## 螺旋相位板参数对螺旋相衬成像系统性能影响研究

王 炯1,3 张雨东1 李国俊1 罗先刚1 张小军2 杨汉生2

(<sup>1</sup>中国科学院光电技术研究所微细加工光学技术国家重点实验室,四川 成都 610209 (<sup>2</sup>中国科学院自适应光学重点实验室,四川 成都 610209;<sup>3</sup>中国科学院研究生院,北京 100049)

摘要 推导了相干照明下衍射受限螺旋相衬成像系统的成像公式,总结了影响螺旋相衬法成像效果的螺旋相位板 参数,包括中心尺寸、整体尺寸以及台阶数。详细研究了各参数对螺旋相衬成像系统性能的影响,提出了各参数的 合理取值范围,并通过实验验证了其正确性。所采用的计算方法,不仅可以用于研究螺旋相位板的设计,而且对于 其他空间滤波器的设计同样具有参考价值。

关键词 相干光学;衍射受限;螺旋相衬;螺旋相位板

中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0411002

### Influences of Spiral Phase Plate's Parameters on Spiral Phase Contrast Microscopy

Wang Jiong<sup>1,3</sup> Zhang Yudong<sup>1</sup> Li Guojun<sup>1</sup> Luo Xiangang<sup>1</sup> Zhang Xiaojun<sup>2</sup> Yang Hansheng<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>State Key Laboratory of Optical Technologies for Microfabrication , Institute of Optics and Electronics ,

Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

 $^2$  Key Laboratory of Adoptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

 $^{\rm 3}\,Graduate$  University of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100049 , China

**Abstract** The imaging law of diffraction-limited spiral phase contrast microscope under coherent illumination condition is derived. Three parameters of spiral phase plate that influence the imaging quality, i.e., central size, size and step number, are pointed out. Exhaustive investigations into the influences of the three parameters on the imaging results are made, and their reasonable values are presented. The validity is confirmed by experiments. This method is useful in designing the spiral phase plate. Moreover, it is also valid for designing the filters based on spatial filtering.

Key words coherence optics; diffraction-limited; spiral phase contrast; spiral phase plate OCIS codes 110.1650; 030.1640; 070.2615; 070.6110; 110.0180

#### 1 引

言

光波在通过相位物体时只产生相位的变化而振 幅不会发生改变,普通的成像设备和人眼对光波相 位的变化不敏感,因此在不借助特殊设备或技术手 段的情况下相位物体将很难被观察。为此,暗场法、 纹影法和相衬法等先后被提出,其中以泽尼克<sup>[1]</sup>提 出的相衬法最为成功,该方法的特点是不会大量衰 减入射光强,能将物体相位的变化有效地转换为光 强的变化,且相位和光强成线性关系,因此可实现定 量成像。然而,泽尼克相衬法也存在一些缺点,如难 以避免的晕轮、渐暗现象,以及要求由物体厚度不同 引起的相位改变要远小于 2π 等,这些缺点也对其应 用产生了一定影响。1955 年,Nomarski<sup>[2]</sup>提出微分 干涉相衬(DIC)法,该方法能将物体的相位梯度变 化转换成光强变化,成像具有立体浮雕效果,被广泛 应用于晶体、集成电路、生物组织的观察等。由于是 偏振光干涉成像,DIC 法不适用于双折射样本的观 察,成像会产生伪像。

近年来,随着对希尔伯特变换研究的逐渐深入<sup>[3,4]</sup>,Davis 等<sup>[5]</sup>在二维希尔伯特变换的基础上提出了采用螺旋相位板(SPP)作为滤波器以实现径向希尔伯特变换的方法,并且得到了振幅型物体各向

**收稿日期**: 2011-08-30; 收到修改稿日期: 2011-11-04

基金项目:国家自然科学基金(11004192)资助课题。

作者简介: 王 炯(1984—), 男, 博士研究生, 主要从事傅里叶光学方面的研究。E-mail: wjpt@mail. ustc. edu. cn 导师简介: 罗先刚(1970—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事微纳光学方面的研究。E-mail: lxg@ioe. ac. cn

