

基于 L_1 范数的微分相位衬度 CT 稀疏角度重建算法

李 镜 孙 怡

(大连理工大学信息与通信学院, 辽宁 大连 116024)

摘要 微分相位衬度成像及其计算层析(CT)技术是近年出现的无损检测新方法。但是,相位衬度 CT 往往需要对样品进行多次扫描,这必将导致非常长的辐射时间和巨大的辐射剂量。稀疏角度重建在降低辐射剂量方面有着非常明显的优势,因此,研究针对相位衬度 CT 的稀疏角度重建算法就显得尤为重要。在分析了相位衬度 CT 的特点之后,将压缩感知理论引入相位衬度 CT 重建中,并在该理论框架下将 L_1 约束融入代数迭代重建(ART)算法中,提出了一种微分相位衬度 CT 重建算法。数值模拟和实际实验表明,该方法可以根据少量投影数据给出较好的重建结果。

关键词 成像系统;图像重建; L_1 范数;微分相位衬度计算层析;压缩感知

中图分类号 O434.19 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0311002

L_1 -Norm-Based Differential Phase-Contrast Computerized Tomography Reconstruction Algorithm with Sparse Angular Resolution

Li Jing Sun Yi

(School of Information and Communication Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract Differential phase contrast computerized tomography (DPC-CT) is a novel X-ray inspection method. However, DPC-CT usually requires several sampling attempts, which will inevitably introduce unacceptable long exposure time and huge X-ray doses. Sparse angular algorithms show significant advantage in reducing the exposure time and X-ray doses. Thus, the study of sparse angular DPC-CT is particularly important. After analyzing the characteristics of the DPC-CT, we introduce the compressive sensing theory into the DPC-CT reconstruction and propose a reconstruction algorithm for DPC-CT named as ART- L_1 algorithm which fuse the L_1 constraint into the ART algorithm. The numerical simulation and experimental results show that the ART- L_1 algorithm can significantly improve the image quality of the sparse angular DPC-CT reconstructions.

Key words imaging systems; image reconstruction; L_1 norm; differential phase-contrast computerized tomography; compressive sensing

OCIS codes 110.6955; 100.3010; 100.6950; 200.3050; 340.7440

1 引 言

传统 X 射线成像技术主要依赖于 X 射线的衰减程度。然而,弱吸收物质对 X 射线的吸收不明显,进而无法提供足够清晰的图像。相位衬度成像技术使用 X 射线的折射而不是衰减做为成像信号,特别适用于弱吸收物质^[1]。目前较为成熟的 X 射线相衬成像方法主要包括干涉仪成像法^[2]、类同轴成像法^[3,4]、衍射增强成像法(DEI)^[5]和光栅成像

法^[6~12]。前三种方法主要依赖同步辐射源或微焦点 X 射线源,很难用于工业无损检测与临床医学诊断。光栅成像法最初也是在 X 射线同步辐射源上实现的^[6~8]。近几年,很多学者成功利用常规 X 射线源实现了相位衬度成像^[9~12]。DEI 和光栅成像方法均可获得 X 射线的折射角,进而实现微分相位衬度 CT(DPC-CT),但光栅成像法摆脱了对相干光源的依赖,显示了巨大的应用潜力。

收稿日期: 2011-08-31; 收到修改稿日期: 2011-10-09

基金项目: 国家自然科学基金(61071210)资助课题。

作者简介: 李 镜(1982—),男,博士研究生,主要从事计算层析算法和图像处理方面的研究。

E-mail: dlutburnsky@yahoo.cn

导师简介: 孙 怡(1964—),女,博士,教授,主要从事光电信息检测、图像处理与模式识别等方面的研究。

E-mail: lslwf@dlut.edu.cn(通信联系人)

DEI 和光栅成像方法虽能获得 X 射线的折射角,但不能直接获取物体的内部结构。DPC-CT 的目标就是通过折射角恢复出物体的内部结构,但是无论是 DEI 还是光栅成像法均需要对物体进行多次扫描,这必将导致极大的辐射剂量与过长的辐射时间。因此研究稀疏角度下的重建算法对 DPC-CT 有着重要意义。目前,DPC-CT 重建算法大致可分为两大类:第一类算法主张恢复出物体的相位项 $\delta^{[13\sim 17]}$;第二类算法主张恢复出相位项梯度 $\nabla\delta^{[18,19]}$ 。Wang 等^[18]和张凯等^[19]将经典的代数迭代法重建技术(ART)算法用于相位项梯度 $\nabla\delta$ 重建,并初步解决了稀疏角度重建问题。

