

一种用于减少相位突变点的衍射光学元件改进设计方法

吕彦飞 董 渊 李述涛 李青松 金光勇 张喜和

(长春理工大学理学院, 吉林 长春 130022)

摘要 提出了一种基于数字图像处理技术的用于降低相位突变点的改进型 Gerchberg-Saxton(G-S)衍射光学元件设计方法。与普通的 G-S 衍射光学元件设计算法相比,这种改进型的 G-S 算法能够使得衍射光学元件的相位分布曲线更加光滑,并且在迭代计算过程中具有更强的收敛能力。利用该种算法获得了由高斯光束变换成空心光束时所需要的衍射光学元件的相位分布,在同样参数条件下,均方根误差为 8.31%,优于普通 G-S 算法的 9.46%;并且约有 33.2%的像素的相位值得到了改进,从而平滑了衍射光学元件的相位分布曲线,便于实际的微加工。

关键词 改进型 Gerchberg-Saxton 算法;相位突变点;高斯光束;相位分布曲线;均方根误差

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0505001

Modified Algorithm for Designing of Diffractive Optical Element to Decrease the Phase Singular Spots

Lü Yanfei Dong Yuan Li Shutao Li Qingsong Jin Guangyong Zhang Xihe

(School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China)

Abstract A new modified Gerchberg-Saxton (G-S) algorithm based on the technology of the digital image processing to decrease the phase singular spots is presented. The comparisons of the new modified G-S algorithm to the ordinary G-S algorithm are made, and the results show that the new modified G-S algorithm has the ability of making the phase distribution curve sleek and further decreasing. Finally, the phase distribution of the diffractive optical elements needed as the hollow beams are transformed from Gaussian beams is obtained by this algorithm, 8.31% RMS error is achieved and the phase values of about 33.2% of the total pixels are modified which make the curve of phase distribution of the diffractive optical elements sleek for ease of microprocessing.

Key words modified Gerchberg-Saxton algorithm; phase singular spot; Gaussian beams; phase distribution curve; error of root mean square

OCIS codes 050.1970; 050.1380; 050.2065

1 引 言

利用衍射光学元件(DOE)能够高效地获得需要的光场分布而应用于各种光学系统中,如投影光刻离轴照明系统^[1]、红外搜索与跟踪系统^[2]和径向偏振光三维超分辨系统^[3]。基于这一原因,目前已经研究出了多种设计 DOE 的算法,如 G-S 算法^[4,5]、并行模拟退火算法^[6]、改进的自适应算法^[7]和 Yang-Gu(Y-G)算法^[8,9]等,最近几年还报道了一种投影算法^[10],并且这些算法的收敛性已经得到了严格的理论证明。由于这些算法在迭代过程中具有

相对的独立性,很难在这一过程中进行人工干预,因此计算得到的衍射光学元件的相位分布极不规则,通常会出现衍射光学元件的某一像素的相位值与其临近像素的相位值之差较大的情况,把这样的像素称为相位突变点。如果该相位差值大于某一定值,则会导致衍射的相位分布转换成浮雕深度后像素的深径比大于 50%,这将会给实际的微加工带来一定的困难,并且极易将加工误差引入到衍射光学元件中,从而使得衍射的目标光场偏离理论计算值。

为了获得精确的衍射目标场分布,本文提出了

收稿日期: 2011-11-23; 收到修改稿日期: 2011-12-07

基金项目: 国家自然科学基金(61108029)和吉林省重点科技支撑计划(20110331)资助课题。

作者简介: 吕彦飞(1976—),男,博士,教授,主要从事衍射光学和激光技术方面的研究。E-mail: optik@sina.com

一种基于数字图像处理技术的用于降低相位突变点的改进型 G-S 衍射光学元件设计方法,即在每次迭代计算过程中利用衍射光学元件突变点的四邻域像素相位值的平均值替代突变点的相位值。

2 基于数字图像处理技术的改进型 G-S 算法原理

普通的 G-S 迭代算法是一种独立于外界人工干预的算法,这将导致利用该种算法计算得到的衍射光学元件的相位分布曲线在局部区域内波动较

大,产生相位突变点。相位突变点的存在,不仅减缓了误差函数在迭代过程中的收敛速度,而且还使得相位分布曲线出现剧烈振荡情况,这将给衍射光学元件的实际加工带来一定的困难。为了克服普通的 G-S 迭代算法的上述缺陷,本文提出了一种基于数字图像处理技术的用于降低相位突变点的改进型 G-S 衍射光学元件设计方法,其基本原理如图 1 所示。在图 1 中, $a_{i+1,j+1}$ 为衍射光学元件第 i 行第 j 列像素的相位值。