同性的边缘增强图像。2005年,Furhapter等<sup>[6]</sup>将 该方法用于对相位物体成像,同样获得了边缘增强 的高对比度图像。在此基础上,Jesacher等<sup>[7]</sup>将 SPP原本不透光的吸收中心改为了透射中心,这一 改动使螺旋相衬法可以得到与 DIC 类似的三维浮 雕成像效果,且同样对相位梯度变化敏感,与 DIC 不同的是螺旋相衬法无需考虑样本双折射的影响。

螺旋相衬法已被证明对相位物体有良好的成像 效果,然而核心元件 SPP 的制作却并不容易。目前 国外普遍采用可编程液晶空间光调制器(LSLM)来 实现 SPP 的功能,但是 LSLM 价格昂贵,因此也出 现了其他的一些制作方法<sup>[8,9]</sup>;国内 Wei 等<sup>[10]</sup>采用 电子束直写的方法制作 SPP,由于刻蚀过程的误差, 实际得到的相位板相对于设计的工作波长来说相位 调制能力不足,他们对误差带来的影响进行了分析, 发现误差对成像效果影响并不大,得出了螺旋相衬 法具有较大宽容度的结论。

以 SPP 的设计为出发点,总结出了影响其滤波 效果的三个因素:中心尺寸、整体尺寸以及台阶数。 理想状态的 SPP 应该中心为一个点,尺寸无限大, 台阶数无限多,然而实际的制作工艺是无法达到如 此苛刻的要求的,即使在工艺能达到的条件下也并 非越接近理想状态越好,这是因为在当 SPP 的制作 达到一定精度后,成像质量的略微提升会大大增加 制作成本与难度。因此,合理的设计应在成像质量 与相位板的制作成本与难度之间找到平衡点,在成像 质量满足要求的情况下尽可能降低制作成本与难度。

# 2 螺旋相衬成像法原理与衍射受限条件下的成像计算

螺旋相衬成像法也称径向希尔伯特变换法,其 原理是在 4*f* 系统的频谱面设置 SPP 以实现对频谱 的相位调制,成像光路如图 1 所示。SPP 是一种光 学厚度与旋转方位角 ¢ 成正比的纯相位衍射光学元 件,其透射率函数可表示为

 $H(\rho, \phi) = \exp[\operatorname{circ}(\rho/R)il\phi],$  (1) 式中( $\rho, \phi$ )为 SPP 平面的极坐标, R 为 SPP 的半径, l称为 SPP 的拓扑荷<sup>[11]</sup>。SPP 已在产生螺旋形状 波前<sup>[12~15]</sup>、旋转微观粒子<sup>[16]</sup>、产生空心光束<sup>[17~20]</sup> 等方面得到了应用。而最简单的l为1的 SPP,还 能被用在 4f空间滤波系统中以达到对成像物体边 缘增强的效果,本文的讨论正是基于 SPP 的此种 用途。





物面处放置的物体透射率函数用 g(x,y)表示, 在平面波照明的情况下,其频谱面位于 L1 后焦面 处,物体的傅里叶频谱可表示为

 $G(\rho, \phi) = G(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{g(x, y)\},$  (2) 式中  $f_x = \rho \cos \phi, f_y = \rho \sin \phi, \mathcal{F}$ 为傅里叶变换算符。 经过 SPP 的相位调制作用后,从 SPP 平面出射的频 谱为

$$G'(\rho, \phi) = G(\rho, \phi) H(\rho, \phi).$$
(3)

最后,通过 L2 的傅里叶变换作用,得到像面的复振 幅分布为

 $g'(x,y) = \mathscr{F}\{G'(\rho,\phi)\} = g(x,y) \otimes \mathscr{F}\{H(\rho,\varphi)\},$ (4)