在稀疏角度条件下,观测数据个数往往远小于像素个数。求解该问题等价于求解一个欠定的线性方程组。满足该方程组的解有无穷多个,而待重建图像只是这些解中的一个。ART 算法^[20]虽可得到这个方程组的解,但不能保证这个解就是待重建图像^[21]。相位项梯度 $\nabla\delta$ 代表图像的边沿,通常具有良好的稀疏性。压缩感知(CS)理论指出稀疏信号的重构问题可由最小化 L_0 范数解决^[22],但最小化 L_0 范数是一个 NP-hard 问题,需要通过穷举法解决,计算难度过大。有鉴于此,研究人员提出了许多求得次优解的算法,主要包括匹配追踪(MP)系列算法^[23,24]、最小 L_1 范数系列算法^[25,26]等。这

些算法在求解 CS 类问题时具有通用性,但在求解某个具体问题时未必是最佳的。就 DPC-CT 而言,它的观测矩阵具有高维数、高稀疏性和近似正交性等特点,而上述算法并未考虑到这些问题。相比之下,ART 算法正是基于上述特点而提出的。因此,本文将 ART 算法融于 CS 理论框架之中,设计了适用于 DPC-CT 的求解方法,即 ART- L_1 算法。数值模拟和实际实验表明,ART- L_1 算法可以给出较为满意的重建结果。

2 DPC-CT 数学模型

物体对 X 射线的折射和吸收可由复合折射率 $n = 1 - \delta + i\beta$ 来描述,其中 δ 为相位项, β 为吸收项。X 射线的折射角与相位项梯度 $\nabla\delta$ 的关系可归结为^[18,19]

$$\begin{aligned} \theta \sin \phi &= \int \frac{\partial \delta(x, y)}{\partial x} dl, \\ \theta \cos \phi &= \int \frac{\partial \delta(x, y)}{\partial y} dl, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 θ 为 X 射线的折射角,可由 DEI 和光栅成像法得到; $\delta(x, y)$ 为物体相位项在二维平面 x - y 上的分布函数; l 为射线的传播路径; ϕ 为 X 射线与坐标系 x 轴正向的夹角,如图 1(a)所示。相位项梯度 $\nabla\delta$ 重建正是以(1)式为基础的。

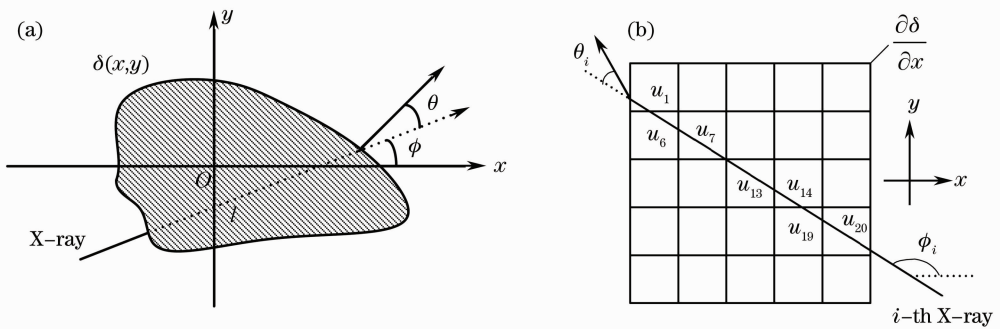


图 1 物体对 X 射线折射示意图

Fig. 1 Sketch of the refraction of X-ray by an object

如果将相位项水平方向的梯度 $\partial\delta/\partial x$ 作为待重建图像 u ,将 $\theta \sin \phi$ 作为测量值,在离散化条件下,如图 1(b)所示,第 i 条射线穿过物体后的折射角 θ_i 满足

$$\theta_i \sin \phi_i = \sum_j r_{ij} u_j, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (2)$$

(2)式中 ϕ_i 为射线与坐标系中 x 轴的夹角; u_j 为待重建图像的第 j 个像素; I 为射线总个数; J 为像素值总个数; r_{ij} 表示像素 j 对射线 i 的权值贡献,其定义为

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{when the } i\text{-th ray goes through the } j\text{-th pixel} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

(2)式可用矩阵形式表示为

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}\mathbf{u}, \quad (4)$$

式中 $\mathbf{p} = [\theta_1 \sin \phi_1 \quad \theta_2 \sin \phi_2 \quad \cdots \quad \theta_I \sin \phi_I]^T$ 为观测数据向量; $\mathbf{u} = [u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_J]^T$ 为图像数据矢量; \mathbf{R} 为系统矩阵, 定义如下^[20]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1J} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2J} \\ & \cdots & \cdots & \\ r_{I1} & r_{I2} & \cdots & r_{IJ} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

在实际运用中, 由于测量误差和噪声往往是不可避免的, 在考虑测量和噪声误差的情况下, (4) 式可改写为

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}\mathbf{u} + \mathbf{e}, \quad (6)$$

