600 pixel 的全黑图像, 然后依据(14)式在像素坐标为(400,300)的位置生成亚像素坐标在(-0.49,0.49)之间、步长为0.01、中心亮度为250的99张模拟离焦光斑图像, 并添加不同水平的高斯噪声, 再分别用本文提出的高斯曲面解析法, 以及原有的高斯曲面拟合法、抛

物面拟合法和加权灰度质心法在不同的噪声水平下以 7×7 窗口进行中心坐标提取, 计算所得结果与真实中心坐标之间误差的均值、标准差随噪声水平的变化情况, 结果如图4所示。因为 X, Y 向同性, 故只列出 Y 向结果。

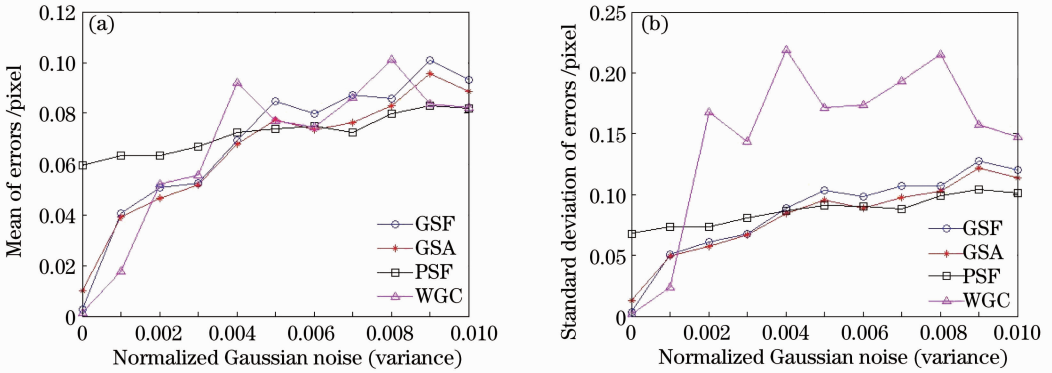


图4 各算法中心定位结果随噪声变化情况。(a)误差平均值; (b)误差标准差

Fig. 4 Algorithm performances of the spot-center location under different noise levels. (a) Mean errors; (b) standard deviations of errors

从图4可以看出, 在噪声水平较低时高斯曲面拟合法、高斯曲面解析法和加权灰度质心法的平均误差都较小, 随着噪声水平的增加, 这三种算法的误差均值都明显增大。而标准差随噪声水平的变化曲线则表明, 高斯曲面拟合法和高斯曲面解析法的稳定性优于加权灰度质心法。抛物面拟合法的误差均值、标准差无论噪声水平如何都基本保持平稳, 说明其有较好的抗噪能力, 但是当噪声水平相对较低, 或有良好的去噪措施时, 该方法的误差水平则明显高于其他方法。总体而言, 在中等及以下噪声水平, 高斯曲面拟合法和高斯曲面解析法的中心定位精度和稳定性十分接近(高斯曲面解析法略优)。

4.2 实测结果分析

结合多目标靶点动态跟踪测量系统研发、设计了一套红外发光二极管的靶点控制与图像采集系统, 能够通过自适应调节使 $2\sim 10$ m范围内的二极管都离焦成像为较理想的高斯光斑。利用这套图像采集系统进行实验, 具体方法是将相机和发光二极管相对位置保持不变(相距约8 m), 然后连续拍摄, 每次拍摄都采集三幅点亮光靶的目标图像和一幅关闭光靶的背景图片, 然后做减差处理和三幅图的平均^[13,14], 其结果作为一幅图像, 如此反复最终获得100幅经过处理的图像。接着以 7×7 窗口采集数据, 然后对窗口进行步长为0.25的线性插值扩展^[15], 再分别用高斯曲面拟合法、抛物面拟合法、加权灰度质心法和本文提出的高斯曲面解析法提取每

幅图像的光斑中心。上述四种算法进行光斑中心定位, 所得中心坐标整像素部分完全相同, 亚像素坐标结果如图5所示。不同颜色数据点的散布面积越小表明相应算法越稳定, 同时, 不同方法的数据点分布中心越接近, 说明相应方法之间的结果一致性越好。