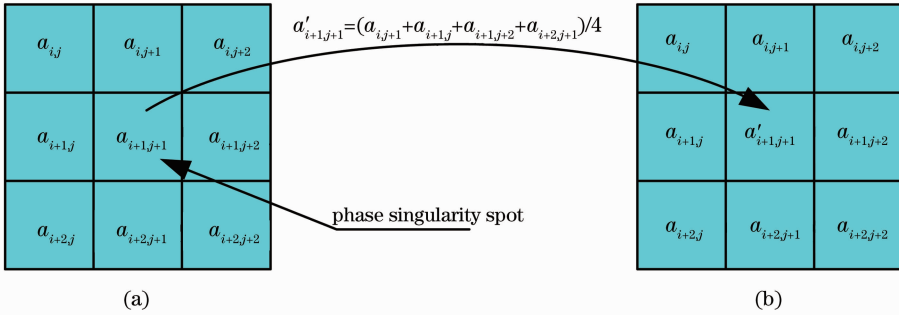


图 1 降低衍射光学元件相位突变点的原理示意图

Fig. 1 Principle of decreasing the phase singular spots of the diffractive optical element

在使用普通的 G-S 算法进行迭代过程中,若衍射光学元件的某个像素的相位值与其四邻域像素的相位值相比,同时满足

$$|a_{i+1,j+1} - a_{i,j+1}| \geq a_0, \quad (1)$$

$$|a_{i+1,j+1} - a_{i+1,j}| \geq a_0, \quad (2)$$

$$|a_{i+1,j+1} - a_{i+1,j+2}| \geq a_0, \quad (3)$$

$$|a_{i+1,j+1} - a_{i+2,j+1}| \geq a_0, \quad (4)$$

则用四邻域像素的相位值的平均值替代相位突变点,即

$$a'_{i+1,j+1} = (a_{i,j+1} + a_{i+1,j} + a_{i+1,j+2} + a_{i+2,j+1})/4, \quad (5)$$

然后将替代后的相位分布再次带入迭代过程进行继续迭代,上述过程反复进行,直到均方根误差 ϵ_{RMS} 不再减小为止。改进后的 G-S 算法如下:

$$G_k(u_i, v_j) = \mathcal{F}[g_k(x_i, y_j)] = \mathcal{F}\{\sqrt{I_{\text{input}}(x_i, y_j)} \exp\{i\varphi[g'_{k-1}(x_i, y_j)]\}\}, \quad (6)$$

$$G'_k(u_i, v_j) = \mathcal{F}\{\sqrt{I_{\text{output}}(u_i, v_j)} \exp\{i\varphi[G_k(u_i, v_j)]\}\}, \quad (7)$$

$$g'_k(x_i, y_j) = \mathcal{F}^{-1} |G'_k(u_i, v_j)|, \quad (8)$$

$$\varphi[g'_k(x_i, y_j)] = \frac{\varphi[g'_k(x_{i-1}, y_j)] + \varphi[g'_k(x_i, y_{j-1})] + \varphi[g'_k(x_i, y_{j+1})] + \varphi[g'_k(x_{i+1}, y_j)]}{4}, \quad (9)$$

$$g_{k+1}(x_i, y_j) = \mathcal{F}\{\sqrt{I_{\text{input}}(x_i, y_j)} \exp\{i\varphi[g'_k(x_i, y_j)]\}\}. \quad (10)$$

(6)~(10)式中, $g_k(x_i, y_j)$ 为第 k 次迭代时入射光场的振幅分布, $\varphi[g_k(x_i, y_j)]$ 为第 k 次迭代时入射光场的相位分布, $I_{\text{input}}(x_i, y_j)$ 为入射光场的光场分布, $\varphi[G_k(u_i, v_j)]$ 为第 k 次迭代后衍射光场的相位分布, $I_{\text{output}}(x_i, y_j)$ 为出射光场的光场分布, \mathcal{F} 表示傅里叶变换。