式中符号⊗代表卷积运算。

以上(2)~(4)式是对螺旋相衬法成像过程的数 学表述,不难看出,螺旋滤波器的傅里叶变换就是该 系统的点扩展函数。然而,为了使数值计算更为准 确,有必要考虑系统的衍射受限情况。下面将在 (1)~(4)式的基础上推导衍射受限螺旋相衬成像系 统的成像公式。根据瑞利的观点,衍射效应来自有 限大小的出瞳,在如图 1 所示的光学系统中,透镜 L1 和 L2 对光场的限制作用相同,因此可将 L2 的 边框视为孔径光阑,同时也是该系统的出瞳。设出 瞳函数为 p(x',y'),相干照明下衍射受限系统的成 像规律为:物体通过衍射受限系统后的像分布是物 体的理想像和点扩展函数的卷积,其中点扩展函数 是出瞳函数 p(x',y')的傅里叶变换<sup>[21]</sup>。衍射受限 螺旋相衬成像系统的输出结果为

 $g''(x,y) = g'(x,y) \otimes \mathcal{F}\{p(x',y')\} =$   $g(x,y) \otimes \mathcal{F}\{H(\rho,\phi)\} \otimes \mathcal{F}\{p(x',y')\} =$   $\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{g(x,y) \otimes \mathcal{F}\{H(\rho,\phi)\} \otimes \mathcal{F}\{p(x',y')\}\}\} =$   $\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{g(x,y)\}H(\rho,\phi)p(x',y')\}, \quad (5)$ 式中 x' = -\lambda df\_x, y' = -\lambda df\_y, d 为出瞳平面到像平 面的距离,在该系统中,d 等于透镜焦距 f.

#### 3 SPP 参数对成像结果的影响

在引言部分已经提到 SPP 的三个参数即中心 尺寸、整体尺寸以及台阶数将会对螺旋相衬成像系 统的成像质量产生影响,下面将分别对它们产生的 影响进行分析并通过数值计算给出定量的结果。

#### 3.1 中心尺寸的影响

在径向希尔伯特变换最早被提出的时候,其滤 波器 SPP 中心为一不透光点,即对于(1)式所表出 的 SPP 透射率函数满足  $H(\rho=0,\phi)=0$ ,此时成像 结果具有各向同性的边缘增强效果,以如图 2(a)所示的相位物体为输入图像,输出结果如图 2(b)所示。在将 SPP 的不透光中心改进为透射中心以后,成像结果具有了与 DIC 相似的三维浮雕效果,如图 2(c)所示。然而,不管是吸收还是透射,理想的SPP 中心应是一个面积无穷小的点,而实际制作和使用的 SPP 中心都是有一定面积的,只是由于制作方法和制作精度的不同,中心大小有所差异。



图 2 相位物体的螺旋相衬法成像结果。(a)样本物体;(b) SPP 中心为吸收点时的成像结果; (c) SPP 中心为透射点时的成像结果

Fig. 2 Imaging results of phase object. (a) Sample object; (b) obtained by using SPP with an absorptive center; (c) obtained by using SPP with a transmissive center

采用图 1 所示成像系统研究中心尺寸对成像结 果的影响。取入射光波长  $\lambda$  为 532 nm,两透镜焦距 f 均为 200 mm,两透镜的口径大小 D 为 30 mm,数 值计算过程中,采样点数 N 为 513,采样间距  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  均为 2  $\mu$ m,将(5)式离散化,利用快速傅里叶变 换(FFT)技术,便能对成像结果进行模拟。如果设 中心半径为 r,则(1)式可写为

 $H(\rho, \phi) = H[\rho_{\leq r/(\lambda f)}, \phi] + H[\rho_{> r/(\lambda f)}, \phi],$  (6) 式中 $H[\rho_{\leq r/(\lambda f)}, \phi] = \exp(i\alpha), \alpha$ 为一常数。根据FFT 的采样性质有 $\Delta f_x = 1/(N\Delta x), \Delta f_y = 1/(N\Delta y),$ 其中 $\Delta f_x = \Delta f_y$ 为频谱面的频域采样间隔,设半径r内包含n个采样间距,则有

