

一维光子晶体的全反射隧穿效应的解析研究

刘启能^{1,2}

(¹ 重庆工商大学废油资源化技术与装备教育部工程研究中心, 重庆 400067)
(² 重庆工商大学计算机科学与信息工程学院, 重庆 400067)

摘要 为研究一维光子晶体全反射隧穿效应的解析理论,利用多光束干涉理论推导出—维光子晶体的全反射隧穿导带频率满足的解析公式,从理论上解释了一维光子晶体的全反射隧穿效应产生的物理机理。利用频率的解析公式对全反射隧穿导带的频率随周期数、入射角以及周期光学厚度的变化规律进行了解析研究。并与传输矩阵法的计算结果进行了比较,结果发现两种方法得出的结论是吻合的,从而证明了解析理论的正确性。解析理论便于对各参量间的依赖关系进行解析研究,弥补了一维光子晶体研究中数值计算方法的不足。

关键词 光电子学;光子晶体;全反射;隧穿效应;解析法

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201232.0219002

Analytical Study on Total Reflection Tunnel Effect of 1-D Photonic Crystal

Liu Qineng^{1,2}

¹ *Engineering Research Center for Waste Oil Recovery Technology and Equipment, Ministry of Education, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China*
² *Computer Science and Information Engineering College, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China*

Abstract In order to obtain analytic theory of 1D photonic crystal, multi beam interference theory is used. Analytical formulas of total reflection tunnel effect frequency of 1D photonic crystal is deduced. Physical mechanism of total reflection tunnel effect of 1D photonic crystal is explained. Using the analytical formulas change rule of total reflection tunnel effect that response curves of frequency versus cycle number and incident angle and optical thickness are studied. Transmission matrix method and analytical method is compared and their results are the same, which indicates that analytical method is the right way. Analytical theory to analyze variable relation is convenient, it makes up deficiency of numerical calculation method of 1D photonic crystal.

Key words optoelectronics; photonic crystal; total reflection; tunnel effect; analytical method

OCIS codes 190.4370; 060.4370; 060.5295; 190.4970

1 引 言

光子晶体的概念由 John 和 Yablonovitch 在 1987 年分别提出,为电磁属性呈周期性变化的人造带隙材料。光在光子晶体中传播时会与光子晶体的周期结构发生相互作用,产生 Bragg 散射,从而形成带隙。利用光子晶体的带隙可以十分方便地控制光波的传播,因此光子晶体在现代科学技术上有着十

分广泛的应用前景。这使得对光子晶体的研究成为目前光学前沿领域内一个活跃课题。

目前一维光子晶体的研究在研究方法、带隙特性、缺陷模特性以及滤波理论等方面都取得了丰富成果^[1~11]。李蓉等^[1]利用传输矩阵法计算了一维光子晶体带隙结构对不同偏振态入射光的角度和波长响应,发现了光的两种偏振态其带隙的宽度明显

收稿日期: 2011-08-08; **收到修改稿日期:** 2011-09-21

基金项目: 重庆市教委科技项目基金(KJ100717)资助课题。

作者简介: 刘启能(1957—),男,教授,主要从事光学和声学等方面的研究。E-mail: liuqineng@yahoo.com.cn

不同。王瑞等^[2]研究了由两种不同的各向异性材料交替排列而构成的一维光子晶体的带隙结构和传输特性,得到了各向异性性和复式结构产生的带隙结构。刘启能等^[3,5~8,11]研究了不同类型一维光子晶体的缺陷模特性,并利用缺陷模特征设计一维光子晶体滤波器。徐旭明等^[9,10]利用光学传输矩阵理论,研究了一维含负折射率材料光子晶体的禁带和局域模特性,发现了一种新型全方位光子带隙。

此外,刘启能^[12]利用传输矩阵法研究了光以大于全反射角入射一维光子晶体时出现的全反射隧穿现象,得出了一维光子晶体的全反射隧穿现象随入射角和结构参数的变化特征。随后进一步研究了一维光子晶体的全反射隧穿效应的滤波特性^[13],发现一维光子晶体的全反射隧穿效应比一维掺杂光子晶体具有更好的梳状滤波特性。但是在文献^[12]和^[13]中都是采用传输矩阵法来研究一维光子晶体的全反射隧穿效应的传输特性。而传输矩阵法是一种数值计算方法,它是通过数值计算得一维光子晶体的全反射隧穿峰的图像,根据对图像的分析得出全反射隧穿峰的特征和相关数据。数值计算方法存在的明显缺陷是:不能给出各参量间的解析表达式,也就不能对各参量间的内在联系进行解析分析,这就限制了对一维光子晶体的全反射隧穿效应这一新现象产生的物理机理以及变化规律的深入认识和理解。为了克服这一缺陷,本文利用多光束干涉理论推导出了一维光子晶体的全反射隧穿导带频率的解析表达式,对一维光子晶体的全反射隧穿效应产生的原因及其变化规律作出理论解释和解析分析,并将解析方法得到的结果与传输矩阵法得到的结果进行比较研究。

