无背景噪声时光多输人多输出系统的信道容量

王惠琴1 曹明华1 陈海燕1 胡家琪1 柯熙政2

1 兰州理工大学计算机与通信学院,甘肃 兰州 730050

(2 西安理工大学自动化与信息工程学院电子工程系,陕西西安 710048)

摘要 信道容量是通信系统能够达到的最大传输速率,是衡量通信系统通信能力的重要指标之一。在建立了光多输入多输出(MIMO)的信道模型之后,结合脉冲位置调制(PPM)分析了光 MIMO 系统的平均容量和中断容量;在 无背景辐射的条件下,分别推导出了有无衰落时光 MIMO 平均容量封闭形式的近似表达式。在相同发射功率和 传输带宽条件下,得到了光 MIMO 技术能成倍提高现有系统信道容量的结论。通过 Monte Carlo 仿真实验进一步 证明了理论的正确性。

关键词 无线光通信;多输入多输出;脉冲位置调制;信道容量

中图分类号 TN929.12 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0306003

Channel Capacity of Optical Multiple Input Multiple Output System without Background Noise

Wang Huiqin¹ Cao Minghua¹ Chen Haiyan¹ Hu Jiaqi¹ Ke Xizheng²

¹School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Jiangsu 730050, China ²School of Automation and Information, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China

Abstract Channel capacity is the maximal transmission ratio of the communication system. It is one of the important indexes to measuring system communication ability. The channel model of the optical multi-in and multi-out (MIMO) system is established, then the ergodic channel capacity and outage capacity of optical MIMO system are analyzed by combining pulse position modulation (PPM). And then, the in-closed approximate expressions of ergodic channel capacity are deduced with and without fading in the case of no background radiation, respectively. It shows that the channel capacity of optical MIMO system can be doubly raised under the condition of same sending power and bandwidth. Its feasibility is confirmed using Monte Carlo simulation experiment.

Key words wireless optical communication; multi-in and multi-out (MIMO); pulse-position modulation (PPM); channel capacity

OCIS codes 060.4510; 060.5060

言

1 引

无线光通信是以激光作为信息传输的载体,能够 实现高速率数据传输的一种新兴的无线通信方式,被 认为是解决"最后一公里"问题的最佳方案。虽然光 载波的频率很高,光通信系统的信号带宽可以超过 1 THz。但在实际使用中,由于自由空间损耗、大气 衰减、背景辐射、大气湍流和电子器件速度的限制,传 输速率常常被限制在 10 Gb/s 或者更低。针对如何 提高该系统的传输速率,人们常采用的技术主要有波 分复用(WDM)、偏振复用(PDM)、成像通信、多输入 多输出(MIMO)^[1,2]、高码率调制、更高阶的调制技 术^[3][如多进制脉冲位置调制(PPM)和多脉冲位置调 制(MPPM)等]、新的调制技术^[4~6]和更优良的信道 编码方法^[7~12][如 TURBO 码、LDPC(低密度奇偶校 验)码等]。相对于 MIMO 技术而言,其他几种技术 虽然也能提高传输速率,但它们不能有效抑制湍流效 应,更不能满足系统跟踪精度的要求。而多输入多输 出技术(MIMO)是通过同时获得发送和接收分集增

收稿日期: 2011-07-04; 收到修改稿日期: 2011-10-28

基金项目:甘肃省自然科学基金(0914ZTB097)和甘肃省高校基本科研业务费项目(1114ZTC142)资助课题。

作者简介:王惠琴(1972—),女,博士,教授,主要从事大气激光通信及光 MIMO 技术。E-mail: 15117024169@139.com

益来获得更高的频谱利用率,进而提高通信系统的信 道容量,并且不会给系统增加额外的负担。

早期有关多光束技术的研究,主要集中在克服 大气湍流效应方面。2001年,Haas等^[13]从信息论 的角度研究了无线光通信中的光 MIMO 的信道容 量,并推导出了容量的上界,但它仅适合于开关键控 (OOK)调制。Mohamed 等^[14]分析了光 MIMO 的 信道容量,并给出了容量的仿真结果,但表达式比较 复杂。Chakraborty等^[15]研究了泊松信道中光 MIMO 的信道容量,但未给出容量的具体表达式, 2008年该小组推出了收发端已知信道状态信息时 的最优平均占空比和中断概率的表达式^[16]。但以 上文献中的表达式都过于复杂,无法直接获得信道 容量的大小及其和收发天线数、发送功率、时隙数等 间的关系。为此,本文结合 PPM 调制方式研究光 MIMO 的信道容量,并给出了无背景噪声下信道容 量的封闭表达式。