 $n = \frac{1}{2}$ 

$$n\Delta f_x = \frac{r}{\lambda f},\tag{7}$$

$$\frac{N\Delta x}{\lambda f}$$
, (8)

利用(8)式计算出 n 值,然后将以 SPP(513 pixel× 513 pixel)中心为圆心,半径为 n 的区域设为固定相 位值,中心相位的取值对成像效果没有影响,只是让 图 2(c)中的"阴影"方向不同而已。图 3(a)~(d)分 别是中心半径为 0.1、0.5、2、5 mm时的成像结果 图,从图中可以看出,随着中心尺寸的增大,螺旋相 衬法成像的三维浮雕效果越来越不明显,对比度也越 来越低,当中心半径为 0.1 mm 时,成像结果与理想 情况下的成像结果图 2(c)差距非常小,而当中心半径 增大到 5 mm 时,成像质量大幅度降低,已经无法满 足观察需要。

为了给出定量的结果,采用均方误差(MSE)来 评价中心尺寸对成像质量的影响。设理想情况下成 像结果为 *I*,SPP 中心半径为 *r* 时成像结果为 *I*, MSE 定义为



图 3 采用不同中心尺寸 SPP 的成像结果图。半径分别为(a) 0.1 mm; (b) 0.5 mm; (c) 2 mm; (d) 5 mm Fig. 3 Output images obtained by using SPPs with different central sizes. The radii are (a) 0.1 mm; (b) 0.5 mm; (c) 2 mm; (d) 5 mm, respectively

$$f_{\rm MSE}(r) = \frac{\sum_{a=1}^{M} \sum_{b=1}^{N} |I(a,b) - I_r(a,b)|}{M \times N}.$$
 (9)

图 4 为 r 取不同值时的 MSE 曲线,从图中可以 看出,随着 r 值的增大,  $f_{MSE}$  也不断增加,当  $r \leq$ 0.1 mm时,有  $f_{MSE} \leq 0.001$ ,而通过图 3 的成像效果 图可以看出,当 r = 0.1 mm 时,成像结果与理想情况 下的成像结果已经非常接近,因此可以将 0.001 作为 判断成像质量的标准,在  $r \leq 0.1$  mm 的范围内,均满 足  $f_{MSE} \leq 0.001$ ,都能获得高质量的成像图像。



图 4 采用理想 SPP 成像结果与采用不同中心尺寸 SPP 成像结果的 MSE 曲线

Fig. 4 MSE curve between the imaging results obtained by using perfect SPP and SPPs with different central sizes

#### 3.2 整体尺寸的影响

此处所谓的整体尺寸是指 SPP 的大小,理想情

况下的 SPP 应该是无限大的,这样才能让物体的所 有频率信息均能得到调制。然而,物体频谱的低频 分量往往占据了绝大部分的能量,而高频分量对成 像的贡献相对较小,常常可以忽略。另一方面,成像 系统由于光瞳的存在而有一个截止频率,即高于该 频率的光场信息将无法进入系统,这也使得对应于 系统截止频率以上的 SPP 区域没有了意义。因此, SPP 的尺寸没有必要制作得太大,过大的尺寸只能 使制作难度与成本增加,而对实际的成像质量提升 很小甚至没有提升。

在(1) 式表出的 SPP 透射率函数中, R 即为 SPP 的半径。上一节中对中心尺寸的研究方法同样 适用于整体尺寸的研究。采用(8)式并用 R 替代 r 可得

$$n' = \frac{RN\Delta x}{\lambda f},\tag{10}$$

式中 n'的值代表了半径为 R 的 SPP 在尺寸为 513 pixel×513 pixel 的平面内的大小。图 5 为采用 不同尺寸 SPP 时的成像结果图,从图中可以看出, 随着 SPP 尺寸的增大,成像质量逐渐提高。当半径 为 5 mm 时,物体离中心较远的部分成像质量还是 较好的,而离中心较近的部分由于结构较精细,对应 于频谱的高频成分没有在 SPP 的范围内,因此几乎 不能观察到,如图 5(b)所示。当半径增大到 10 mm 时,其成像质量已经与理想情况下差别很小,如 图 5(c)所示。



