基于单光子脉冲时间随机性的光量子随机源

鄢秋荣1,2 赵宝升1 刘永安1 盛立志1,2

(¹中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室,陕西西安710119) ²中国科学院研究生院,北京100049

摘要 提出了一种基于单光子脉冲时间随机性的光量子随机源。利用衰减成单光子态的光强恒定光源和一个单 光子探测器产生单光子随机脉冲,通过连续比较单光子随机脉冲序列中相邻两个脉冲的时间间隔来提取随机位。 通过设计高速响应的微通道板单光子探测器和基于现场可编程门阵列(FPGA)的随机位提取电路,获得了超过 10 M bit/s的随机位产生速率。通过采用恒比定时和对计数时钟倍频的方法提高时间间隔的测量精度,从而减小 随机位序列的相关系数。当光量子随机源的随机位产生速率在 10 k bit/s 以下时,所获得的二进制随机位序列的 相关系数小于 0.001。运用随机性测试程序 ENT 和 DIEHARD 对所获的随机位序列进行测试,测试结果表明序列 的随机性非常好且不需要后续处理,完全满足真随机数的标准。

关键词 量子光学;光量子随机源;单光子探测;微通道板;随机数检测 中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0327001

Optical Quantum Random Number Generator Based on the Time Randomness of Single-Photon Pulse

Yan Qiurong^{1,2} Zhao Baosheng¹ Liu Yong'an¹ Sheng Lizhi^{1,2}

¹ State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi' an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

² Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract An optical quantum random number generator based on the time randomness of single-photon pulse is proposed. A constant-intensity light source attenuating into single-photon state and a single photon detector are used to generate single-photon random pulses. The random bits are extracted by continuously comparing the time intervals between two adjacent pulses in the single-photon random pulses sequence. A random number generation rate of more than 10 M bit/s is obtained by designing high-speed single-photon detector based on micro-channel plate and field programmable gate arry (FPGA) based random bit extraction circuit. In order to reduce the correlation coefficient of random bit sequence, measurement accuracy of the time interval is improved by using a constant fraction discriminator and a frequency-multiplied counting clock. Correlation coefficient of the random bit sequence is less than 0.001, when the random bit generation rate is less than 10 k bit/s. The random bit sequences are tested by random number test program ENT and DIEHARD. The test results show that random bit sequences have good randomness, do not require post-processing and fully meet the standards of true random numbers.

Key words quantum optics; optical quantum random number generator; single-photon detection; micro-channel plate; randomness test

OCIS codes 270.5568; 270.5290; 040.5250; 040.5570

引 言 随机数在信息安全、加密技术、统计分析和数值

1

模拟等方面有着重要的应用。随机数的产生方法主要有两种:1)通过一套确定的算法和选择一些被叫

收稿日期: 2011-09-13; 收到修改稿日期: 2011-11-10

基金项目:国家自然科学基金(61007017)资助课题。

作者简介:鄢秋荣(1982—),男,博士研究生,助理研究员,主要从事单光子成像方面的研究。E-mail: yanqiurong@opt.ac.cn 导师简介:赵宝升(1959—),男,研究员,博士生导师,主要从事光电子领域方面的研究。E-mail: bszhao123@opt.ac.cn