2 模型与现象

为便于研究,设计一种一维光子晶体作为研究对象,该光子晶体由氟化镁(其折射率为 $n_1 = 1.38$ 、厚度为 d_1)和碲化铅(其折射率为 $n_2 = 4.1$ 、厚度为 d_2)两种介质周期性交替构成,如图1所示。设入射空间和出射空间的介质也为碲化铅,即 $n_2 = n_0$ 。由于该光子晶体的两边都为碲化铅,因此它的周期数为 $N+0.5$, N 为整数。又因 $n_0 > n_1$,所以当光大于全反射角入射该光子晶体时应该产生全反射现象,其全反射角 $\theta_m = \arcsin n_1/n_0 = 0.34$ rad。计算中取: $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$ 、中心波长 $\lambda_0 = 600$ nm、中心圆频率 $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ (c 为真空中的光速),设归一化频率 $g = \omega/\omega_0$ (ω 为入射光的圆频率)。

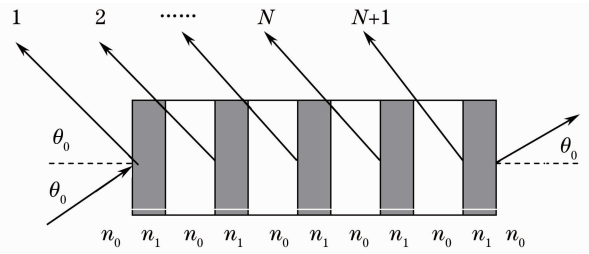


图1 一维光子晶体(周期数 $N+0.5$)

Fig.1 1-D photonic crystal (cycle number $N+0.5$)

为认识一维光子晶体全反射隧穿效应的特征,首先利用传输矩阵法^[14]计算出TE波以入射角 $\theta_0 = 0.41$ rad入射 $N=4$ 的一维光子晶体时其透射率 T 随归一化频率 g 的响应曲线,如图2所示。再计算出 $N=3$ 和 $N=5$ 两种情况下TE波以入射角 $\theta_0 = 0.70$ rad入射一维光子晶体时其透射率 T 随归一化频率 g 的响应曲线,如图3所示。由图2和图3可知,TE波大于全反射角入射该一维光子晶体时出现的全反射隧穿效应具有以下两个重要特征:

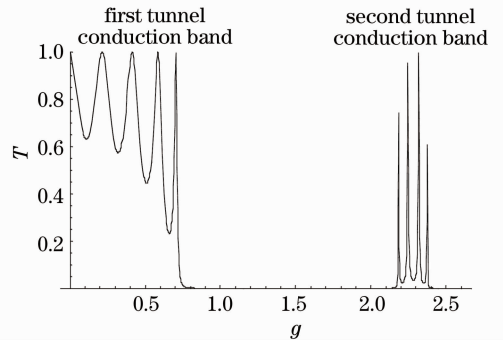


图2 透射率随归一化频率响应曲线($N=4, \theta_0 = 0.41$ rad)

Fig.2 Response curves of transmittance versus normalized frequency($N=4, \theta_0 = 0.41$ rad)

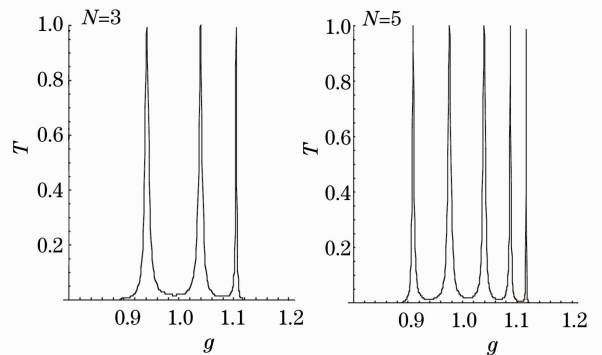


图3 透射率随归一化频率响应曲线($\theta_0 = 0.7$ rad)