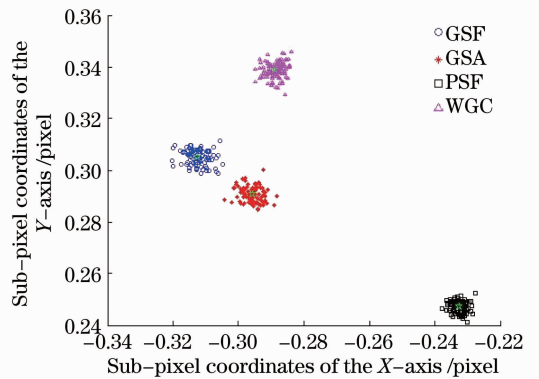


图5 亚像素坐标分布图

Fig. 5 Distribution of sub-pixel coordinates

表1是四种方法所得结果的统计值。因为对于点光源离焦成像的近似高斯分布光斑而言, 高斯曲面拟合法被认为在已有方法中精度较高^[11,16], 所以表1中列出了各种光斑提取算法所得结果与高斯曲面拟合法所得结果差值的平均值, 即表中的 X 向平均偏差、 Y 向平均偏差。定参高斯曲面拟合法的定位结果和高斯曲面拟合法相同, 表1没有额外列出。

从表1可以看出, 在进行了减差和多图平均等常规降噪处理后, 四种方法所得结果的标准差都较

小,但抛物面拟合法和加权灰度质心法计算的结果和高斯曲面拟合法所得结果差距较大,而高斯曲面

解析法无论稳定性还是计算结果都和高斯曲面拟合法非常接近,这和模拟实验的结论是一致的。

表1 重复定位精度结果统计

Table 1 Experimental results on repeatability

unit: pixel

	RMS error of X-axis	RMS error of Y-axis	Max errors	Min errors	Mean error of X-axis	Mean error of Y-axis
GSF(FCGF)	0.0032	0.0029	0.3115	0.2988	/	/
GSA	0.0028	0.0030	0.3001	0.2847	-0.0166	-0.0143
PSF	0.0019	0.0021	0.2523	0.2411	-0.0800	-0.0578
WGC	0.0025	0.0031	0.3458	0.3293	0.0238	0.0336

5 算法效率实验

为综合验证几种算法的运行效率分析,在CPU为Intel E1400 2.0 GHz, GeForce 9400gt 显卡, 2 GB内存的微机上基于Matlab软件进行了算法效率对比试验。表2为高斯曲面拟合法、抛物面拟合

法、加权灰度质心法以及本文提出的定参高斯曲合法、高斯曲面解析法分别处理100幅含有一个靶点的实测图像所需的时间,其中高斯曲面拟合法和抛物面拟合法中的广义逆矩阵使用Matlab软件自带的奇异值分解(SVD)函数求解得到。

表2 算法耗时统计

Table 2 Time-consuming statistics of the algorithms

unit: s

	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4	Group 5	Mean
GSF	1.5684	1.5565	1.5649	1.5597	1.5575	1.5614
PSF	1.5191	1.5326	1.5184	1.5403	1.5309	1.5283
WGC	0.0062	0.0061	0.0062	0.0060	0.0063	0.0062
FCGF	0.0203	0.0203	0.0197	0.0196	0.0199	0.0200
GSA	0.0055	0.0055	0.0056	0.0058	0.0055	0.0056

分析表2数据可以发现,定参高斯拟合法通过预先计算并存储广义逆矩阵,使得高斯曲面拟合法的运行效率提高了78.07倍,而高斯曲面解析法的运行效率则是传统高斯曲面拟合法的278.82倍,同时也高于加权灰度质心法的运行效率,这从实验上验证了3.3节的分析。

6 结论

在对近似高斯分布的离焦光斑中心整像素坐标和亚像素坐标进行分离的基础上,通过对二维高斯分布函数做深入分析,从数学上推导出一种新的高效光斑中心定位算法——高斯曲面解析法。该方法综合利用了提取窗口内的所有像素灰度信息,通过解析表达式直接计算高斯分布光斑的亚像素中心位置。和高斯曲面拟合法相比,高斯曲面解析法具有基本相同的稳定性和定位精度,但运行效率提高了278倍以上。同时提出在坐标系平移变换、整像素坐标与亚像素坐标分离的基础上,高斯曲面拟合法中的广义逆矩阵可进行预置,从而推出一种定参高斯拟合法,与传统高斯曲面拟合法相比运行效率可提高约78倍。