做"种子"的起始参数来产生的随机数。这种方式产 生的随机数完全由算法和种子决定,因此所产生的 随机数不是真正随机数,又叫伪随机数。虽然伪随 机数具有非常高的产生速率,但应用范围受到限制。 如量子保密通信中,为防止编码信息被窃听者破解, 需要不可预测的真随机数。2)从非决定性的物理过 程中来提取随机位,如电阻中的约翰逊噪声[1]、激光 的相位噪声[2] 等,一般认为这些利用非决定性物理 过程产生的随机数为真随机数,但不同程度地存在 随机数产生速率低、系统复杂或偏差大需要后处理 等缺点。近年来,利用光量子过程中内在随机性产 生随机数的光量子随机源成为研究热点。多数文献 报道的光量子随机源利用光子通过光学分束器的空 间随机性来产生随机数^[3~6]。如通过透射率和反射 率各为50%的光学分束器将入射光子分成两路[7], 或通过偏振分束器将 45°偏振的线偏振光子分成垂 直偏振和水平偏振两路^[8],然后利用两个探测器分 别接收两路的光子。由于一个光子只能随机地走一 条路径,从而产生随机数。由于光子经过两条不同 的路径,两个单光子探测器的探测效率存在差异以 及无法实现精确的 50:50 的分束, 随机数中"1"和 "0"出现的概率将出现偏差。廖静等^[7]利用 Huffman 编码的方法对获得的随机位序列进行后 处理改善偏差。Ma 等^[9]利用下参量转换后的纠缠 光子对经过 50%的光学分束器来产生随机数,解决 两个单光子探测器量子效率不同导致的偏差。部分 文献报道的光量子随机源利用极微弱光中光子通过 一个单光子探测器的时间随机性来产生随机位。如 利用相邻单光子脉冲时间间隔大小的随机性来产生 随机位[10,11],或利用等时间间隔内单光子脉冲数奇 偶性来产生的随机位[12],或利用高重复频率激光脉 冲周期内探测到的光子数来产生随机位[13,14]。无 论是利用光子到达的空间随机性还是时间随机性,光 量子随机源都是利用探测器输出的单光子脉冲来产 生随机位,因此随机位的产生速率主要受单光子探测器响应速度和随机位提取速度的限制。目前文献报 道的光量子随机源多采用死时间为50~1000 ns,工 作在盖革模式的雪崩光电二极管(APD)为单光子探 测器。Furst等^[11]利用死时间为几个纳秒的光电倍 增管(PMT)获得了50 M bit/s 随机位产生速率。

提出了一种基于单光子脉冲时间随机性的光量 子随机源。利用衰减成单光子态的光强恒定光源和 一个微通道板(MCP)单光子探测器产生单光子随 机脉冲,通过连续测量和比较单光子随机脉冲序列 中相邻两个脉冲的时间间隔来产生随机位。通过设 计高速响应的微通道板单光子探测器和基于现场可 编程门阵列(FPGA)的随机位提取电路来提高随机 位的产生速率,通过采用恒比定时和对计数时钟倍 频的方法提高时间间隔的测量精度,减小随机位序 列的相关系数。

2 原理及实现

提出的光量子随机源的原理为:利用衰减成单 光子态的光强恒定光源和一个快速的单光子探测器 来产生单光子随机脉冲,通过连续比较单光子随机 脉冲序列中相邻两个脉冲的时间间隔 $(t_1, t_2, t_3, \cdots,$ t_n, t_{n+1}, \dots) 来产生随机位, 如果 $t_n > t_{n+1}$, 则产生随 机位"1",如果 $t_n < t_{n+1}$ 则产生随机位"0"。光强恒定 光场中,光电子发射服从泊松分布,产生的单光子脉 冲在时间上是随机的,相邻两个脉冲的时间间隔也 是随机且相互独立,因此产生的随机位是"1"还是 "0"是随机的。由于对称性, $t_n > t_{n+1}$ 和 $t_n < t_{n+1}$ 概率 相等,随机位的输出"1"和"0"的概率也相等。通过 连续比较相邻的时间间隔,每个单光子事件能产生 1个随机位。所设计的基于单光子脉冲时间随机性 的量子随机源如图1所示,由单光子随机脉冲源、基 于 FPGA 的随机位的提取电路、晶振时钟、USB2.0 接口和计算机组成。单光子随机脉冲源产生高精



图 1 基于单光子脉冲时间随机性光量子随机源的结构示意图

Fig. 1 Sketch of optical quantum random number generator based on the time randomness of single-photon pulse

度和高计数率的单光子到达定时脉冲信号,基于 FPGA的随机位提取电路接收单光子到达定时脉冲 信号和时钟信号后,进行随机位的提取并将提取的 随机位通过 USB2.0 接口送至计算机。