Fig.3 Response curves of transmittance versus normalized frequency($\theta_0 = 0.7$ rad)

1) 一维光子晶体的全反射隧穿效应是由多级导带组成,频率最低的隧穿导带称为一级隧穿导带,随着频率的增加分别称为二级隧穿导带、三级隧穿导带、……。图2中归一化频率 g 在 $0.1 \sim 0.8$ 范围的是一级全反射隧穿导带,归一化频率 g 在 $2.1 \sim 2.4$ 范围的是二级全反射隧穿导带。

2) 每一级全反射隧穿导带中又由多个子导带构成,并且每一级全反射隧穿导带中的子导带数目都为 N 。如在图2中 $N = 4$,其一级和二级隧穿导带都由4个子导带构成。而图3绘出的是 $N = 3$ 和 $N = 5$ 情况下的一级全反射隧穿导带,其子导带数目也分别是3和5。

3 解析研究

首先分析产生一维光子晶体的全反射隧穿效应的物理机理:当光以大于全反射角入射该光子晶体时,由于 $n_0 > n_1$,光会在从 n_0 入射到 n_1 的界面上发生全反射,但光并不是完全不能进入 n_1 中,光能够以倏逝波的形式进入 n_1 约一个波长的深度。而该光子晶体中 n_1 的厚度约为 0.25 个波长,因此光能够穿过 n_1 进入 n_2 中。对于周期数为 $N + 0.5$ 的一维光子晶体有 $N + 1$ 个全反射界面,每一个全反射界面会反射一条光强较大的光线,因此该一维光子晶体会产生 $N + 1$ 条全反射光线,如图1所示。这 $N + 1$ 条全反射光线在入射空间会产生多光束干涉,多光束干涉的光强出现极小值(光强为0)的光会在入射空间消失。根据能量守恒,这些频率的光就会穿过该光子晶体从而产生全反射隧穿现象。假设每一条反射光线的光强为 I_0 ,则 $N + 1$ 条光线发生多光束干涉的光强 I 为^[15]

$$I = I_0 \frac{\sin^2[(N+1)\delta/2]}{\sin^2 \delta/2}, \quad (1)$$

式中 δ 为相邻光线的相位差。(1)式中光强 I 出现极小值($I = 0$)的条件,也就是产生全反射隧穿效应的条件。由数学知识可得,产生全反射隧穿效应其 δ 应满足的条件:

$$\delta = \frac{i}{N+1}(2\pi j), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \\ j = 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

式中 j 是用来确定全反射隧穿导带级数的变量, $j = 1$ 对应一级隧穿导带, $j = 2$ 对应二级隧穿导带、……,这正好对全反射隧穿效应是由多条导带组成的特征作出了圆满解释。而(2)式中的 i 是用来确定同一级全反射隧穿导带中的子导数目的变量,对

于每一个 j, i 可从1取到 N ,即同一级全反射隧穿导带中的子导带数目为 N ,这正好对每一级全反射隧穿导带中有 N 个子导带的特征作出了圆满解释。

由图1,相邻两条反射光线的相位差 δ 为

$$\delta = \frac{\omega}{c}(n_1 d_1 + n_2 d_2) \cos \theta_0. \quad (3)$$

由(2)式和(3)式可得该一维光子晶体的全反射隧穿导带的归一化频率 g 满足解析公式

$$g = \frac{ij\lambda_0}{(N+1)(n_1 d_1 + n_2 d_2) \cos \theta_0}, \\ i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad j = 1, 2, 3 \dots \quad (4)$$

利用(4)就可以对全反射隧穿效应中各参量之间的依赖关系进行解析研究。由(4)式可知,全反射隧穿导带的归一化频率 g 由 $i, j, N, n_1 d_1 + n_2 d_2$ 和 θ_0 五个参量决定,其中 i 和 j 对全反射隧穿导带结构的影响已经作了讨论。下面对 N, θ_0 和 $n_1 d_1 + n_2 d_2$ 三个参量对全反射隧穿导带归一化频率的影响进行解析研究。由于一级隧穿导带是最明显、最有代表性的,所以主要针对一级隧穿导带的特征进行解析分析,并将结果与传输矩阵法的计算结果进行比较。