2 光 MIMO 的信道模型

分析的假设条件:1)系统总功率 E_s 不变,每个 激光器上的平均功率为 E_s/M ;2)设信道为平坦慢 衰落信道,即在一个字符周期内,信道参数不变;3) 根据 Taylor 冻结湍流大气的假设,探测器间的距离 D_r 满足条件 $\sqrt{\lambda L} \leq D_r \leq L\theta$,则各接收孔径上接收 信号是相互独立的,其中 θ 是光束的发散角, λ 是采 用的光波长,L 是传输的距离;4)采用 QPPM 调制, 一个字符周期为 T_s ,被分为 Q 个时隙,时隙长度为 $T = T_s/Q$;5)假设接收端接收的光子数服从泊松计 数模型;6)设字符是等概率发送,每个字符表示lb Q 比特信息。

对一个 $M \times N(M$ 为激光器数目, N 为探测器 数目) MIMO 系统而言, 第 n 个探测器上接收到的 信号 $y^{(n)}$ 可表示为

$$y^{(n)} = rac{n_{
m s}}{M} \sum_{m=1}^{M} x^{(m)} h_{mm} + n_{
m b} n_{
m o} \,,$$
 (1)

式中 $x^{(m)}$ 表示第m个激光器上发送的信号, n_0 为噪 声向量, $x^{(m)}$ 、 $y^{(n)}$ 和 n_0 均为1×Q的行向量。 $n_s = \frac{nP_rT}{hf} = \frac{nE_s}{hf}$ 表示无衰落时,接收光子的平均计数速率,其中 η 表示量子转换效率;h表示普朗克常数;f表示光载波的频率; P_r 表示每个探测器上的平均接收功率。 n_b 表示噪声所产生的平均计数速率(其中包括暗电流),即 $n_b = \frac{nP_bT}{hf}$,其中 P_b 表示在一个探 测器上的平均噪声功率。h_{mn} = a²_{mn} 表示从第 m 个激 光器到第 n 个探测器上的光强衰减系数。当单光束 在弱湍流信道中传输时,光强的对数振幅 A 服从正 态分布,即

$$f_A(a) = \frac{1}{(2\pi\sigma_x^2)^{1/2}a} \exp\left(-\frac{\ln a - \mu_x}{2\sigma_x^2}\right), \quad a > 0$$
(2)

式中 μ_x 为均值, σ_x^2 为方差。设 $E[A^2] = 1$ 时,则 $\mu_x = -\sigma_x^2$ 。虽然单光束通过强湍流大气后,其光强闪烁服从负指数分布。但当传输距离、接收孔径和发射孔径之间满足一定条件时,随着光束数目的增加,大气闪烁也将趋于对数正态分布^[17]。然而,在对数正态分布中,可采用闪烁指数来表示衰落的大小。闪烁指数定义为

$$x_{\rm SI} = \frac{E[A^4]}{E^2[A^2]} - 1 = \exp(4\sigma_x^2) - 1$$

其典型值为

$$x_{\rm SI} \in [0.4 \sim 1.0]^{[18]}$$

采用常规描述,即"on"时隙用 1 表示,"off"时 隙用 0 表示,接收到的信号 $y^{(n)}(m=1,2)$ 就由"on" 和"off"时隙组成。设 $\lambda_{on,n}$ 为"on"时隙上的光电流, $\lambda_{off,n}$ 为"off"时隙上的光子计数。由于 n_0 是一个元 素为 1 的 1×Q 的向量,则(1)式可转化为

$$\begin{cases} \lambda_{\text{on,n}} = \frac{n_{\text{s}}}{M} \sum_{n=1}^{M} h_{nm} + n_{\text{b}} \\ \lambda_{\text{off,n}} = n_{\text{b}} \end{cases}$$
(3)

