

# 基于稀疏表示模型和自回归模型的高光谱分类

宋 琳 程咏梅 赵永强\*

(西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072)

**摘要** 针对高光谱分类中对光谱信息和空间信息利用不足的问题,提出了一种基于稀疏表示模型和自回归模型相结合的分类算法。该算法利用稀疏表示模型和自回归模型,设计联合字典:在光谱维上,利用稀疏表示模型将高光谱的每个光谱向量表示为字典中训练样本的稀疏线性组合;在空间维上,利用自回归模型对每个光谱向量的 8 邻域进行约束。针对不同样本分别构造一个字典,在减少计算量的同时减小重构误差,最后在最小重构误差和邻域相关性的约束下求解稀疏表示问题,以最小重构误差为准则实现高光谱数据的分类。仿真结果表明,该方法能够有效地提高高光谱数据的分类精度。

**关键词** 遥感;高光谱;稀疏表示;自回归模型;邻域相关性;最小重构误差

**中图分类号** TP751.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0330003

## Hyper-Spectrum Classification Based on Sparse Representation Model and Auto-Regressive Model

Song Lin Cheng Yongmei Zhao Yongqiang

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract** A novel classification approach based on sparse representation model and auto-regressive model is presented to deal with spectral and spatial information underutilization effectively for hyper-spectrum classification. The combination dictionary is designed using sparse representation model and auto-regressive model. Sparse representation model is used to represent every spectral vector as sparse linear combination of the training samples on spectral dimension; auto-regressive model is added to constrain every spectral vector by its eight neighborhoods on spatial dimension. A new dictionary is constructed for every class to reduce the computation and reconstruction error. At last, the sparse problem is recovered by solving a constrained optimization of minimum reconstruction error and neighboring relativity. The classification of hyper-spectral image is determined by computing the minimum reconstruction error of testing samples and training samples. Simulation results show that the method improves the classification accuracy.

**Key words** remote sensing; hyper-spectrum; sparse representation; auto-regressive model; neighboring relativity; minimum reconstruction error

**OCIS codes** 300.6170; 330.6180; 100.4145; 100.5010

## 1 引 言

近年来,高光谱图像分析在军事和民用等诸多领域都得到了越来越多的重视。高光谱传感器对每

一像素可提供一条几乎是连续的光谱曲线(也称为光谱向量),该像素在不同波段间的变化反映了其所代表目标的辐射光谱信息,同类地物目标的光谱特

**收稿日期**: 2011-09-16; **收到修改稿日期**: 2011-11-01

**基金项目**: 国家自然科学基金重点项目(60634030)、国家自然科学基金(61071172)、航空科学基金(20105153022, 20100853010)和西北工业大学基础研究基金(JC200941)资助课题。

**作者简介**: 宋琳(1983-),男,博士研究生,主要从事遥感图像处理 and 模式识别等方面的研究。

E-mail: linsong0818@gmail.com

**导师简介**: 程咏梅(1960-),女,教授,博士生导师,主要从事信息融合、图像处理、目标跟踪与识别等方面的研究。

E-mail: chengym@nwpu.edu.cn

\* **通信联系人**。E-mail: zhaoyq@nwpu.edu.cn

征相似,不同类地物的光谱特征有显著差异,这便是高光谱分类的依据<sup>[1~3]</sup>。

稀疏表示(SR)作为一种数字信号处理模型,近几年引起了广泛的关注,尤其在模式识别领域获得了很好的应用<sup>[4]</sup>。遥感领域的学者已证明成像光谱遥感在光谱维满足稀疏性条件<sup>[5]</sup>,并提出利用SR模型解决高光谱的分类问题<sup>[6,7]</sup>。文献[6]提出利用SR模型进行高光谱的分类,将高光谱图像表示为光谱列向量,将测试样本在训练样本组成的字典上进行稀疏分解,以最小重构误差为判别准则进行分类。这种方法较之神经网络等传统方法大大提高了分类精度,但仅利用了光谱信息,没有考虑空间信息的约束。文献[7]提出利用SR模型和拉普拉斯约束进行高光谱图像的分类,同时利用了光谱信息和空间信息,但拉普拉斯模型只考虑了4邻域的空间约束关系,而且由于字典维数过高,计算量很大。针对上述问题,本文以SR模型为主要分类工具,通过引入自回归(AR)模型对空间信息进行8邻域约束,对每类样本构造不同字典求解稀疏系数,在最小重构误差准则下完成高光谱的分类。