参 考 文 献

- Subhasis Chaudhuri, A. N. Rajagopalan. Depth from Defocus: a Real Aperture Imaging Approach [M]. Berlin: Springer, 1999. 17~18
- Guo Qiang. Tradeoff design analysis for defocused imaging of star sensor on space-to-earth platform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(10): 1488~1494
郭强. 对地观测平台恒星敏感器离焦成像折中设计分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(10): 1488~1494
- Wei Xinguo, Zhang Guangjun, Jiang Jie. Subdivided locating method of star image for star sensor [J]. *J. Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, **29**(9): 812~815
魏新国, 张广军, 江洁. 星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J]. *北京航空航天大学学报*, 2003, **29**(9): 812~815
- Xu Qiaoyu, Ye Dong, Che Rensheng. Study of stereo vision coordinate measurement system based on optical probe [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 81~86
徐巧玉, 叶东, 车仁生. 基于光学参考棒的立体视觉测量系统现场标定技术[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 81~86
- Zhang Zhijiang, Che Rensheng, Huang Qingcheng. Algorithm of characteristic point imaging center in vision coordinate measurement [J]. *Optics and Precision Engineering*, 1998, **6**(5): 12~18
张之江, 车仁生, 黄庆成. 测头成像视觉坐标测量系统中特征点成像中心获取[J]. *光学精密工程*, 1998, **6**(5): 12~18
- Liao Feihong, Li Xiaoping, Chen Xuedong *et al.*. Probe spot position error on the accuracy of focusing and leveling measurement system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1041~1045
廖飞红, 李小平, 陈学东等. 调焦调平探测光斑位置误差对测量准确度影响的研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1041~1045

- 7 Yi Jin, Xiaozheng Xing, Chao Zhai *et al.*. Study on measurement error of fiber space coordinate detection using an area CCD camera for the LAMOST positioning system [C]. *SPIE*, 2008, **7014**: 701410
- 8 Song Zongxi, Zhao Baochang, Gao Wei *et al.*. Focal plane design of chang'e-1 satellite CCD stereo-camera and laboratory radiation calibration[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(12): 3504~3508
宋宗玺, 赵葆常, 高伟等. 嫦娥一号卫星 CCD 立体相机焦平面设计与辐射定标[J]. *光学学报*, 2010, **30**(12): 3504~3508
- 9 Liu Guodong, Liu Bingguo, Chen Fengdong *et al.*. Study on the method of the accuracy evaluation of sub-pixel location operators [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3446~3451
刘国栋, 刘炳国, 陈凤东等. 亚像素定位算法精度评价方法的研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3446~3451
- 10 C. Y. Liu, R. S. Che, Y. H. Gao. High precision location algorithm for optical feature of vision measurement [J]. *J. Physics Conference Series*, 2006, **48**: 474~478
- 11 M. R. Shortis, T. A. Clarke. A comparison of some techniques for the sub pixel location of discrete target images [C]. *SPIE*, 1994, **2350**: 239~250
- 12 K. R. Castleman. *Digital Image Processing* [M]. Zhu Zhigang Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. 434~439
K. R. Castleman 著. 数字图像处理 [M]. 朱志刚译. 北京: 电子工业出版社, 2002. 434~439
- 13 Yang Jun, Zhang Tao. High accuracy error compensation algorithm for star image sub-pixel subdivision location [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, **18**(4): 1002~1010
杨君, 张涛. 星点质心亚像元定位的高精度误差补偿法[J]. *光学精密工程*, 2010, **18**(4): 1002~1010
- 14 Liu Danping, Zhang Lei, Guo Xiaoliang *et al.*. Novel approach for tracking accuracy enhancement in infrared spot image [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(1): 186~189
刘丹平, 张磊, 郭晓亮等. 提高红外光斑图像跟踪定位精度的新方法[J]. *中国激光*, 2010, **37**(1): 186~189
- 15 Wang Xuewei, Zhang Chunhua, Zhao Zhao. High accuracy centroid calculation of low SNR star image [J]. *Infrared Technology*, 2009, **31**(6): 342~347
王学伟, 张春华, 赵钊. 低信噪比星象质心定位算法分析[J]. *红外技术*, 2009, **31**(6): 342~347
- 16 Ronald C. Stone. A comparison of digital centering algorithms [J]. *Astronomical Journal*, 1989, **97**(4): 1227~1237

栏目编辑: 李文喆