为了验证改进后的 G-S 算法的有效性,下面将利用该算法与普通的 G-S 算法设计将高斯光束转

换成空心光束的衍射光学元件,比较两种算法在收敛性和平滑相位分布曲线方面的能力。

3 计算和模拟

3.1 改进后的 G-S 算法和普通的 G-S 算法在收敛性方面的比较

利用改进后的 G-S 算法设计将高斯光束转换成

空心光束的衍射光学元件所采用计算参数为：入射激光波长 λ 为 532 nm、入射光斑直径为 4.096 mm，衍射光学元件和衍射像面的像素数和采样间隔分别为 $N_1 = N_2 = 512$ ， $a_1 = a_2 = 8 \mu\text{m}$ ，衍射光场为空心光环且光环的内外比为 1:4、外径尺寸为 4.096 mm。根据上述参数，由采样定理可得到衍射光学元件和衍射像面之间的距离为

$$d = N_1 a_1 a_2 / \lambda = 123.188 \text{ mm}$$

在迭代计算过程中，为了避免相邻像素间相位值存在 $\pm\pi$ 的相位突变，取 (1)~(4) 式中的 $a_0 = 6 \text{ rad}$ 。入射的高斯光束和利用改进后的 G-S 算法迭代 200 次后得到的衍射空心光束的光场分布如图 2 和图 3 所示。

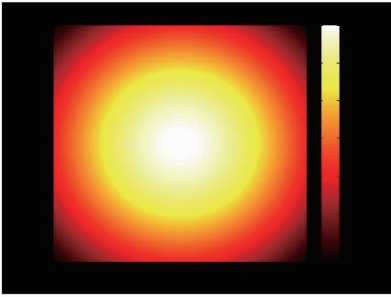


图 2 入射的高斯光束

Fig. 2 Incident Gaussian beams

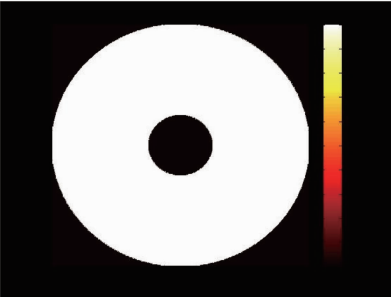


图 3 衍射空心光束

Fig. 3 Diffractive hollow beams

并且根据图 3 中的衍射空心光场计算得到的衍射光场的均方根误差为

$$\epsilon_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\sum |I_{\text{diff}}(x, y) - I_{\text{ideal}}(x, y)|^2}{\sum |I_{\text{ideal}}(x, y)|^2}} = 8.31\%$$

式中 $I_{\text{ideal}}(x, y)$ 为理想的输出光强分布， $I_{\text{diff}}(x, y)$ 为实际输出的光强分布。而利用普通的 G-S 算法迭代 200 次后得到的衍射空心光束的均方根误差为 9.46%，因此可以说改进后的 G-S 算法较普通的 G-S 算法具有更强的收敛能力。

3.2 改进后的 G-S 算法和普通的 G-S 算法在平滑相位分布曲线方面的比较

为了比较平滑相位分布曲线方面的能力，给出了用两种算法计算得到的衍射光学元件中心轴线的相位曲线如图 4 所示。

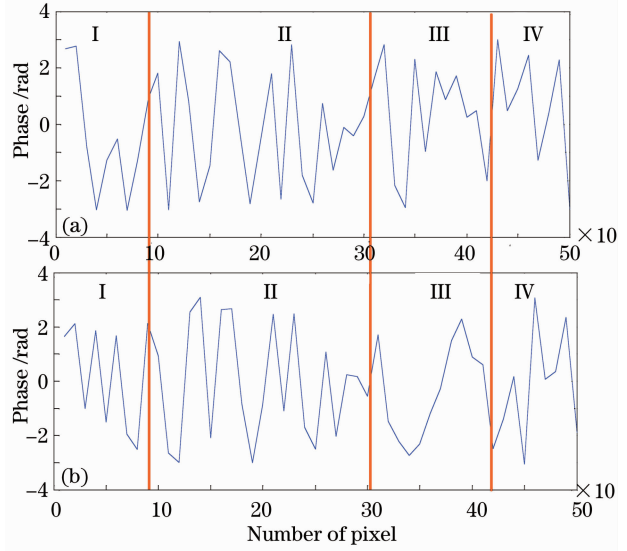


图 4 迭代 200 次后的衍射光学元件相位分布曲线 (a) 采用普通的 G-S 算法；(b) 改进后的 G-S 算法

Fig. 4 Curve of phase distribution after the 200 iterations calculated by (a) the ordinary G-S algorithm and (b) modified G-S algorithm