3 信道容量

采用(1)式的信道模型,根据信息论^[19],光 MIMO系统的信道容量可定义为

$$C = \max_{\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{x})} I(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y}), \qquad (4)$$

式中p(x)是矢量x的概率密度函数,I(x;y)是矢量x和y之间的互信息量,

$$I(\mathbf{x};\mathbf{y}) = H(\mathbf{y}) - H(\mathbf{y} \,|\, \mathbf{x}), \qquad (5)$$

式中 H(y) 和 H(n) 分别是接收信号矢量 y 和噪声 矢量 n_0 的熵, H(y|x) 是在给定发送信号为 x 的条 件下接收到信号为 y 的条件熵。根据 PPM 调制的特 点, 此时 H(y) 和 H(y|x) 分别为

$$H(\mathbf{y}) = \mathrm{lb} \ Q, \tag{6}$$

$$H(\mathbf{y} | \mathbf{x}) = \text{lb } Q \exp\left[-\frac{\eta E_s \sum_{m=1}^{m} \sum_{n=1}^{m} a_{nm}^2}{h f M}\right], \quad (7)$$

则(5)式变为

$$C = \text{lb } Q \left[1 - \exp\left[-\frac{\eta E_s \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} a_{nm}^2}{h f M} \right] \right]. \quad (8)$$

由(8)式可见,此时的信道容量与时隙数 Q、发送孔 径数 M、接收孔径数 N、发送功率 E_s、光电转换效率 η以及信道衰落参数 a 等有关。但在实际的无线衰 落环境中,由于多径效应和信道时变性等因素的影 响,信道的衰落系数不再是确定的,而是一个随机变 量,因而 MIMO 系统的信道容量 C 也是一个随机变 量。所以使用两种统计特性即各态历经容量和中断 概率容量来衡量 MIMO 系统的信道容量。

3.1 各态历经容量

MIMO 信道的各态历经容量 C_{avg} 是信道参数 h_{nm}的平均信道容量,其单位为(bit/s)/Hz。在各态 历经信道中,各态历经容量就是使用渐近的最优码 字能够无误的传输速率。在这个意义上,各态历经 容量是信道的 Shannon 容量。一般用它来衡量系 统整体意义上的信道容量性能,可通过对(8)式求统 计平均而得到。对于 PPM 而言,其各态历经容量 为

$$C_{\rm avg} = E_A[C], \tag{9}$$

式中 *E*_A[•]表示瞬时信道容量 C 关于信道衰落系数求平均。那么,其平均信道容量可表示为

$$C_{\text{avg}} = E_A[C] = \text{lb } Q \Big[1 - \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \int_0^\infty f_A(a_{nm}) \cdot \exp\Big(-\frac{\eta E_s a_{nm}^2}{h f M}\Big) \text{d}a_{nm} \Big].$$
(10)

由(10)式可见,此时的信道容量与时隙数 Q、 发送孔径数 M、接收孔径数 N、发送功率 E_s、光电转 换效率 η以及信道衰落参数 a 等有关。为了能更好 的说明它们之间的关系,我们分两种情况来考虑。 3.1.1 无背景辐射无衰落

当无背景辐射无衰落时, $\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} a_{mn}^2 = MN$ 。此时平均信道容量可由(8)式得到

$$C_{\rm avg} = \ln Q \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta N E_s}{hf}\right) \right], \qquad (11)$$

由此可见,平均信道容量与发送孔径数 M 无关,而 与时隙数 Q、接收孔径数 N、发送功率 E。等有关。 3.1.2 无背景辐射有衰落

当无背景辐射有衰落时,平均信道容量为(10) 式。对于对数正态衰落而言,其平均信道容量为

$$C_{\text{avg}} = E_H[C] = \text{lb } Q \Big[1 - \prod_{m=1}^{M} \prod_{n=1}^{N} \int_{0}^{\infty} \frac{1}{(2\pi\sigma_x^2)^{1/2} a_{mn}} \cdot \exp\Big(-\frac{\text{lb } a_{mn} - \mu_x}{2\sigma_x^2}\Big) \exp\Big(-\frac{\eta E_s a_{mn}^2}{h f M}\Big) da_{mn} \Big].$$
(12)