式中 \mathbf{e} 为未知误差向量。因此, 相位衬度 CT 重建问题可归结为如何在噪声 \mathbf{e} 未知的条件下从观测数据 \mathbf{p} 来重建图像矢量 \mathbf{u} 。

3 重建算法

将 $\partial\delta/\partial x$ 作为待重建图像, 考虑到 $\partial\delta/\partial x$ 表示图像的边沿, 它本身就具有良好的稀疏性。匹配追踪系列^[23,24]算法和最小 L_1 范数系列算法都是重构稀疏信号的常见算法。匹配追踪系列算法首先通过从测量矩阵 \mathbf{R} 中选择与观测信号最接近的列来逼近观测信号 \mathbf{p} 并求出残差, 然后从测量矩阵 \mathbf{R} 中继续选择与残差最为接近的列来消除残差。该类算法可以极大的概率重构稀疏信号 \mathbf{u} 中的非零元。最小 L_1 范数系列算法首先将上述问题转化为如下所示的凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \quad & \|\mathbf{u}\|_1 \\ \text{such that} \quad & \mathbf{R}\mathbf{u} = \mathbf{p}, \end{aligned} \quad (7)$$

再通过约束优化算法如内点法^[25]、梯度投影法^[26]等求解。但这些方法往往需要对矩阵 $\mathbf{R}^T\mathbf{R}$ 进行求逆运算。为了获得高质量的图像, 观测矩阵 \mathbf{R} 的维数往往选得较高, 这使得矩阵 $\mathbf{R}^T\mathbf{R}$ 的求逆变得非常困难。下面以经典的正交匹配追踪 (OMP) 算法为例来说明这个问题。OMP 算法的求解流程可简要描述如下^[23]:

1) 初始化残差 $\mathbf{r} = \mathbf{p}$ 、迭代次序 $k=0$ 、支持集 Λ 为空集;

2) 计算残差 \mathbf{r} 与系统矩阵 \mathbf{R} 各列的相关系数, 并找出相关系数最大的列对应的列标 i_k ;

3) 首先将列标 i_k 存入支持集中 $\Lambda = \Lambda \cup \{i_k\}$, 再将系统矩阵 \mathbf{R} 中列标不属于支持集 Λ 的元素置为零得到 \mathbf{R}_Λ , 最后在新的观测矩阵 \mathbf{R}_Λ 上根据 (8) 式

估计出最小二乘解 \mathbf{u}_t :

$$\mathbf{u}_t = \arg \min \|\mathbf{p} - \mathbf{R}_\Lambda \mathbf{u}_t\|_2^2 \Rightarrow \mathbf{u}_t = (\mathbf{R}_\Lambda^T \mathbf{R}_\Lambda)^{-1} \mathbf{R}_\Lambda^T \mathbf{p}; \quad (8)$$

4) 更新残差 $\mathbf{r} = \mathbf{p} - \mathbf{R}_\Lambda \mathbf{u}_t$, 迭代次序 $k = k + 1$, 继续迭代。

根据上述流程可知, OMP 算法将稀疏信号 \mathbf{u} 中的非零元一个接一个地恢复出来, 并在后续迭代的过程中不断的修正已经迭代出来的非零元, 这就要求该算法必须经过比较充分的迭代才能给出令人满意的结果。但随着迭代的进行, 支持集 Λ 中的元素越来越多, \mathbf{R}_Λ 的维数越来越大, 进而导致 (8) 式中的矩阵求逆越来越困难, 算法的执行速度也越来越慢, 甚至无法计算。除此之外, MP 类算法稳定性往往较差, 通常需要增加观测数据以保证算法的稳定性, 而这与本文的初衷是相悖的。综合考虑, MP 系列算法不宜用于求解 DPC-CT 类问题。因此, 本文考虑结合系统矩阵 \mathbf{R} 的特点, 给出一种适合的求解方法。

3.1 系统矩阵的特点

对于每条射线来说, 它只穿过很少的像素。因此, 系统矩阵 \mathbf{R} 是一个大型稀疏矩阵, 它的每一行可视为一个 $1 \times J$ 维行向量。系统矩阵 \mathbf{R} 的任意两行对应的向量的夹角 α 满足

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{R}_m \mathbf{R}_n}{|\mathbf{R}_m| |\mathbf{R}_n|}, \quad (9)$$

式中, 向量 \mathbf{R}_m 和 \mathbf{R}_n 为系统方程的第 m 和 n 行。由于任意两条射线至多只有一个公共交点, 因此向量 \mathbf{R}_m 和 \mathbf{R}_n 的元素至多只在一列上同时不为零。这导致 (9) 式的值通常是一个充分接近于 0 的数。所以, 系统方程 \mathbf{R} 的不同行之间是近似正交的。