3.1 归一化频率随周期数变化

该一维光子晶体的周期数为 $N + 0.5$,为讨论方便,主要研究 N 对归一化频率的影响。固定 $j = 1, \theta_0$ 和 $n_1 d_1 + n_2 d_2$ 保持不变,由(4)式可以得出一级隧穿导带的归一化频率宽度 Δg 和相邻子导带的频率间隔 $\Delta_i g$:

$$\Delta g = \frac{(N-1)\lambda_0}{(N+1)(n_1 d_1 + n_2 d_2) \cos \theta_0}, \quad (5)$$

$$\Delta_i g = \frac{\lambda_0}{(N+1)(n_1 d_1 + n_2 d_2) \cos \theta_0}. \quad (6)$$

由(5)式和(6)式可知

1) Δg 对 N 求一级导数得 $\frac{d(\Delta g)}{dN} = \frac{2\lambda_0}{(N+1)^2(n_1 d_1 + n_2 d_2) \cos \theta_0} > 0$,这表明一级隧穿导带的归一化频率宽度 Δg 随 N 的增加而增加。这一个结论和传输矩阵法的计算结果吻合,如图3所示。在图3中 $N = 5$ 的一级隧穿导带的频率宽度就大于 $N = 3$ 的频率宽度。

2) (6)式给出相邻子导带的归一化频率间隔 $\Delta_i g$ 是相等的,并且 $\Delta_i g$ 随 N 的增加而减小。这一个结论也和传输矩阵法的计算结果吻合,如图3所示。在图3中 $N = 5$ 和 $N = 3$ 各自的相邻子导带的频率间隔 $\Delta_i g$ 几乎相等, $N = 5$ 的相邻子导带的频率间隔小于 $N = 3$ 的相邻子导带的归一化频率间隔。

3.2 归一化频率随入射角变化

固定 $j = 1, N = 3, n_1 d_1 + n_2 d_2 = \lambda_0 / 2$, 由(4)式可以得出一级隧穿导带中三个子导带的归一化频率随入射角的变化关系为

$$g_1 = \frac{1}{2\cos\theta_0}, \quad g_2 = \frac{1}{\cos\theta_0}, \quad g_3 = \frac{3}{2\cos\theta_0}. \quad (7)$$

由(7)式给出 g_1, g_2, g_3 随入射角的响应曲线, 如图4所示。为了比较, 利用传输矩阵法的计算出 g_1, g_2, g_3 随入射角的响应曲线, 如图5所示, 图中三条白色带为一级隧穿导带中的三个子导带。由(7)式、图4和图5可知:

1) 一级隧穿导带中的三个子导带的归一化频率随入射角的余弦成反比变化, 即三个子导带的归一化频率都随入射角的增加而增加。这一个结论对解析法和传输矩阵法是吻合的。

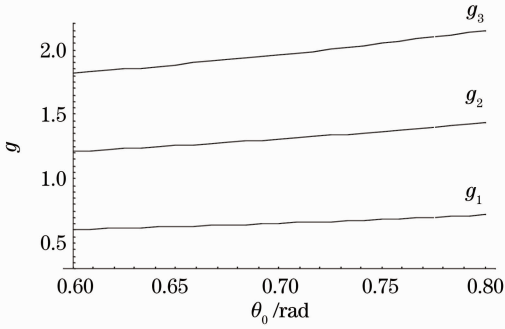


图4 归一化频率随入射角的响应曲线(解析法)
Fig. 4 Response curves of normalized frequency versus incident angle(analytical method)

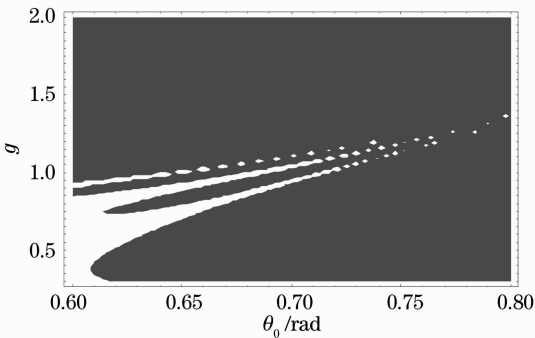


图5 归一化频率随入射角的响应曲线(传输矩阵法)
Fig. 5 Response curves of normalized frequency versus incident angle(transmission matrix method)

2) 由(7)式得出的相邻子导带的频率间隔 $\Delta g = 1/(2\cos\theta_0)$, 因此 Δg 随入射角的增加而增加。而传输矩阵法的结果(图5)是相邻子导带的频率间隔 Δg 随入射角的增加而减小。这一点解析法和传输矩阵法是不吻合的。产生这种差异的原因是: 多光束干涉的