图 5 采用不同尺寸 SPP 时的成像结果图。SPP 半径分别为(a) 1 mm; (b) 5 mm; (c) 10 mm; (d) 15 mm Fig. 5 Output images obtained by using SPPs with different sizes. The radii are (a) 1 mm; (b) 5 mm;

(c) 10 mm; (d) 15 mm, respectively

与 3.1 节相同,采用 MSE 来评价 SPP 整体尺 寸对成像结果的影响,设理想情况下成像结果为 *I*, SPP 半径为 *R* 时成像结果为 *I*<sub>R</sub>,MSE 重新定义为

$$f_{\rm MSE}(R) = \frac{\sum_{a=1}^{M} \sum_{b=1}^{N} |I(a,b) - I_R(a,b)|}{M \times N}.$$
 (11)

其值与 SPP 半径取值的关系如图 6 所示,从图中可 以看出,随着 SPP 半径的增大, f<sub>MSE</sub> 首先经历了急 剧下降的过程,接下来在略微波动的情况下呈缓慢 下降趋势,直到 R=15 mm时, $f_{MSE}$ 下降为 0,且随着 SPP 尺寸的增加, $f_{MSE}$ 维持不变。曲线的走势印证了前面的观点, $f_{MSE}$ 一开始的急剧下降是因为物体频谱的低频分量能量高,对成像贡献大,因此当SPP 尺寸很小时,其尺寸的增加对最后的成像结果影响很大,反之,由于高频分量能量小,对成像贡献小,位置处在离 SPP 中心较远的地方,因此当 SPP 尺寸较大以后,增加尺寸对成像结果的影响也就较小了。而当 R=15 mm 以后, $f_{MSE}$ 一直保持为 0 则





Fig. 6 MSE curve between the imaging results obtained by using perfect SPP and SPPs with different sizes

是由于系统光瞳的原因,使高于截止频率的光谱分量无法进入系统,SPP表面 R>15 mm 的部分正好与这些光谱分量对应,因此这部分区域并未起到作用,也就不会对成像结果产生影响了。

由此可见,在设计 SPP 尺寸的时候,应该充分 考虑成像系统的具体参数,不能盲目地将尺寸设计 得过大,并且从图 6 可以看出,当 R = 10 mm 时,  $f_{MSE}$ 的值为 0.001,再结合图 5(c)的成像结果,可以 认为当  $R \ge 10$  mm 时,SPP 就能很好地满足成像需 要。需要说明的是,此处R值的取值范围是根据本 文所采用系统参数计算得出的,对于不同的系统参数,同样可以利用(10)式计算出 n<sup>'</sup>值,然后再根据 模拟成像结果与 MSE 曲线,计算出 R 的取值范围。

#### 3.3 台阶数的影响

理想的 SPP 透射率函数已经在(1)式中给出 了,显然其相位变化是连续平滑的,而实际上制作出 的 SPP 是相位离散变化的,其透射率函数可表示为

$$H(\rho,\phi) = \exp\left[\operatorname{circ}\left(\frac{\rho}{R}\right)il\operatorname{fix}\left(\frac{m\varphi}{2\pi}\right)\frac{2\pi}{m}\right], \quad (12)$$

式中m为台阶数, fix 表示向零圆整函数, 如 fix(3,1) = fix(3,8) = 3。台阶数对成像结果的影响 如图 7 所示,其中上面一排为不同台阶数的 SPP 示 意图,从左至右台阶数分别为4、8、16和32,其相位 分布如图所示,下面一排为与之对应的成像结果图。 从图中可以看出,当台阶数较少时,SPP的相位不连 续位置会对成像结果产生影响,目台阶数越少影响 越明显,当台阶数增加到32时,影响已经非常小了, 成像质量也接近了理想情况。这一点在图 8 所示的  $f_{MSE}$ 与台阶数 m 的关系图中也得到了体现。图 8 中,当 $m \ge 2^5$ 以后, $f_{MSF}$ 降低到很小的数值,结合图 7 中的实际成像效果,可以将 32 作为台阶数 m 的理 想取值,既可保证成像质量,又能尽量降低制作难 度。此处只计算了台阶数为2的整数次方时的 f<sub>MSE</sub> 值,这是由于通常在采用光刻方法制作 SPP 时,台 阶数都是2的整数次方。