## 2 基本理论

### 2.1 SR 模型

由调和和分析理论可知,图像可以表示为一组基函数的线性组合。图像经过SR后,大部分基函数的系数为零或近似为零,只有少数基函数具有较大的非零系数,这里称基函数为原子,所有原子信号的集合为字典。SR研究的初衷是用于信号的压缩和表示,每个原子并没有任何的语义,但最SR具有很好的判别性,因为它选择最能紧致表示信号的原子<sup>[8]</sup>。其核心思想是将某个信号描述为字典中原子的稀疏线性组合,具有非零系数的原子揭示了信号的主要特征和内在结构,其最终问题是寻找信号X的稀疏解,可表示为

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_0 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{D}\alpha = \mathbf{X}, \quad (1)$$

式中 $\alpha$ 为系数, $\|\cdot\|_0$ 表示 $l_0$ 范数, $\mathbf{D}$ 为字典。

但是最小化 $l_0$ 范数问题是一个NP-hard问题,需要穷举 $\alpha$ 中非零值的所有 $C_N^k$ 种排列可能,因而无法求解。在系数足够稀疏的条件下, $l_0$ 范数最小化问题可以转化为 $l_1$ 范数最小化问题,可表示为<sup>[8~11]</sup>

$$\alpha = \arg[\min(\|\mathbf{X} - \mathbf{D}\alpha\|_2^2 + \lambda\|\alpha\|_1)], \quad (2)$$

式中 $\lambda$ 为调节重构误差与稀疏系数的均衡系数。但针对计算量很大的稀疏求解,例如本文的高光谱数据,常采用 $l_2$ 范数最小化去逼近 $l_0$ 范数最小化问题,利用收敛速度更快的最小二乘法求解稀疏解<sup>[7]</sup>,可表示为

$$\alpha = (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{X}. \quad (3)$$

将SR模型引入高光谱图像的分类中,主要针对高光谱的光谱向量进行分类判别,因此定义被稀疏分解的原始光谱向量 $\mathbf{X}_{i,j}$ 如(4)式所示,式中 $x_{i,j}^B$ 表示第B个波段图像在 $(i,j)$ 位置上的像素值:

$$\mathbf{X}_{i,j} = [x_{i,j}^1, x_{i,j}^2, \dots, x_{i,j}^B, \dots, x_{i,j}^N]^T. \quad (4)$$

将 $\mathbf{X}_{i,j}$ 在训练样本组成的字典下进行稀疏分解,计算各类样本逼近 $\mathbf{X}_{i,j}$ 的残差以定量描述各类稀疏逼近程度,再将测试样本归入具有最小逼近残差的训练样本所属的类别,即完成分类。

### 2.2 AR 模型

高光谱图像的光谱分辨率很高,但空间分辨率却很低,像素与其邻域像素有很强的空间关系,相邻像素所代表的地物组成相同或相近,针对高光谱的空间特性,并引入AR模型,从空间信息上对高光谱图像进行约束。AR模型旨在利用某一窗口内边缘像素的信息对中心像素进行约束,其核心思想是中心像素可以表示为邻域像素的线性组合。由高光谱的成像原理可知,8邻域对中心像素的影响大于4邻域的作用,因此定义 $3 \times 3$ 窗口下的8邻域对中心像素进行约束,如图1所示。

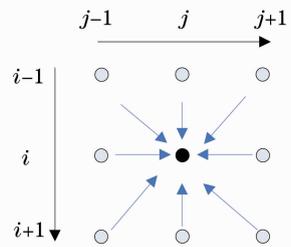


图1  $x_{i,j}^B$ 的8邻域

Fig. 1 Eight neighborhoods of  $x_{i,j}^B$

$3 \times 3$ 窗口下的AR约束为

$$\min(x_{i,j}^B - \mathbf{Q}_{i,j}\bar{\alpha}_{i,j})^2, \quad (5)$$

式中 $x_{i,j}^B$ 表示第B个波段图像的某个 $3 \times 3$ 窗口的中心像素, $\bar{\alpha}_{i,j}$ 为8邻域像素的系数,表示8邻域像素对中心像素的权重, $\mathbf{Q}_{i,j}$ 表示中心像素 $x_{i,j}^B$ 的8邻域像素:

$$\mathbf{Q}_{i,j} = [x_{i-1,j-1}^B, x_{i-1,j}^B, x_{i-1,j+1}^B, x_{i,j-1}^B, x_{i,j+1}^B, x_{i+1,j-1}^B, x_{i+1,j}^B, x_{i+1,j+1}^B]. \quad (6)$$