3.2 ART- L_1 算法

ART 算法充分考虑了系统矩阵 \mathbf{R} 的稀疏性与近似正交性, 通过逐线迭代的方式避免了对大型矩阵的求逆运算^[20], 且具有稳定性好、易于并行计算等优点。本文直接在 ART 算法的基础上引入 L_1 约束, 即: 首先利用 ART 算法给出满足约束条件的某个解 \mathbf{u}^* , 然后在 \mathbf{u}^* 的某个邻域内由梯度下降法搜索出一个 L_1 范数足够小的解作为下一次迭代的初始值。综上所述, ART- L_1 算法的流程如下:

1) 初始化:

$$\mathbf{u}^0 = 0, k=1. \text{ 其中 } k \text{ 为迭代次序。}$$

2) ART 迭代:

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^{k-1},$$

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^* + \mathbf{R}_m \frac{\mathbf{p}_m - \mathbf{R}_m \mathbf{u}^*}{\mathbf{R}_m \mathbf{R}_m}, \quad m = 1, 2, \dots, I$$

其中, m 为 ART 迭代次数, 向量 \mathbf{R}_m 为系统方程的第 m 行, p_m 为向量 \mathbf{R}_m 对应的观测值, I 为观测数据总个数。

3) 由梯度下降法在 \mathbf{u}^* 的某个邻域内搜索 L_1 范数最小的解:

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^*$$

While $\|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^*\|_1 < \lambda$

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^k - \eta \frac{\partial \|\mathbf{u}\|_1}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}^k}$$

end

式中 λ 为搜索半径, η 为迭代步长。如果搜索半径 λ 选择过大, 则步骤 3) 的搜索结果 \mathbf{u}^k 有可能不满足 (7) 式中的约束条件; 反之, 则 L_1 范数对图像的约束作用很难体现出来; 当 $\lambda = 0$ 时, 该算法将退化为经典的 ART 算法。考虑到在迭代初期, 图像矢量 \mathbf{u}^* 与真实值的差距比较大, 应当给予一个比较大的搜索半径以增大 L_1 范数对图像的约束。随着迭代的进行, 图像矢量 \mathbf{u}^* 逐步逼近精确解, 此时应当减小搜索半径 λ 。换句话说, 搜索步长 λ 应当在迭代过程中自适应的调整。在迭代总次数 N 预先设定的情况下, 有

$$\lambda(k) = a(1 - k/N) \|\mathbf{u}^*\|_1, \quad (10)$$

式中 k 为迭代次序, N 为迭代总次数, $0 < a < 1$ 应当根据经验选择, 本文建议该参数取为 0.3 左右的数值。如果迭代步长 η 选择过大, 则很难搜索到令人满意的解; 反之, 则搜索过程会变的过于缓慢。在实

际应用中, 应当根据经验选择, 本文仅给出一种选择方式作为参考, 即

$$\eta = 0.005 \times \|\mathbf{u}^*\|_1 / J, \quad (11)$$

式中 $\|\mathbf{u}^*\|_1 / J$ 表示图像矢量 \mathbf{u}^* 所有像素绝对值的平均值。

4) 判断是否满足终止条件:

将终止条件设定为迭代次序 k 不小于预先设定的迭代总次数 N 。如果 $k \geq N$, 则输出 \mathbf{u}^k 作为最终结果; 否则, 令 $\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^k, k = k + 1$ 并启动下一轮迭代。下面通过两组仿真实验和一组实际实验来验证上述算法的有效性与稳定性。

4 仿真实验与结果分析

选用 256 pixel \times 256 pixel 的 Shepp-Logan 模型模拟一个边长为 8 mm 的正方形纯相位物体 $\delta(x, y)$, 如图 2(a) 所示; 再采用

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

所示的 Sobel 算子与 Shepp-Logan 模型进行卷积运算得到相位项水平方向的梯度 $\partial\delta/\partial x$, 并将其作为待重建图像, 如图 2(b) 所示。待重建图像的绝对值 $|\partial\delta/\partial x|$, 如图 2(c) 所示; 其中非零元个数为 4659, 约为像素总个数的 7%。