图 7 不同台阶数的 SPP 示意图以及与之对应的成像结果图 Fig. 7 SPPs with different step numbers and the corresponding output results

#### 4 实验结果

在第3节中,通过数值模拟方法分析了 SPP 参数对成像结果的影响,可以得出如下结论:当 SPP 中心半径 r≪0.1 mm,半径 R≥10 mm,台阶数 m≥

32 时,对于图 1 所示的成像系统,可以得到良好的 成像效果。为了对该结论进行验证,采用光刻方法 制作了中心半径为 0.1 mm,半径为 10 mm,台阶数 为 32 的 SPP 以及用于作为实验成像对象的光刻胶





Fig. 8 MSE curve between the imaging results obtained by using perfect SPP and SPPs with different step numbers 光栅结构,其周期为 160 μm,最大厚度为 30 nm。 图 9(a)为采用光学轮廓仪(Zygo New View 7300) 测得的物体表面轮廓图像。

按照图 1 所示光路搭建光学系统,在不加 SPP 的情况下,得到了如图 9(b)所示的明场图像,从图 中可以看出,由于光刻胶接近透明且厚度很薄,因而 图像对比度很低,较难观察出光栅结构。图 9(c)为 系统中加入 SPP 后的成像结果图,可以看到此时对 比度有很大改善,光栅结构变得清晰可见。明场图 像与螺旋相衬图像的对比说明,根据数值模拟结论 设计的 SPP 可以带来良好的成像效果,可以很好地 满足螺旋相衬成像的需要。



图 9 光刻胶光栅图像。(a)三维表面轮廓图像;(b)明场图像;(c)螺旋相衬图像 Fig. 9 Grating fabricated by lithography in photo-resist material. (a) Topography of grating measured by an optical profiler; (b) bright-field image; (c) spiral phase contrast image

#### 5 结 论

对相干照明下衍射受限螺旋相衬成像系统的成 像公式进行了推导,并利用该公式分析了 SPP 中心 尺寸、整体尺寸以及台阶数等参数对成像系统性能 的影响。通过数值计算方法,给出了定性和定量的 结果,并且通过实验验证了计算结果的正确性。结 果表明,所采用的光学系统,在 SPP 的参数同时满 足中心半径 r≤0.1 mm,半径 R≥10 mm,台阶数 m≥32 时,能很好地满足成像要求。需要指出的是, 原本对于中心尺寸和整体尺寸取值范围的研究应该 要对成像物体的大小和结构复杂程度进行考虑,不 同大小和结构的物体对这两个参数的取值范围有不 同的要求,但通过成像物体的选择很好地解决了这 个问题。选择的成像物体特点为中心结构小外缘结 构大,对应了从几微米到几百微米的结构,这也是螺 旋相衬法成像对象的普遍尺度范围。此外,本文不 仅可以为设计 SPP 提供参考,同时对于其他空间滤 波器的设计也具有一定的参考价值。