2.1 单光子随机脉冲源

单光子随机脉冲源如图 2 所示,由单光子源、单 光子探测器、前置放大器和恒比定时器(CFD)组成。 用汞灯、多块衰减片、253.7 nm 滤光片和光阑搭建 成紫外辐射单光子源。通过衰减片的数量和光阑来 调节入射光子流强度,保证探测器工作在光子计数 模式和不同的计数率下。为获得高速的随机数产生 率,采用自主研制的高时间分辨 MCP 单光子探测 器代替死时间为 50~100 ns 的雪崩光电二级管 (APD)。MCP 单光子探测器^[15~18]由 MgF₂ 输入 窗、CsI 光电阴极、级联 MCP 和阳极组成。入射的 光子穿过入射窗,到达光电阴极。光电阴极以一定的 量子效率发射光电子。光电子经过级联的微通道板 10⁵~10⁷倍增后,形成电荷云团。电荷云团经过电场 加速后,被阳极收集后,输出电流脉冲。MCP 的倍增 通道非常短,与具有多个打拿极的 PMT 相比,阴极与 阳极间的距离更小,因此渡越时间弥散也更低,死时 间可以低至百皮秒量级。因此具有非常高的随机数 产生速率。缺点是 MCP 探测器属于电真空器件,量 子效率主要取决 CsI 光电阴极,比较低,在 253.7 nm 波段约为 20%,而雪崩光电二极管量子效率可达 80%。因此平均每个光子产生的随机位的效率比雪 崩光电二极管低。但随机数的产生速率主要取决于 探测器输出的脉冲速率,而探测器输出的脉冲速率主 要取决于探测器的死时间。因此可用通过提高探测 器输入的光强来提高随机数的产生速率。为保证探 测器输出离散脉冲序列中极大多数为单光子脉冲,单 光子源应弱到这样一个状态,即在探测器的死时间 内,MCP输入面产生两个以上光电子发射的概率非 常小,忽略少量的多光子堆积脉冲和噪声脉冲,每个 脉冲可以认为代表探测到一个光子。为减小探测器 的响应时间,从而提高随机数的产生速率,探测器的 阳极采用厚度和宽度专门设计的延迟线阳极[19],以 减小探测器 MCP 输出面与阳极间电容对探测器响 应时间的影响。图3(a)为探测器输出的单光子脉



图 2 单光子脉冲随机源的结构示意图

Fig. 2 Sketch of single-photon random pulses generator



图 3 (a)探测器输出信号; (b)前置放大器输出信号; (c) CFD 输出信号

Fig. 3 (a) Signal output from the detector; (b) signal output from the preamplifier; (c) signal output from the CFD

冲信号,脉冲半高宽为2 ns。为对探测器的输出信号进行放大而不明显降低时间分辨,前置放大器采用高速的电流灵敏前置放大器,如图 3(b)所示,前置放大器输出信号的半高宽为5 ns。为减小探测器输出电子脉冲幅度抖动引起的定时误差,从而提高时间间隔测量的精度,采用 CFD 代替阈值鉴别器来提取光子到达定时信号。CFD 选择在与脉冲幅度比值恒定处作为定时点,具有皮秒级的定时精度。从图 3(c)中可以看出 CFD 的输出信号半高宽为4 ns。因此整个单光子脉冲随机源的死时间为5 ns。