将 AR 模型引入高光谱图像的分类中,主要是对光谱向量进行空间约束,满足高光谱邻域相关性的要求。

### 2.3 高光谱分类

高光谱分类方法通常可以分为无监督分类算法和有监督分类算法,其中无监督分类是在不知待分

类高光谱图像中的地物种类的情况下,纯粹依靠不同光谱数据在统计上的差别来进行分类的算法,不需要训练样本,分类精度很低;而有监督分类是先利用某些已知类别的训练样本的先验信息,让分类识别系统学习和掌握各个类别的特征,然后对测试样本按照分类的决策规则进行分类,如图 2 所示。

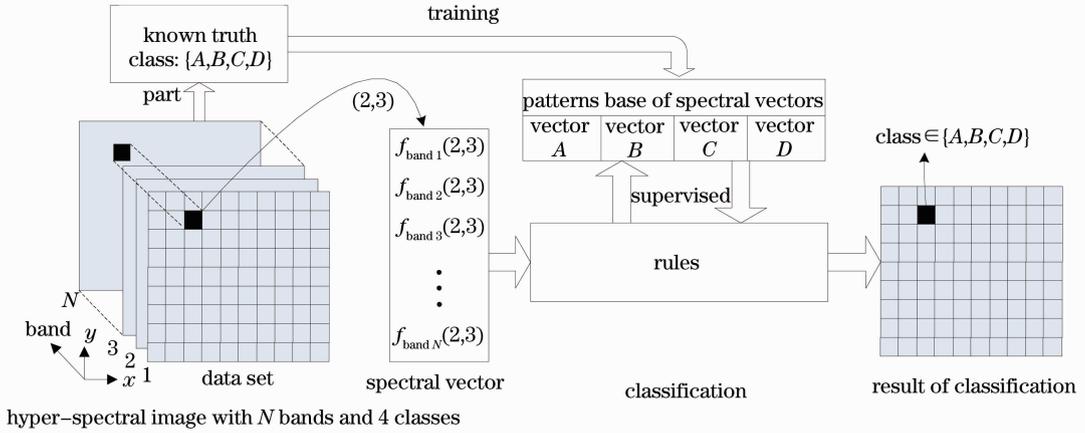


图 2 有监督分类示意图

Fig. 2 Diagram of supervised classification

高光谱数据的有监督分类主要依赖于光谱的差异性,通过建立分类法则进行分类。然而高光谱图像具有很强的空间相关性,正确应用光谱信息和空间信息,可以大大提高其分类的正确率。本文引入 SR 和 AR 模型,综合利用光谱和空间信息完成高光谱分类。

SR 模型先将测试样本在由训练样本组成的字典上进行稀疏分解,然后将测试样本表示为字典中原子的稀疏线性组合,通过计算最小重构误差,以达到分类的目的<sup>[8~11]</sup>。传统的高光谱分类方法注重地物在光谱维上的差异,而忽视了它们空间维上的信息约束。在空间维上,由于高光谱图像的成像特点决定了某点的光谱向量与其邻域的光谱向量相同或相近,即表示相同的地物,因此可通过邻域约束对中心光谱向量进行实时分类校正,所以在 SR 分类中引入 AR 模型对中心向量进行约束,其算法原理如图 3 所示。