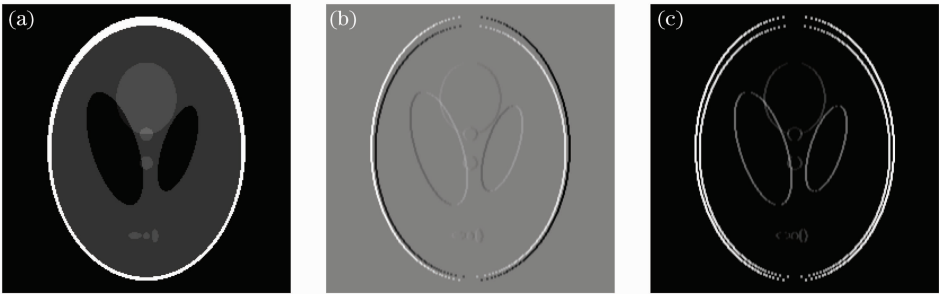


图 2 (a) Shepp-Logan 模型; (b) 待重建图像 $\partial\delta/\partial x$; (c) 待重建图像绝对值 $|\partial\delta/\partial x|$

Fig. 2 (a) Shepp-Logan phantom; (b) original image $\partial\delta/\partial x$; (c) absolute value of original image $|\partial\delta/\partial x|$

4.1 重建结果

第一组实验是在理想条件下进行的, 即不考虑任何误差和噪声。在采样过程中, 待重建物体以 6° 为间隔旋转 30 次。在得到观测数据之后, 分别采用 ART 算法、OMP 算法和本文提出的 ART- L_1 算法进行重建。其中 ART 算法和 ART- L_1 算法的迭代次数均为 50, (10) 式中的参数 a 选为 0.3。OMP 算法迭代次数 1800。重建结果的绝对值 $|\partial\delta/\partial x|$ 如

图 3 所示。

第二组实验实在噪声条件下进行的。本实验假定噪声是服从高斯分布的; 该噪声的均值为 0, 标准差为观测值标准差的 0.2 倍。此时观测数据 \mathbf{p} 的峰值信噪比约为 14 dB。仍选用第一组实验中的参数进行重建, 重建结果的绝对值 $|\partial\delta/\partial x|$ 如图 4 所示。从图 3 和图 4 中可以看出, ART 算法和 OMP 算法的重建结果中均含有大量的伪影, 而 ART- L_1 算法

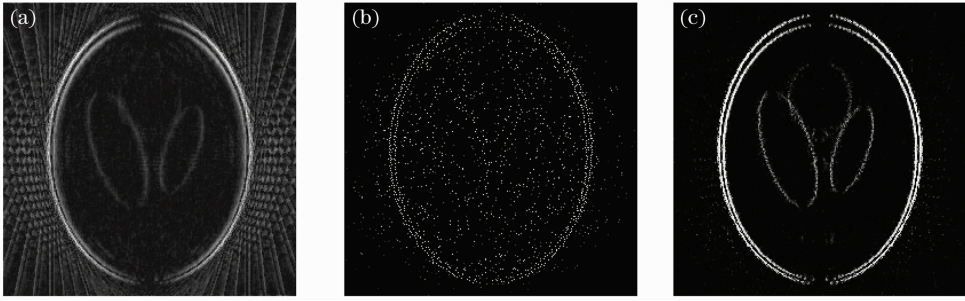


图 3 不同算法在理想条件下的重建结果。(a) ART 算法；(b) OMP 算法；(c) ART- L_1 算法

Fig. 3 Reconstructed images under ideal conditions with different algorithms. (a) ART algorithm; (b) OMP algorithm; (c) ART-L algorithm

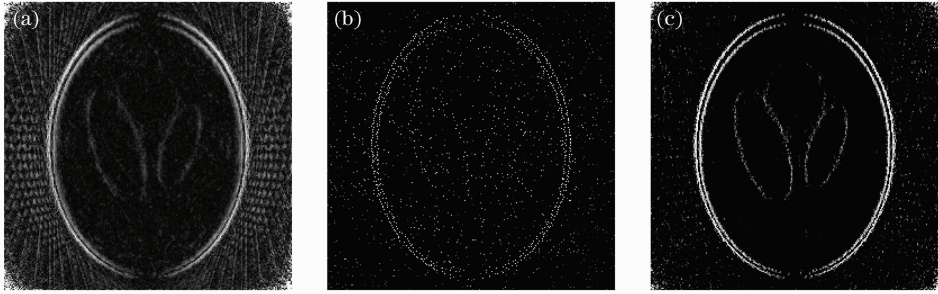


图 4 不同算法在有噪声条件下的重建结果。(a) ART 算法；(b) OMP 算法；(c) ART- L_1 算法

Fig. 4 Reconstructed images under noisy condition. (a) ART algorithm; (b) OMP algorithm; (c) ART-L algorithm