依据光束的不相干传输条件 $\sqrt{\lambda Z} \leq D_r \leq Z\theta$ 。 当 $\lambda = 1550 \text{ nm}, L = 1 \text{ km} \text{ 时}, \text{则} d = 4 \text{ cm}$ 。也就说 只要探测器间的距离 $r \geq 4 \text{ cm}$ 就可实现不相干传 输。由于探测器间的距离仅相隔几十厘米,可认为 其衰减系数近似相等,则平均信道容量(12)式变为

$$C_{\text{avg}} = \text{lb } Q \Big\{ 1 - \left[\int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta E_{s} a^{2}}{h f M}\right) \cdot \frac{1}{(2\pi\sigma_{x}^{2})^{1/2} a} \exp\left(-\frac{\text{lb } a - \mu_{x}}{2\sigma_{x}^{2}}\right) \text{d}a \right]^{\text{NM}} \Big\}. (13)$$

由(13)式可见,很难得到平均信道容量的封闭 形式,而且也无法直接得到信道容量与收发孔径数 间的关系。另外,在无线光通信中虽然描述衰落时 很少采用瑞利分布,但相对于对数正态分布而言,瑞 利分布更适合于描述强起伏(即深衰落),且其计算 更简单。为了得到光 MIMO 系统信道容量的封闭 式,用瑞利分布来代替对数正态分布。下面我们来 研究瑞利分布时光强起伏的特性。

为了便于对比两种分布形式下的特性,仍然采 用相同的假设条件,即 $E[A^2] = 1$ 。那么,在瑞利分 布中光强 $I = A^2$ 就是一个单边的指数随机变量。幅 度 A 对应的概率密度函数为

 $f_A(a) = 2a\exp(-a^2), \quad a > 0$ (14) 此时,所对应的闪烁因子 $x_{\rm SI} = 1.0$ 。

为了能更好地说明两种分布形式下的光强起伏 特性,首先来研究两种分布形式下的概率密度函数,





其结果如图 1 所示。由图 1 可得,虽然两种分布形 式不相同,但是闪烁因子越大,两种分布形式的概率 密度函数就越接近。尤其是当闪烁因子 $x_{st}=1$ 时, 在 $a \in (1,3.5)$ 的定义域中,两种分布中 a 的取值更 是接近。所以,采用瑞利分布有利于描述 MIMO 系 统的信道容量和误码率的封闭形式及其性能。

在相同的假设下,采用相类似的方法可得瑞利 衰落下平均信道容量的表达式为

$$C_{\rm avg} = \text{lb } Q \left[1 - \left(1 + \frac{\eta E_s}{h f M} \right)^{-NM} \right], \quad (15)$$

由此可见,平均信道容量与时隙数Q、发送孔径数 M接收孔径数N、发送功率E。等有关,而与信道衰 落参数a无关。

3.2 中断容量

中断容量是指系统能以某一较高确定概率为保证信息传输的速率。它分析量化了在一定的可靠性程度下,能够保证的性能(容量)水平。其定义为:如果系统的信道容量小于某一固定值 Cout 的概率为一个较小的数值 Pout,即

$$P_{\text{out}} = P_{\text{r}} \{ C < C_{\text{out}} \}, \qquad (16)$$

式中 Pout 为中断概率, Cout 为中断容量。

需要强调的是:中断概率与中断容量是相互对 应的。也就是说,系统能以 1-P_{out}的概率保证容量 高于定值 C_{out},或者说,系统所有实现中容量低于定 值 C_{out}的概率是某一确定值 P_{out}。

4 仿真分析

在平均功率受限的情况下,分析了光 MIMO 的 平均信道容量和中断信道容量,其结果如图 2~6 所 示。其中参数为 η =0.5, λ =1.550 μ m, x_{s1} =1.0。