光强公式(1)是在假设各条反射光线的光强为 I_0 的前提下推出的, 而实际上各条反射光线的光强并不相等。

3.3 归一化频率随周期光学厚度变化

该光子晶体的周期光学厚度就是 $(n_1 d_1 + n_2 d_2)$, 为研究方便令 $(n_1 d_1 + n_2 d_2) = X\lambda_0$, X 为无量纲的参变量, 周期光学厚度的变化通过 X 的变化实现。对于一级隧穿导带(4)式化为

$$g = \frac{i}{(N+1)X\cos\theta_0}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (8)$$

取 $N=4$, 则一级隧穿导带中的四个子导带的归一化频率为

$$g_1 = \frac{1}{5X\cos\theta_0}, \quad g_2 = \frac{2}{5X\cos\theta_0},$$

$$g_3 = \frac{3}{5X\cos\theta_0}, \quad g_4 = \frac{4}{5X\cos\theta_0}. \quad (9)$$

设光以入射角 $\theta_0 = 0.65$ rad 入射, 由(9)式绘出归一化频率随周期光学厚度的响应曲线, 如图6所示。由转移矩阵法计算出归一化频率随周期光学厚度的响应曲线, 如图7所示。由(9)式、图6和图7可知:

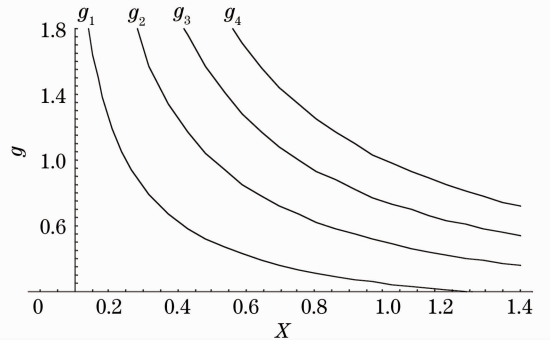


图6 归一化频率随周期光学厚度的响应曲线(解析法)
Fig. 6 Response curves of normalized frequency versus optical thickness(analytical method)

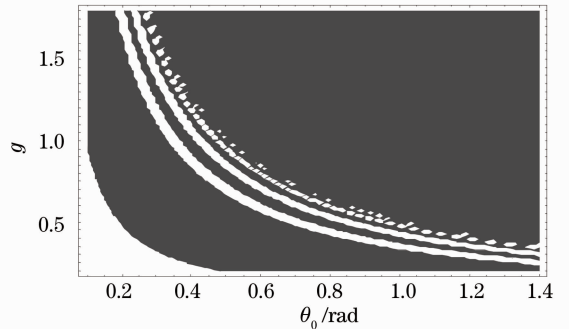


图7 归一化频率随周期光学厚度的响应曲线(传输矩阵法)
Fig. 7 Response curves of normalized frequency versus periodical optical thickness(transmission-matrix method)

1) 一级隧穿导带中的四个子导带的归一化频率都随周期光学厚度成反比变化, 该结论与传输矩阵法得到的结果吻合;

2) 由(9)式得出的相邻子导带的频率间隔 $\Delta_g = 1/(5X\cos\theta_0)$, 因此 Δ_g 随周期光学厚度也成反比变化, 这一个结论与传输矩阵法也是吻合的。但比较图6和图7可以看出传输矩阵法计算的结果其相邻子导带的频率间隔 Δ_g 要比解析法的结果小, 产生这个差异的原因也是由于各条反射光线的光强不相等造成的。

4 结 论

利用多光束干涉理论推导出一维光子晶体的全反射隧穿导带频率满足的解析公式, 从理论上解释了一维光子晶体的全反射隧穿效应产生的物理机理。借助频率的解析公式对全反射隧穿导带的频率随周期数、入射角以及周期光学厚度的变化规律进行了解析研究。研究结果表明, 各级全反射隧穿导带中的子导带数与周期数相等; 全反射隧穿导带的频率随入射角的余弦成反比变化; 全反射隧穿导带的频率随周期光学厚度反比变化。并且与传输矩阵法的计算结果进行了比较, 结果发现两种方法得出的结论是吻合的。由于传输矩阵法和解析法是在不同的理论基础上建立的, 表明本文关于全反射隧穿效应产生的物理机理以及全反射隧穿导带频率的解析公式是正确的。