### 3 基于 SR 模型和 AR 模型的高光谱分类

高光谱图像的光谱特征具有显著差异,可利用

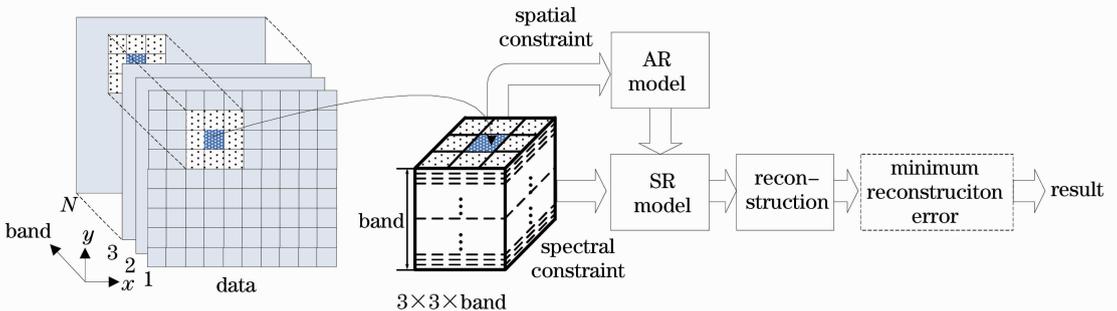


图 3 基于 SR 模型和 AR 模型的高光谱图像分类原理

Fig. 3 Algorithm of hyper-spectral image classification based on SR and AR models

为同时对高光谱图像进行光谱和空间的约束,将 AR 模型引入到 SR 模型,其核心思想是在满足(5)式所示的空间约束的基础上,对  $3 \times 3$  窗口下的

每个光谱向量进行稀疏分解。为方便计算,简化公(5)式,赋予 8 邻域向量相同的权值,取  $\bar{\alpha} = 1/8$ ,可表示为

$$X_{i,j} - \frac{1}{8}(X_{i-1,j-1} + X_{i-1,j} + X_{i-1,j+1} + X_{i,j-1} + X_{i,j+1} + X_{i+1,j-1} + X_{i+1,j} + X_{i+1,j+1}) = 0. \quad (7)$$

分别对(7)式中的每个光谱向量进行稀疏分解,其过程涉及到两个问题:1)字典设计;2)稀疏求解算法。

应用 SR 模型在人脸、数字等模式识别中,训练字典被定义为由  $M$  类训练样本构成<sup>[4]</sup>。这里针对高光谱分类,提出一种新的构造字典方法。先分别针对每类样本构造一个样本集合  $D_m$ ,可表示为

$$D_m = [d_1^m, d_2^m, \dots, d_C^m], \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

式中  $d_C^m (m=1, 2, \dots, M)$  表示第  $C$  个  $m$  类光谱向量,然后利用文献[6]中的字典构造思想,构造字典  $\hat{D}_m$ ,如(9)式所示。设计的字典有别于传统 SR 方法,主要出于三点考虑:1)高光谱是一个“整体”的数据立方体,可以通过归一化方法将光谱向量统一到一个数量级,分别构造字典,经过分解重构后的误差

很小;2)分别构造字典,虽然需要进行  $M$  次计算,但可大大降低字典的维数;3)在高光谱图像中,由于混合像素的存在<sup>[12]</sup>,利用传统方法构造字典时,求解不精确,因此针对每个类别样本分别设计字典,分别求解。

由于分别针对每类样本设计了一个字典,因此对每个光谱向量只需利用相同的求解规则在不同的训练集上进行分解与重构,通过比较重构误差即可完成分类。考虑到计算复杂度等问题,本文采用最小  $l_2$  范数求解取代  $l_1$  范数求解,采用(3)式对(7)式的每个光谱向量进行稀疏分解,求解  $l_2$  范数下的最小优化问题,可表示为

$$\hat{\alpha}_m = (\hat{D}_m^T \hat{D}_m)^{-1} \hat{D}_m^T \hat{X} \quad \text{s. t.} \quad \hat{X} = \hat{D}_m \hat{\alpha}_m \quad (9)$$

式中

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} 0 \\ X_{i,j} \\ X_{i-1,j-1} \\ X_{i-1,j} \\ X_{i-1,j+1} \\ X_{i,j-1} \\ X_{i,j+1} \\ X_{i+1,j-1} \\ X_{i+1,j} \\ X_{i+1,j+1} \end{bmatrix}, \hat{D}_m = \begin{bmatrix} \mu D_m & -\frac{\mu D_m}{8} \\ D_m & & & & & & & & \\ & D_m & & & & & & & \\ & & D_m & & & & & & \\ & & & D_m & & & & & \\ & & & & D_m & & & & \\ & & & & & D_m & & & \\ & & & & & & D_m & & \\ & & & & & & & D_m & \\ & & & & & & & & D_m \end{bmatrix},$$

$$\hat{\alpha}_m = \begin{bmatrix} \alpha_{i,j} \\ \alpha_{i-1,j-1} \\ \alpha_{i-1,j} \\ \alpha_{i-1,j+1} \\ \alpha_{i,j-1} \\ \alpha_{i,j+1} \\ \alpha_{i+1,j-1} \\ \alpha_{i+1,j} \\ \alpha_{i+1,j+1} \end{bmatrix},$$