2.2 基于 FPGA 的随机位提取电路

基于 FPGA 的随机位提取电路的原理如图 4 所示,包括倍频器,时序控制器、32 位的计数器, 4096 bit×32 bit 的先进先出(FIFO)存储器、寄存器 1、寄存器 2、比较器、移位寄存器及 USB2.0 通信控 制模块。电路工作的时序如图 5 所示,由 CFD 输出 的单光子到达定时信号和外部时钟信号,输入 FPGA 随机位提取电路。FPGA 内部的计数器对倍 频后的外部时钟信号进行计数,时序控制器在收到 一个单光子定时脉冲上升沿时,把计数器中当前的 计数值存入 FIFO 存储器中,并同时对计数器进行 复位为零,重新开始对倍频后的时钟信号上升沿计 数,直到下一个单光子定时脉冲到达。计数值是相 邻两个单光子到达定时信号间隔内倍频后时钟信号 的周期数,代表了相邻两个单光子脉冲的时间间隔, 计数时钟频率越高,时间间隔测量的精度就越高。 相邻两个单光子定时脉冲的时间间隔(t1,t2,t3,…, t_{n}, t_{n+1}, \dots) 被连续存入 FIFO 存储器后, 在时序控制 器的控制下,寄存器1和寄存器2分别读取 t_{n+1}和 t_n。比较器比较寄存器1和寄存器2中的值,若寄存 器1中的值大于寄存器2的值,则比较器输出"1", 并给出输出有效信号。若寄存器1中的值小于寄存 器2的值,比较器输出"0",并给出输出有效信号。 通过时钟计数的方法把相邻单光子到达定时信号间 的时间隔离散为整数表示,由于精度的限制,存在所 测的相邻时间间隔相等的情况,为了保证所产生随 机位的"1"和"0"的概率相等,在设计中,若寄存器1 中的值等于寄存器2中的值时比较器输出无效信号, 不产生随机位,只有在比较器输出有效时,比较器输 出的"1"和"0"才进入移位寄存器进行串并转换,然后 通过 USB2.0 传送到计算机。为了对相邻两个单光 子到达定信号间的时间间隔数据进行分析,在比较 完后,寄存器2中的值t,也通过USB2.0的接口输 出到计算机。基于 FPGA 的随机位提取电路采用 Xinlinx 公司的 FPGA 芯片用内部的数字时钟管理 模块(DCM)来实现倍频,将 50 MHz 的外部晶振时 钟信号 4 倍频为 200 MHz 的时钟,主要有两个作 用:1)提高光子到达时间间隔测量的时间精度。通 过对 200 MHz 的时钟进行计数,时间间隔的测量精 度可达 5 ns,可减小由于光子到达时间间隔离散为 整数导致所产生随机位的相关性和减小所测相邻





光子到达时间间隔相等的概率,从而提高了随机位 产生的效率。2)高频的时钟作为 FPGA 内部的工 作时钟,可提高数据处理速度。由于随机位提取电 路由 FPGA 实现,单光子脉冲时间间隔的测量,时 间间隔大小的比较和随机位的输出可工作在并行方式,处理一个光子事件只需要4个时钟周期,因此基于 FPGA 的随机位提取电路的死时间为 20 ns。



图 5 基于 FPGA 的随机位提取电路的工作时序图 Fig. 5 Timing diagram of FPGA-based random bit extraction circuit

3 结果与讨论

由于光电子发射是泊松过程,各时刻产生的光电 子是相互独立的,在一个光电子发射后的时间间隔 *t* 内,再探测到 *n* 个光电子发射的几率分布 *P*(*n*,*t*) 为^[20]

$$P(n,t) = \frac{W^n}{n!} e^{-W}, \qquad (1)$$

式中 $W = \eta kt$ 为时间间隔t内产生的平均光电子数, η 为光电转换的量子效率,k为单位时间内的光子数, 实验中采集 2万个单光子事件,平均计数率为 12.5111 count/s。通过对 1 s内探测到的光子事件数进行统计,统计结果如图 6 所示服从泊松分布,验证了(1)式。







根据(1)式,相邻两个光电子发射的时间间隔概 率密度分布可以表示为

$$P(t) = \eta k \exp(-\eta kt), \qquad (2)$$

在平均计数率为 1.1482 k count/s 时,通过对测量 出的相邻单光子脉冲的时间间隔数据进行统计,其 分布如图 7 所示为指数分布,与(2)式吻合,验证了 单光子脉冲随机源中光电子发射的泊松过程及其随 机性。



图 7 相邻单光子脉冲的时间间隔统计分布图 Fig. 7 Statistical distribution of the time interval of two adjacent single-photon pulses

根据(2)式,相邻光电子发射时间间隔小于死时间 t_d 的概率可以表示为

$$P(t_{d}) = \int_{0}^{t_{d}} \eta k \exp(-\eta kt) dt = 1 - \exp(-\eta kt_{d}),$$