参 考 文 献

- 1 Li Rong, Ren Kun, Ren Xiaobin. Angular and wavelength selectivity of band gaps of holographic photonic crystals for different polarizations[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(8): 2520~2523
李 蓉, 任 坤, 任晓斌. 一维光子晶体带隙结构对不同偏振态的角度和波长响应[J]. *物理学报*, 2004, **53**(8): 2520~2523
- 2 Wang Rui, Zhang Cunxi, Nie Yihang. Band structure and propagation properties of one-dimension anisotropy photonic crystals[J]. *Acta Photnica Sinica*, 2007, **35**(1): 89~92
王 瑞, 张存喜, 聂一行. 一维各向异性光子晶体的带隙结构和传输特性[J]. *光子学报*, 2007, **35**(1): 89~92
- 3 Liu Qineng. Effect of impurity absorption on one-dimensional photonic crystal defect mode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(6): 777~780
刘启能. 杂质吸收对一维光子晶体缺陷模的影响[J]. *中国激光*, 2007, **34**(6): 777~780
- 4 Liu Qineng. Transmission characteristics of electromagnetic wave

- in 1D rectangle photonic crystal [J]. *Acta Photnica Sinica*, 2010, **39**(5): 847~850
刘启能. 一维矩形光子晶体中电磁波的传输特性[J]. *光子学报*, 2010, **39**(5): 847~850
- 5 Liu Qineng. Defect mode and mode of electromagnetic wave in cylindrical doping photonic crystal[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(4): 991~994
刘启能. 圆柱形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷模[J]. *中国激光*, 2010, **37**(4): 991~994
- 6 Liu Qineng. The mode and defect mode of electromagnetic wave in rectangular doped photonic crystal[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(4): 2551~2555
刘启能. 矩形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷模[J]. *物理学报*, 2010, **59**(4): 2551~2555
- 7 Liu Qineng. The defect mode and the quantum effect of light wave in cylindrical anisotropic photonic crystal [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(1): 0142171
刘启能. 各向异性圆柱掺杂光子晶体的缺陷模及其量子效应[J]. *物理学报*, 2011, **60**(1): 0142171
- 8 Zhang Juan, Yu Shuai, Guo Sen *et al.*. Design of flat-top polarization filters based on one-dimensional photonic crystal theory [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(1): 0105005
张 娟, 于 帅, 郭 森等. 基于一维光子晶体理论的平顶偏振滤波器设计[J]. *中国激光*, 2011, **38**(1): 0105005
- 9 Xu Xuming, Fang Liguang, Liu Nianhua. Unusual photonic tunneling in multilayer system with a negative refraction index layer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(12): 1676~1679
徐旭明, 方利广, 刘念华. 含负折射率层的多层体系的反常光子隧穿[J]. *光学学报*, 2005, **25**(12): 1676~1679
- 10 Shang Tingyi, Zheng Yi, Zhang Huiyun. Omidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals with negative-index materials [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(4): 663~666
尚廷义, 郑 义, 张会云. 含负折射率材料一维光子晶体的全方位带隙和缺陷模[J]. *光子学报*, 2007, **36**(4): 663~666
- 11 Liu Qineng. Filtering feature of 1D rectangle doping photonic crystal [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(8): 2041~2044
刘启能. 一维矩形掺杂光子晶体的滤波特性[J]. *中国激光*, 2010, **37**(8): 2041~2044
- 12 Liu Qineng. Total reflection through effect of light in 1D photonic crystal [J]. *Acta Photnica Sinica*, 2011, **40**(2): 232~235
刘启能. 光在一维光子晶体中的全反射贯穿效应[J]. *光子学报*, 2011, **40**(2): 232~235
- 13 Liu Qineng. Theoretic study of total reflection through effect polarization filter of photonic crystal [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(4): 1091~1094
刘启能. 光子晶体全反射贯穿偏振滤波器的理论研究[J]. *强激光与粒子束*, 2011, **23**(4): 1091~1094
- 14 Liu Qineng. A new method that study electromagnetic waves transfer in stratified medium [J]. *Laser Journal*, 2009, **30**(3): 14~15
刘启能. 一种研究电磁波在分层介质中传输的新方法[J]. *激光杂志*, 2009, **30**(3): 14~15
- 15 E. Hecht, A. Zajac. Optics[M]. Qin Kecheng Transl. People's Education Press, 1980. 691~693
赫克特, 赞斯. 光学[M]. 秦克诚译. 人民教育出版社, 1980. 691~693