式中  $\mu$  为均衡参数,旨在均衡空间约束与光谱约束。具体实现步骤如下:

1) 将高光谱图像表示为光谱向量的集合,如

(3)式所示;进行正则归一化,分别针对每类样本构造一个稀疏字典  $\hat{D}_m$ ,如(9)式中  $\hat{D}_m$  的构造方法所示;

2) 将测试样本分别在  $M$  类字典下进行稀疏分解, 如(9)式所示, 求得系数  $\hat{\alpha}_m$ ;

3) 重构, 以最小重构误差为准则对光谱向量进行分类,

$$\text{Class}(\mathbf{X}_{i,j}) = \arg(\min_{m=1,2,\dots,M} \|X_{i,j} - d_m^m \alpha_m\|_2^2). \quad (10)$$

## 4 仿真实验与分析

为验证本文所提出分类算法的有效性, 采用典型的实拍高光谱图像进行仿真实验测试。

### 4.1 Washington DC Mall 高光谱图像

图像取自美国华盛顿特区, 原图像大小为  $1280 \text{ pixel} \times 307 \text{ pixel}$ , 共有 191 个波段。截取图像一个部分(行 1001~1128, 列 102~229), 大小为  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$ , 真实场景共分为 6 类地物, 与原图的类别数相同, 如图 4 所示。

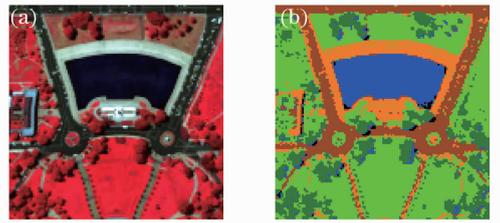


图 4 Washington DC Mall 高光谱遥感图像。

(a) 63,52,36 波段的合成图像; (b) 真实地物

Fig. 4 Hyper-spectral image of Washington DC Mall.

(a) Composite image of the 63rd, 52nd, 36th bands; (b) ground truth

分别从每类样本中随机抽取 3、5、10、20 和 30 个光谱向量作为训练样本, 其余作为测试样本, 分别采用文献[6]的 SR 算法、文献[7]的 SR 结合拉普拉斯约束(SR-LC)算法和本文基于 SR 和 AR 模型(SR-AR)算法进行分类测试, 其结果如图 5 所示。计算分类精度如图 6 所示。

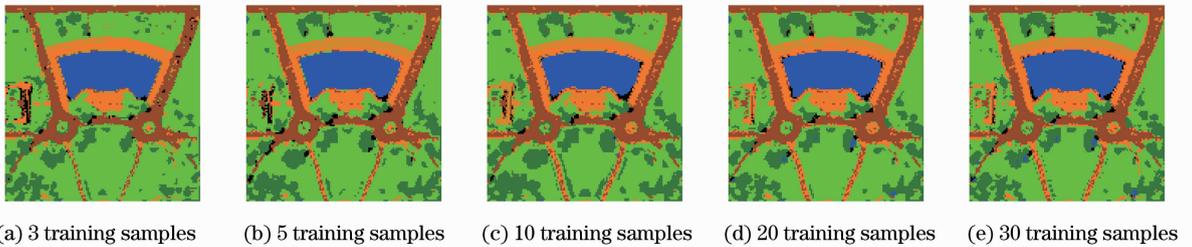


图 5 分类结果

Fig. 5 Classification results

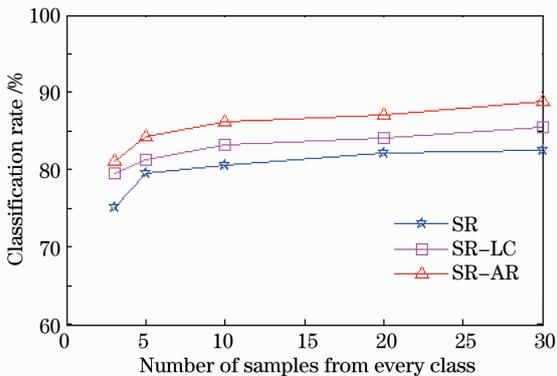


图 6 相同样本下分类精度的对比

Fig. 6 Comparison of different classification algorithms using the same samples

每次实验随机抽取样本, 但针对相同样本, 本文算法相对于另外两种算法在相同的训练样本下分类精度明显提高, 其原因主要有两个: 1) AR 模型的 8 邻域的空间信息约束增强; 2) 由于构造分类字典, 避免了相似光谱在稀疏求解时的误差。