由于所设计光量子随机源中单光子随机脉冲源的死 时间为5 ns,基于 FPGA 的随机位提取电路的死时 间 t_a 为 20 ns,因此整个光量子随机源的死时间由 基于 FPGA 的随机位提取电路决定,因此根据每个 单光子脉冲能产生1个随机位,理论上随机位的产 生速率可达到 50 M bit/s。实验中调节入射光子流 强度,使光量子随机源以不同的速率产生随机位,获 得的最大随机位产生速率超过 10 M bit/s。根据 (3)式,所设计光量子随机源工作的平均计数率越 高,相邻光电子发射时间间隔小于死时间的概率越 大。例如所设计光量子随机源工作在平均计数率为 10 M count/s时,两个光子事件时间间隔小于死时 间 20 ns 的概率为 0.1813。由于相邻光电子发射时 间间隔小于死时间时,不能产生随机位,因此光量子 随机源随机位产生速率越高,但随机位产生的效率 越低。实验结果还表明平均计数率越高,所获得的 随机位系列的相关系数越大,这主要是由于平均计 数率越高时,相邻两单光子脉冲的平均时间间隔就越 小,时间间隔的测量相对低计数率时更不精确。基于 FPGA的随机位提取电路的时间测量精度为5 ns,当 光量子随机源的随机位产生速率在 10 k bit/s 以下 时,所获得的二进制随机位序列的相关系数小于 0.001。

为了检测光量子随机源产生二进制随机位序列 的随机性,采用当今国际上标准的随机数检测程序 ENT^[21]和 DIEHARD^[22]。其中 ENT 检验为国际 上通用的随机数检测程序,利用 ENT 可计算出随 机数熵(Entropy), χ^2 检测(Chi square test),算术 平均值(Arithmetic mean),Monte Carlo 方法求 J, 序列相关系数(Serial correlation coefficient)。图 8 是在平均随机位产生速率为 11.482 k bit/s 下获得 的位长为 953216 的一个随机序列的 ENT 测试结 果,该序列熵值为 1.000000 /bit,数学平均值为 0.4999,序列相关系数为 0.000976,因此产生的序 列是一个随机性非常好的随机序列。





DIEHARD 是一个被认为较严格的随机性测试 软件包,包括 15 项测试,这 15 项测试将输出 20 个 P值,根据软件包的说明,对于所有项的测试,如果 产生的 p 值在 0.01~0.99 之间,则认为该序列具有 非常好的随机性。利用 DIEHARD 对在平均随机 位产生速率为 11. 3884 k bit/s 下获得长为 91573433 的随机数列的进行测试,结果如图 9 所 示,20 个 *p* 值均在 0.01~0.99 区间中,表明序列通 过了所有项的随机性测试。



图 9 随机位序列的 DIEHARD 测试结果 Fig. 9 DIEHARD test results of a random bit sequence

4 结 论

设计了一种基于单光子脉冲时间随机性的光量 子随机源。利用衰减成单光子态的光强恒定光源和 一个单光子探测器产生单光子随机脉冲,通过连续 比较单光子随机脉冲序列中相邻两个脉冲的时间间 隔来产生随机位。通过设计高速响应的微通道板单 光子探测器和基于 FPGA 的随机位提取电路来提 高随机位的产生速率,获得了超过 10 M bit/s 的随 机位产生速率。通过采用恒比定时和对计数时钟倍 频的方法提高时间间隔的测量精度,减小二进制随 机位序列的相关系数。当光量子随机源的随机位产 生速率在 10 k bit/s 以下时,所获得的二进制随机 位序列的相关系数小于 0.001。运用国际通用随机 性测试软件 ENT 和 DIEHARD 对所获的二进制随 机序列进行测试,测试结果表明序列的随机性非常 好且不需要后续处理,完全满足真随机数的标准。

参考文献

- 1 C. Petrie, J. Connelly. A noise-based ic random number generator for applications in cryptography[J]. *IEEE Circuits-I*, 2000, 47(5): 615~621
- Reidler, Y. Aviad, M. Rosenbluh *et al.*. Ultrahigh-speed random number generation based on a chaotic semiconductor laser [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **103**(2): 024102
- 3 T. Jennewein, U. Achleitner, G. Weihs *et al.*. A fast and compact quantum random number generator [J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 2000, **71**(4): 1675~1680
- 4 A. Stefanov, N. Gisin, O. Guinnard *et al.*. Optical quantum random number generator[J]. J. Mod. Opt., 2000, **47**(4):