在图 4 中 (a) 是采用普通的 G-S 算法得到的，图 4 (b) 是采用改进后的 G-S 算法得到的。分别比较图中的 I、II、III、IV 四个区域，我们可以发现：虽然在 II、IV 区内的相位曲线差别不明显，但是在 I 区内，也就是在 0~70 pixel 之间，图 4 (b) 中的相位曲线与图 4 (a) 中的相比波动较小；而在 III 区内，也就是在 250~350 pixel 之间，图 4 (b) 中的相位曲线与图 4 (a) 中的相比，具有明显的平滑性。从整个相位分布曲线范围来看：采用改进后的 G-S 算法，约有 $33.2\% \left(\frac{70+100}{512} \times 100\% \right)$ 的像素所对应的相位值得到了改进，使得相位分布曲线的波动性减小和平滑的区域范围增加，因此可以说改进后的 G-S 算法较普通的 G-S 算法具有平滑相位分布曲线的能力。

4 结 论

提出了一种基于数字图像处理技术的用于降低相位突变点的改进型 G-S 衍射光学元件设计方法。比较了普通的 G-S 算法和改进后的 G-S 算法在收敛性和平滑相位分布曲线方面的能力。利用该种算法计算了由 Gaussian 光束变换成空心光束时所需要的衍

射光学元件分布,在同样参数条件下,均方根误差为 8.31%,优于普通 G-S 算法的 9.46%;并且约有 33.2%的像素的相位值得到了改进,从而使得衍射光学元件的相位分布曲线的波动性减小,从整体上来看曲线更加光滑,这将为衍射光学元件实际的微加工制作带来了方便条件。

参 考 文 献

- 1 Zhang Wei, Gong Yan. Vector analysis of diffractive optical elements for off-axis illumination of projection lithographic system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1105002
张 巍, 巩 岩. 投影光刻离轴照明用衍射光学元件的矢量分析 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1105002
- 2 Xue Hui. Optical design of infrared search and trace system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(8): 2383~2386
薛 慧. 红外搜索与跟踪系统中光学系统的设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(8): 2383~2386
- 3 Cheng Kan, Tan Qiaofeng, Zhou Zhehai *et al.*. Design of three-dimensional superresolution diffractive optical elements for radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3295~3299
程 侃, 谭峭峰, 周哲海 等. 径向偏振光三维超分辨衍射光学元件设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3295~3299
- 4 Zeev Zalevsky, David Mendlovic. Gerchberg-Saxton algorithm

- applied in the fractional Fourier or the Fresnel domain[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(12): 842~844
- 5 Hone-Ene Hwang, Hsuan T. Chang, Wen-Nung Lie. Multiple-image encryption and multiplexing using a modified Gerchberg-Saxton algorithm and phase modulation in Fresnel-transform domain[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(24): 3917~3919
- 6 Wu Rong, Zhao Dongfeng, Dai Yaping. Optimize design of diffractive optics elements by parallel simulated annealing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2544~2548
邬 融, 赵东峰, 戴亚平. 并行模拟退火算法优化衍射光学元件设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2544~2548
- 7 Wen Changli, Ji Jiarong, Dou Wenhua *et al.*. The ameliorated adaptive method and its applying in the designing of diffractive optical element [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2473~2477
温昌礼, 季家谔, 窦文华 等. 改进的自适应加法算法及其在衍射光学元件设计中的应用 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2473~2477
- 8 Xin Tan, Benyuan Gu, Guozhen Yang *et al.*. Diffractive phase elements for beam shaping: a new design method [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(8): 1314~1320
- 9 Guoqing Zhang, Benyuan Gu, Guozhen Yang. Design of diffractive phase elements that produce focal annuli: a new method [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(35): 8110~8115
- 10 Dimitris Pliakis, Stefano Minardi. Phase front retrieval by means of an iterative shadowgraphic method [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**: 99~107

栏目编辑: 李文喆