给出的结果几乎不含伪影。

4.2 结果分析与评价

为了方便地评价图像重建的质量,在均方误差(MSE)的意义下,定义以下两种评价标准:

$$E_{MS}^{\text{image}}(k) = \frac{\|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{\text{exact}}\|_2^2}{\|\mathbf{u}^{\text{exact}}\|_2^2}, \quad (13)$$

$$E_{MS}^{\text{projection}}(k) = \frac{\|\mathbf{R}\mathbf{u}^k - \mathbf{p}\|_2^2}{\|\mathbf{p}\|_2^2}, \quad (14)$$

式中 $\mathbf{u}^{\text{exact}}$ 表示真实图像向量, \mathbf{u}^k 表示第 k 次迭代后的向量, \mathbf{R} 为系统矩阵, \mathbf{p} 为观测数据向量。(13)式给出重建图像与真实值之间的均方误差,它表示重

建图像与真实值的接近程度。(14)式给出重建图像的投影与测量值之间的均方误差,它表示重建图像对方程组的满足程度。ART 算法和 ART- L_1 算法的误差曲线如图 5 所示,运行时间如表 1 所示。从图 5(a)和(b)中可以看出,ART 算法在迭代 10 次左右便可以给出满足方程组的解,但这个解与待重建图像差距比较大。相比之下,ART- L_1 算法在迭代 40 次之后可以给出满足方程组的解;但这个解,至少在均方误差的意义下,更接近于真实值。根据本文 3.1 节分析的原因可知,随着迭代的进行 OMP 算法的执行速度也越来越慢。使用的 CPU 为 Intel

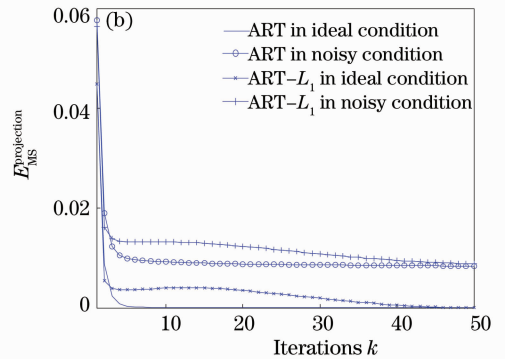
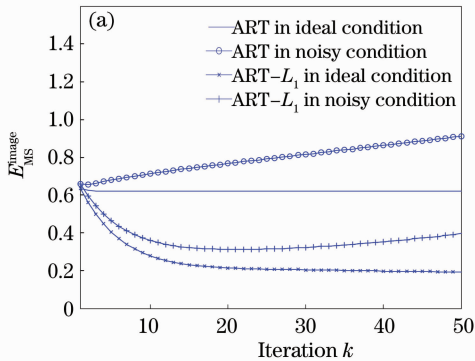


图 5 收敛性曲线示意图。(a)重建图像的均方误差曲线；(b)重建图像投影的均方误差曲线

Fig. 5 Diagram of convergence curve. (a) MSE curve of the reconstructed image; (b) MSE curve of the projection of reconstructed image

Core 2 Dual E2100,采用 Matlab 7.0 软件对 OMP 算法进行仿真。该算法迭代 500 次所需时间约为 350 s,迭代 1000 次所需时间约为 3×10^3 s,迭代 1800 次所需时间约为 2.4×10^4 s。由于迭代次数远远小于非零元的总个数 4659,所以重建效果也不

好;迭代 1800 次时,OMP 算法的重建误差如表 1 所示。从表 1 中可以看出,OMP 算法迭代时间过长,且重建误差过大。而 ART- L_1 算法的执行时间与 ART 算法相差不大,均远小于 OMP 算法,且能给出更为合理重建结果。

表 1 算法执行时间与均方误差 E_{MS}^{image} , $E_{MS}^{projection}$

Table 1 CPU times and mean squared error E_{MS}^{image} , $E_{MS}^{projection}$

		E_{MS}^{image}	$E_{MS}^{projection}$	CPU time /s
Ideal condition	ART	0.62	5.2×10^{-12}	7.5×10^3
	ART- L_1	0.19	7.2×10^{-6}	7.5×10^3
	OMP	3.82	5.5×10^{-2}	2.4×10^4
Noisy condition	ART	0.91	8.4×10^{-3}	7.5×10^3
	ART- L_1	0.40	8.8×10^{-3}	7.5×10^3
	OMP	4.21	0.12	2.4×10^4

5 实 验

实验在北京同步辐射装置 4W1A 束线站根据 DEI 成像原理完成。实验所用的两块晶体为 Si[111]晶体, X 射线能量为 10 keV,探测器像素大小为 $11 \mu\text{m}$ 。实验样品为密封在胶囊中的蜜蜂,如图 6(a)所示,其中胶囊外圈直径约为 8 mm。