#### 参考文献

- 1 F. Zernike. Phase contrast, a new method for the microscopic observation of transparent objects [J]. *Physica*, 1942, 19(7): 686~698
- 2 Chen Juntang, Differential interference contrast [J]. Optical Instrumentation, 1984, 6(1): 1~15 陈峻堂. 微分干涉相衬显微术[J]. 光学仪器, 1980, 6(1):
- 陈政星. 國分干砂相利並佩不[J]. 元子仪态, 1980,  $\mathbf{0}(1)$ :  $1 \sim 15$
- 3 A. W. Lohmann, D. Mendlovic, Z. Zalevsky. Fractional Hilbert transform[J]. Opt. Lett., 1996, **21**(4): 281~283
- 4 A. W. Lohmann, E. Tepichin, J. G. Ramirez. Optical implementation of the fractional Hilbert transform for twodimensional objects[J]. Appl. Opt., 1997, 36(26): 6620~6626
- 5 Jeffrey A. Davis, Dylan E. McNamara, Don M. Cottrell. Image processing with the radial Hilbert transform: theory and experiments[J]. Opt. Lett., 2000, 25(2): 99~101
- 6 Severin Furhapter, Alexander Jesacher, Stefan Bernet et al.. Spiral phase contrast imaging in microscopy[J]. Opt. Express, 2005, 13(3): 689~694
- 7 Alexander Jesacher, Severin Furhapter, Stefan Bernet et al..

Shadow effects in spiral phase contrast microscopy [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(23): 233902

- 8 S. S. R. Oemrawsingh, J. A. W. van Houwelingen, E. R. Eliel *et al.*. Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(3): 688~694
- 9 Carmel Rotschild, Shachaf Zommer, Shulamit Moed *et al.*. Adjustable spiral phase plate[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(12): 2397~2399
- 10 Shibiao Wei, Jing Bu, Siwei Zhu *et al.*. Image edge-enhancement in optical microscopy with a phase mismatched spiral phase plate [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2011, 9(3): 031001
- 11 Liu Tingting, Hong Zhengping, Guo Chengshan. Common path phase-shifting digital holography based on a spiral phase filtering [J]. J. Optoelectronics Laser, 2008, 19(1): 96~99 刘婷婷,洪正平,国承山. 基于螺旋相位滤波的共路相移数字全 息木[J]. 光电子•激光, 2008, 19(1): 96~99
- 12 M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen *et al.*. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phase plate[J]. Opt. Commun., 1994, 112(5-6): 321~327
- 13 V. V. Kotlyar, A. A. Almazov, S. N. Khonina *et al.*. Generation of phase singularity through diffraction of a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2005, 22(5): 849~861
- 14 V. V. Kotlyar, S. N. Khonina, A. A. Kovalev *et al.*. Diffraction of a plane, finite radius wave by a spiral phase plate [J]. Opt. Lett., 2006, **31**(11): 1597~1599
- 15 V. V. Kotlyar, A. A. Kovalev, R. V. Skidanov *et al.*. Diffraction of a finite-radius plane wave and a Gaussian beam by a

helical axicon and a spiral phase plate[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2007, **24**(7): 1955~1964

- 16 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw et al.. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. Phys. Rev. A, 1992, 45(11): 8185~8190
- 17 Q. Xie, D. Zhao. Generation of dark hollow beams by using a fractional radial Hilbert transform system[J]. Opt. Commun., 2007, 275(2): 394~398
- 18 Xue Dongmei, Liu Tingting, Guo Chengshan. Localized hollow beams generated through interference of double zero-order Bessel beams[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(5): 771~775 薛冬梅,刘婷婷,国承山. 基于零级贝塞尔光束干涉产生的局域 空心光束[J]. 光学学报, 2007, 27(5): 771~775
- 19 Xie Xinglong, Chen Shaohe, Deng Ximing. Light diffraction and diffraction-free beams [J]. Chinese J. Lasers, 1999, 26 (1): 65~69
  谢兴龙,陈绍和,邓锡铭.关于衍射与无衍射光束[J]. 中国激

闭六龙, 陈珀和, 小物铂, 天丁福剂 与无福剂 元来[J]. 平 国家 光, 1999, **26**(1): 65~69

- 20 Zhao Bin. Theory and experiments of coaxial di-nondiffracting beam[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(12): 1460~1463
   赵 斌. 同轴双无衍射光的理论与实验[J]. 光学学报, 2003, 23(12): 1460~1463
- 21 Chen Jiabi, Su Xianyu. Optical Information Technique— Principles & Applications[M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. 64
  - 陈家璧,苏显渝.光学信息技术原理及应用[M].北京:高等教 育出版社,2002.64

栏目编辑:韩 峰