 $595 \sim 598$

- 5 K. Svozil. Three criteria for quantum random number generators based on beam splitters[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(5): 054306
- 6 O. Kwon, Y. W. Cho, Y. H. Kim. Quantum random number generator using photon-number path entanglement [J]. Appl. Opt., 2009, 48(9): 1774~1778
- 7 Liao Jing, Liang Chuang, Wei Yajun *et al.*. True random number generator based on photon beamsplitter[J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(3): 476~472

廖 静,梁 创,魏亚军等.基于光量子的真随机源[J]. 物理 学报,2001,50(3):467~472

8 Feng Mingming, Qin Xiaolin, Zhou Chunyuan *et al.*. Quantum random number generator based on polarization[J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(1): 72~76

冯明明,秦小林,周春源 等 偏振光量子随机源[J]. 物理学报, 2003, **52**(1): 72~76

- 9 H. Q. Ma, S. M. Wang, D. Zhang *et al.*. A random number generator based on quantum entangled photon pairs [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2004, **21**(10): 1961~1964
- 10 Michael A. Wayne, Paul G. Kwiat. Low-bias high-speed quantum random number generator via shaped optical pulses[J]. Opt. Express, 2010, 18(9): 9351~9357
- 11 M. Stipčevića, B. Medved. Quantum random number generator based on photonic emission in semiconductors [J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 2007, **78**(4): 045104
- 12 M. Fürst, H. Weier, S. Nauerth *et al.*. High speed optical quantum random number generation [J]. Opt. Express, 2010, 18(12): 13029~13037
- 13 W. Wei, H. Guo. Bias-free true random-number generator[J]. Opt. Lett., 2009, 34(12): 1876~1878
- 14 M. Ren, E. Wu, Y. Liang *et al.*. Quantum random-number generator based on a photon-number-resolving detector [J]. *Phys. Rev. A*, 2011, 83(12): 023820
- 15 Zhu Xiangping, Zhao Baosheng, Liu Yongan et al.. Experimental study on 30.4 nm extreme ultraviolet imaging detector[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(10): 1925~1929 朱香平,赵宝升,刘永安等. 30.4 nm 极紫外成像探测器的实 验研究[J]. 光学学报, 2008, 28(10): 1925~1929

16 Zhao Feifei, Zhao Baosheng, Zhang Xinghua et al.. Properties of germanium thin film and its application in photon counting imaging system [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29 (11): 3236~3240

赵菲菲,赵宝升,张兴华等.Ge薄膜特性及其在光子计数成像 系统中的应用[J].光学学报,2009,**29**(11):3236~3240

17 Cao Genrui, Yu Xin, Hu Xinqi. Photon counting image acquisition technique and its applications [J]. Acta Optica Sinica, 1996, 16(2): 167~172 曹根瑞, 俞 信, 胡新奇. 光子计数成像技术及其应用[J]. 光

盲 സ എ, 前 后, 明 初 可, 九 J H 奴 成 隊 12 小 及 兵 应 用 L J J. 九 学学报, 1996, **16**(2): 167~172

18 Zhao Feifei, Zhao Baosheng, Sai Xiaofeng et al.. Influence of

annealing on performances of Ge film and photon counting image system[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2010, **8**(4): 361~364

- 19 A. Czasch, J. Milnes, N. Hay *et al.*. Position- and timesensitive single photon detector with delay-line readout [J]. *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A*, 2007, 580 (2): 1066~1070
- 20 L. Mande. Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence[J]. Opt. Lett., 1979, 4(7): 205~207
- 21 J. Walker. A Pseudorandom Number Sequence Test Program. http://www.fourmilab.ch/random,2008
- 22 G. Marsaglia, Windows Software, http://stat.fsu.edu/pub/ diehard, 1995

栏目编辑:李文喆