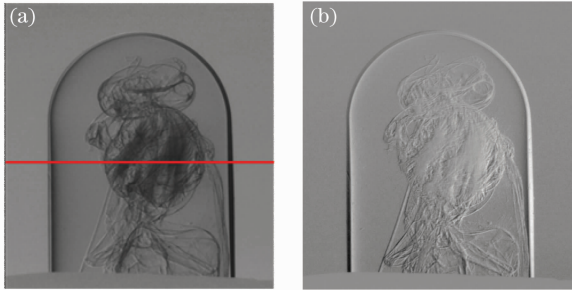


图 6 (a)蜜蜂投影图像; (b)蜜蜂折射信息图像

Fig. 6 (a) Projection of the bee phantom; (b) refraction-information projection of the bee phantom

蜜蜂样品的扫描范围为 180° ,扫描间隔为 0.5° ;利用信息分离的方法得到蜜蜂的折射信息图像,共获得 360 个折射角图像,每个投影图像的大小为 1030×1300 ,如图 6(b)所示。首先等间隔选取 40 幅折射角图像,分别使用 ART 和 ART- L_1 算法对于图 6(a)中红线所示的断层进行重建;并给出相位项水平方向导数 $\partial\delta/\partial x$ 和垂直方向导数 $\partial\delta/\partial y$ 的绝对值之和 $|\partial\delta/\partial x| + |\partial\delta/\partial y|$ 作为重建结果,它代表图像的边沿,如图 7(a)和(b)所示。为便于比较,本文给出上述两种算法在完全投影数据条件下的重建结果 $|\partial\delta/\partial x| + |\partial\delta/\partial y|$ 作为参考,如图 7(c)和(d)所示。从实验结果中可以看出,在投影角度不足时,ART 算法给出的重建结果中含有较为明显的伪影;ART- L_1 算法较好地抑制了这种伪影。当投影角度足够多时,ART 算法给出的重建图像的边沿仍较为模糊,而 ART- L_1 算法较好地给出图像的边沿。

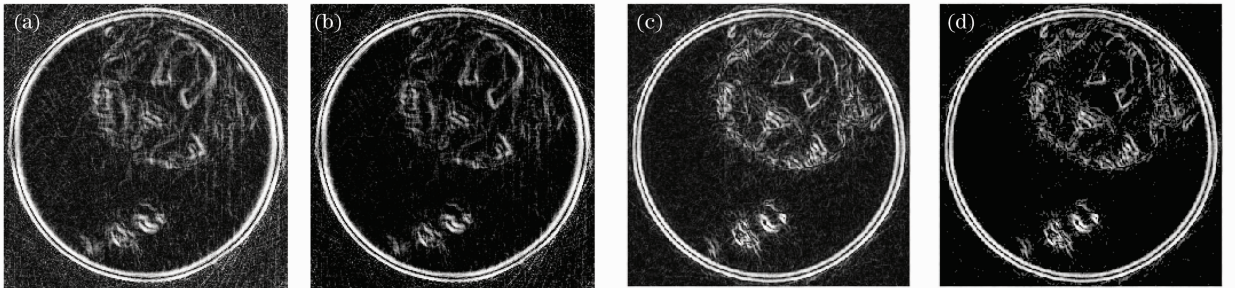


图 7 蜜蜂样品的重建断层。(a)ART 算法对部分投影数据的重建;(b) ART- L_1 算法对部分投影数据的重建;
(c)ART 算法对完全投影数据的重建;(d) ART- L_1 对完全投影数据的重建

Fig. 7 Reconstruction slice of the bee-species. (a) Reconstruction of partial projection data with ART algorithm; (b) reconstruction of partial projection data with ART- L_1 algorithm; (c) reconstruction of total projection data with ART algorithm; (d) reconstruction of total projection data with ART- L_1 algorithm

6 结 论

将 CS 理论引入 DPC-CT 重建中,并在 CS 理论框架下,在 ART 算法的基础上引入 L_1 约束,给出了适用于 DPC-CT 的重建方法,即 ART- L_1 算法。其中 ART 算法主要用于保证重建图像矢量满足观测方程; L_1 约束主要用于消除 ART 算法产生的伪影。由于 ART 算法充分考虑了观测矩阵的高维数、高稀疏性和近似正交性等特点,所以 ART- L_1 算法避免了经典压缩传感类算法在计算速度方面的缺陷。数值仿真和实验均验证了该方法的有效性。