### 4.2 Indian Pine Tree 高光谱图像

图像取自美国印第安纳州西北部印第安遥感试验区的一部分, 如图 7(a) 所示。该数据的大小为  $145 \text{ pixel} \times 145 \text{ pixel}$ , 共有 220 个波段。由于一些波段(104~108, 150~163, 220)的噪声影响较为严重, 因此并不能应用。真实场景共分为 16 类地物, 如图 7(b) 所示, 其中 7 类数据由于训练样本不足并

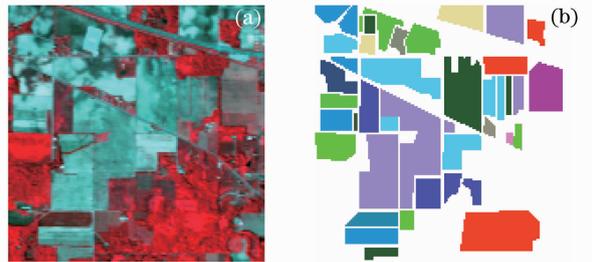


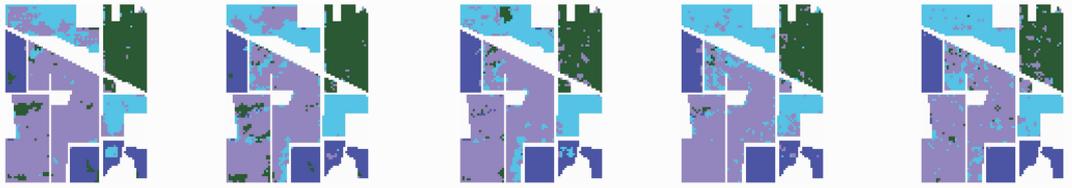
图 7 Indian Pine Tree 高光谱图像。(a) 50,20,17 波段的合成图像; (b) 真实地物

Fig. 7 Hyper-spectral image of Indian Pine Tree. (a) Composite image of the 50th, 20th, 17th bands; (b) ground truth

不被采用<sup>[6]</sup>。

由于 AR 模型是对光谱的空间信息进行约束,忽略部分样本会对分类结果产生影响,因此针对该图像进行两部分测试:1)不含忽略样本的子图(列

27~94,行 31~116),该子图包含 4 类地物,分类结果如图 8 所示;2)全图测试,含有 9 类地物。分别利用文献[6]SR 算法,文献[7]的 SR-LC 算法和本文 SR-AR 算法进行测试对比,结果如图 9 所示。



(a) 3 training samples (b) 5 training samples (c) 10 training samples (d) 20 training samples (e) 30 training samples

图 8 子图的分类结果

Fig. 8 Comparison of sub-image classification

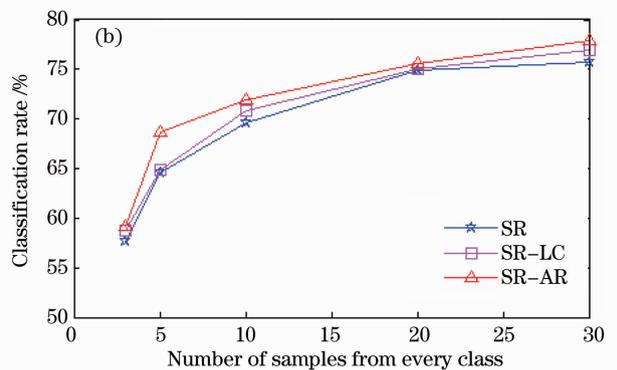
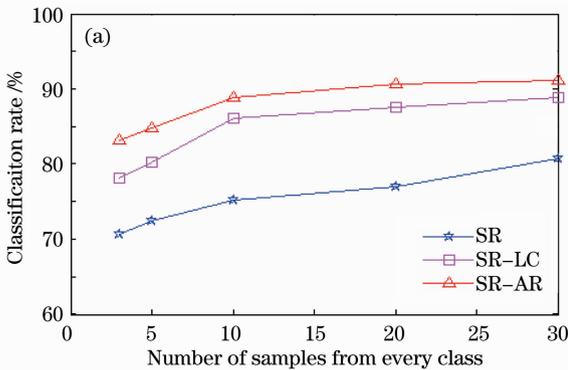