图 3 无背景辐射-对数正态衰落时 C_{avg}与 E_s 的曲线 Fig. 3 Ergodic capacity verus E_s with log-normal fading and without background radiation



图 4 无背景辐射-瑞利衰落时 C_{avg}与 E_s 的曲线 Fig. 4 Ergodic capacity verus E_s with Rayleigh fading and without background radiation



图 5 无背景辐射--对数正太衰落时中断概率与 *E*。的曲线

Fig. 5 Outage probability versus E_s with log-normal fading and without background radiation





Fig. 6 Outage probability versus E_s with Rayleigh fading and without background radiation

图 2 为不同 MIMO 系统中 C_{avg} 与 E_s 的变化曲 线。由图可见:1)虽然平均信道容量随着发送功率 E_s 的增大而增加,但是当 E_s 大于某个值 E_0 时,即 $E_0 = -180$ dBJ,信道容量将达到饱和值,不再随发 送功率的增大而增加。2)系统的信道容量随着接收 孔径数目 N 的增加而逐渐增大;3)系统的信道容量 没有随发送孔径数目 M 的增加而发生变化;4)系统 的信道容量随着时隙数 Q 的增加而增大。

图 3 为无背景辐射-对数正太衰落时 $C_{avg} 与 E_s$ 的变化曲线。由图可见:1)平均信道容量随着发送 功率 E_s 的增加而增加,但是当 $E_s \ge -175$ dBJ 时, 信道容量将达到饱和值,不再随发送功率的增加而 增加。2)系统的信道容量随着接收孔径数目 N 的 增加而明显增大;3)系统的信道容量随着发送孔径 数目 M 的增加而略有增加,但增加的量较小;4)系 统的信道容量随着时隙数 Q 的增大而明显增加。

图 4 为无背景辐射-瑞利衰落时 C_{avg} 与 E_s 的变 化曲线。由图可见,此时所反映的规律和图 3 非常 相似,它们的区别在于:1)在瑞利分布中,系统信道 容量由发送孔径数目 M 增加所带来的好处略大于 对数正太分布;2)信道容量达到饱和值时所需要的 发送功率不同,在瑞利分布中 $E_s \ge -170$ dBJ。

图 5 为无背景辐射-对数正太衰落时中断概率 与 E_s 的变化曲线。由图可见:1)中断概率随着发送 功率 E_s 的增加而明显减小;2)系统的中断概率随着 发送孔径数目 M 和接收孔径数目 N 的增加而明显 减小,而且由接收孔径数目增加所带来的的效果更 加明显。这是因为分集增益的获得相当于增大了接 收孔径。

图 6 为无背景辐射-瑞利衰落时中断概率与 E。

的变化曲线。由图可见,此时所反映的规律和图 5 非常相似。它们的区别在于图 6 中中断概率的曲线 变化较为平滑,而且在同一中断概率下所获得的功 率的改善量更大。

5 结 论

针对 PPM 调制,本文从信息论的角度分别研 究光 MIMO 的平均容量和中断容量,并推导出了无 背景辐射时平均信道容量的表达式的近似表示,分 析了信道容量与发送天线数、接收天线数、发送功 率、光电转换效率、时隙数 Q 以及信道衰落参数间 的关系,并用仿真实验进行了验证。结果表明,在相 同发射功率和传输带宽下,光 MIMO 技术能成倍提 高现有系统的信道容量。而增加的这些信道容量既 可以用来提高系统的传输速率;也可以在不提高信 息速率的前提下,通过增加信息冗余来提高通信系 统的可靠性,或者在两者之间取一个合理的折中。

参考文献

- I. B. Djordjevic. LDPC-coded MIMO optical communication over the atmospheric turbulence channel using Q-ary pulse-position modulation[J]. Opt. Express, 2007, 15(16): 10026~10032
- 2 S. G. Wilson, M. Brandt-Pearce, Q. Cao et al., Optical MIMO transmission with Q-ary PPM for atmosphere channel[J]. IEEE J. Sel. Areas. Commun., 2003, 23(9): 1090~1094
- 3 J. Tomazl, J. Igor, S. S. Muhammed. Simplified soft value extraction for M-PPM-modulated signals in FSO systems [C]. International Journal of Electronics and Communications, 2009, 63(7): 595~599
- 4 Hu Hao, Wang Hongxin, Zhou Min *et al.*. Modeling and analyzing of error performance for pulse position modulation and digital pulse interval modulation under turbulence[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(5): 1269~1274