参 考 文 献

- U. Bonse. X-ray imaging: past and present[C]. *SPIE*, 2008, **7078**: 707802
- U. Bonse, M. Kart. An X-ray interferometry with long separated interfering beam paths[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1965, **7**(4): 99~100
- A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn *et al.*. On the possibilities of X-ray phase contrast microimaging by coherent high-energy synchrotron radiation[J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 1995, **66**(12): 5486~5492
- Chen Rongchang, Xie Honglan, Du Guohao *et al.*. Experimental investigation on X-ray micro-computed tomography by phase retrieval with Born approximations[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1106~1111
陈荣昌, 谢红兰, 杜国浩等. 基于玻恩近似相位恢复的 X 射线显微 CT 实验研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1106~1111
- D. Chapman, W. Thomlinson, R. E. Johnston *et al.*. Diffraction enhanced X-ray imaging [J]. *Phys. Med. Biol.*, 1997, **42**(11): 2015~2025
- T. Weitkamp, A. Diaz, C. David *et al.*. X-ray phase imaging with a grating interferometer[J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(16): 6296~6304
- C. David, B. Nöhammer, H. Solak *et al.*. Differential X-ray phase contrast imaging using a shearing interferometer[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **81**(17): 3287~3290
- A. Momose, S. Kawamoto, I. Koyama *et al.*. Demonstration of X-ray Talbot interferometer[J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 2003, **42**(7B): L866~L868
- F. Pfeiffer, T. Weitkamp, O. Bunk *et al.*. Phase retrieval and differential phase-contrast imaging with low-brilliance X-ray sources[J]. *Nature Physics*, 2006, **2**(4): 258~261
- V. Revol, C. Kottler, R. Kaufmann *et al.*. X-ray interferometer with bent gratings: towards larger fields of view[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 2011, **648**(1): S302~S305
- Z. F. Huang, K. J. Kang, L. Zhang *et al.*. Alternative method for differential phase-contrast imaging with weakly coherent hard X-rays[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(1): 013815
- Huang Jianheng, Lin Danying, Liu Zhenwei *et al.*. Analysis and simulation of mid-energy X-ray grating phase contrast microscopy imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1034001
- 黄建衡, 林丹樱, 刘振伟等. 中能 X 射线光栅相衬显微成像分析及模拟[J]. *光学学报*, 2011, **31**(10): 1034001
- I. Jerjen, V. Revol, C. Kottler *et al.*. Phase contrast cone beam tomography with an X-ray grating interferometer [C]. International Conference on Advanced Phase Measurement Methods in Optics and Imaging, 2010, **1236**(1): 227~231
- P. Zhu, K. Zhang, Z. Wang *et al.*. Low-dose, simple, and fast grating-based X-ray phase-contrast imaging[J]. *PNAS*, 2010, **107**(31): 13576~13581
- Li Jing, Liu Wenjie, Zhu Peiping *et al.*. Reconstruction algorithm of fan-beam helical X-ray computer tomography based on grating imaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 421~427
李 镜, 刘文杰, 朱佩平等. 基于光栅相衬成像的扇束螺旋 CT 重建算法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 421~427
- G. Chen, Z. Qi. Image reconstruction for fan-beam differential phase contrast computed tomography[J]. *Phys. Med. Biol.*, 2008, **53**(4): 1015~1025
- J. Fu, P. Li, Q. L. Wang *et al.*. A reconstruction method for equidistant fan beam differential phase contrast computed tomography[J]. *Phys. Med. Biol.*, 2011, **56**(14): 4529~4538
- Wang Zhentian, Li Zhang, Huang Zhifeng *et al.*. An ART iterative reconstruction algorithm for computed tomography of diffraction enhanced imaging [J]. *Chin. Phys. C*, 2009, **33**(11): 975~980
- Zhang Kai, Zhu Peiping, Huang Wanxia *et al.*. The application of algebraic reconstruction techniques in X-ray refraction contrast CT[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(6): 3410~3418
张 凯, 朱佩平, 黄万霞等. 代数迭代重建算法在折射衬度 CT 中的应用[J]. *物理学报*, 2008, **57**(6): 3410~3418
- C. H. Atkinson, J. Soria. Algebraic reconstruction techniques for tomographic particle image velocimetry[C]. 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, Gold Coast, Queensland, Australia, 2007: 191~198
- Lu Xiaoqiang, Sun Yi. Limited angle computed tomography reconstruction algorithm based on multiplicative regularization method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1285~1290
卢孝强, 孙 怡. 基于乘性正则化的有限角度 CT 重建算法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1285~1290
- D. Donoho. Compressed sensing[J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289~1306
- J. Tropp, A. Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2007, **53**(12): 4655~4666
- D. Needell, J. Tropp. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, **26**(3): 301~321
- S. J. Kim, K. Koh, M. Lustig *et al.*. An interior-point method for large-scale L_1 regularized least squares[J]. *IEEE J. Sel. Topics Signal Processing*, 2007, **1**(4): 606~617
- M. Figueiredo, R. Nowak, S. Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems [J]. *IEEE J. Sel. Topics Signal Processing*, 2007, **1**(4): 586~597