图 9 不同算法的分类比较。(a)子图;(b)全图

Fig. 9 Comparison of different classification algorithms. (a) Sub-image; (b) full image

图 9(a)表示相同样本下,三种算法的分类精度对比结果,可见本文算法具有很好的分类效果;但从图 9(b)可以看出三种算法同时出现识别率下降现象,由于只对其中 9 类进行分类,而另外 7 类直接被视为背景,利用 AR 模型处理时,空间约束较低,更多地依赖光谱差异进行分类,与传统的 SR 算法相比,分类效果的提高不是十分明显。

## 5 结 论

将 SR 模型应用于高光谱分类,并引入 AR 模型对其进行约束。在字典构造时,利用 AR 模型,分别针对每类样本构造字典,大大降低了字典的维数,通过最小  $l_2$  范数约束对其进行求解,提高了分类率。

## 参 考 文 献

- Li Shanshan, Zhang Bing, Gao Lianru *et al.*. Research of hyperspectral target detection algorithms based on variance minimum[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(7): 2116~2122
- 李山山,张兵,高连如等.基于方差最小的高光谱目标探测算法研究[J].*光学学报*,2010,**30**(7):2116~2122
- Zhao Yongqiang, Zhang Guohua, Jie Feiran *et al.*. Unsupervised

- classification of spectropolarimetric data by region-based evidence fusion[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2011, **8**(4): 755~759
- Liu Xiaogang, Zhao Huijie, Li Na. Feature extraction based on multifractal spectrum for hyperspectral data[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 844~848
- 刘小刚,赵慧洁,李娜.基于多重分形谱的高光谱数据特征提取[J].*光学学报*,2009,**29**(3):844~848
- J. Wright, A. Yang, A. Ganesh *et al.*. Robust face recognition via sparse representation[J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, **31**(2): 210~227
- J. Theiler, K. Gloce. Sparse linear filters for detection and classification in hyperspectral imagery[C]. *SPIE*, 2006, **6233**: 623301
- Qazi Samiul Haq, Lixin Shi, Linmi Tao *et al.*. A  $L_1$ -minimization based approach for hyperspectral data classification [C]. *Proceedings of 2010 International Conference on Remote Sensing (ICRS)*, 2010, **2**: 139~142
- Yi Chen, Nasser M. Nasrabadi, Trac D. Tran. Hyperspectral image classification using dictionary-based sparse representation [J]. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 2011, **49**(10): 3973~3985
- Hu Zhengping, Jia Qianwen, Xu Chengqian. Pattern recognition with reject option based on sparse representation combined with manifold distance hyperspherical covering model [J]. *Signal Processing*, 2010, **26**(4): 533~538
- 胡正平,贾千文,许成谦.基于稀疏表示结合流行距离的超球覆盖可拒绝模式识别算法研究[J].*信号处理*,2010,**26**(4):533~538
- Seung Jean Kim, K. Koh, M. Lustig *et al.*. An interior-point

- method for large-scale L1-regularized least squares [J]. *IEEE J. Sel. Top. Signal Processing*, 2007, **1**(4): 606~617
- 10 Gao Rui, Zhao Ruizhen, Hu Shaohai. Variable step size adaptive matching pursuit algorithm for image reconstruction based on compressive sensing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1639~1644
- 高睿, 赵瑞珍, 胡绍海. 基于压缩感知的变步长自适应匹配追踪重建算法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1639~1644
- 11 Shi Guangming, Liu Danhua, Gao Dahua *et al.*. Advances in theory and application of compressed sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, **37**(5): 1070~1081
- 石光明, 刘丹华, 高大化等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. *电子学报*, 2009, **37**(5): 1070~1081
- 12 Xun Lina, Fang Yonghua, Li Xin. A small target detection approach based on endmember extraction in hyperspectral image [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1178~1182
- 寻丽娜, 方勇华, 李新. 高光谱图像中基于端元提取的小目标检测算法估算及压缩方法研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1178~1182

栏目编辑:李文喆