胡 吴,王红星,周 旻等.湍流大气中脉冲位置调制和数字脉 冲间隔调制差错性能的建模与分析[J].中国激光,2010,**37**(5): 1269~1274

5 Cheng Gang, Wang Hongxin, Sun Xiaoming *et al.*. Dual pulsepulse interval modulation for optical wireless communications[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(7): 1750~1755

程 刚,王红星,孙晓明等.无线光通信双脉冲间隔调制方法 [J].中国激光,2010,**37**(7):1750~1755

6 Chen Dan, Ke Xizheng, Qu Fei. Research on homomorphism filtering technology of wireless optical communication based on four frequency shift keying modulation [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(2): 0205001

陈 丹,柯熙政,屈 菲.基于四进制频移键控调制的无线光通 信同态滤波器技术研究[J].中国激光,2011,**38**(2):0205001

- 7 S. Stephanie, F. Damien, J.-V. Anne *et al.*, LDPC code design and performance analysis on OOK chi-square-based optical channels[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2009, **21**(17): 1190~1192
- 8 I. B. Djordjevic, S. Denic, J. Anguita *et al.*. LDPC-coded MIMO optical communication over the atmospheric turbulence channel[J]. J. Lightwave Technol., 2008, 26(5): 478~487
- 9 S. Stéphanie, J.-V. Anne, C. Jean-Pierre. Soft decision LDPC decoding over chi-square based optical channels[J]. J. Lightwave

Technol., 2009, 27(16): 3540~3545

- 10 K. Chitra, V. C. Ravichandran. Turbo-coding of coherence multiplexed optical PPM CDMA system with balanced detection [J]. Am. J. Appl. Sci., 2007, 4(5): 264~268
- 11 Chen Jun, Huang Dexiu, Yuan Xiuhua. Analysis of free space system based on twofold Turbo code [J]. Chinese J. Lasers, 2006, 33(11): 1532~1536

陈 俊, 黄德修, 元秀华. 基于双模 Turbo 码的大气激光通信系 统特性分析[J]. 中国激光, 2006, **33**(11): 1532~1536

- 12 Chen Dan, Ke Xizheng. Analysis on error rate of wireless optical communication using subcarrier modulation on Turbo code[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10): 2859~2863
 陈 丹,柯熙政. 基于 Turbo 码的无线光通信副载波误码率性能的分析[J]. 光学学报, 2010, **30**(10): 2859~2863
- 13 S. M. Haas, J. H. Shapiro. Capacity of wireless optical communication[J]. IEEE J. Sel. Areas in Commun., 2003, 21(8): 1346~1357

- 14 D. A. Mohamed, Awad Dabbo, Steve Hranilovic. MIMO optical wireless channel using halftoning [C]. IEEE International Conference on Communication, 2008, 5: 1360~1364
- 15 K. Chakraborty. Capacity of the MIMO optical fading channel [J]. 2005, ISIT: 530~534
- 16 K. Chakraborty. Outage capacity of MIMO poisson fading channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(11): 4887~4907
- 17 I. I. Kim, H. Hakakha, P. Adhikari. Scintillation reduction using multiple transmitters [C]. SPIE, 1997, 2990: 102~113
- 18 S. G. Wilson, M. Brandt-Pearce, Q. Cao *et al.*. Free-space optical MIMO transmission with Q-ary PPM[J]. *IEEE Trans. Commun.*, 2005, **53**(8): 1402~1412
- 19 Tao Chunkan, Tao chunkuang. Information Theory of Optics [M]. Beijing: Science Press, 1999. 35~36 陶纯堪,陶纯匡. 光学信息论[M].北京:科学出版社, 1999. 35~36

栏目编辑:谢 婧