

用于相机标定的球靶标投影误差分析与校正

谷飞飞 赵 宏 卜鹏辉 邹海华 赵自新

(西安交通大学机械工程学院机械制造系统国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要 由于球体具有轮廓连续性好等优点,在摄像机标定,尤其是多相机标定方面获得了广泛的应用。利用球作为标定靶标可以弥补平面靶标在多相机标定中出现视角过大时畸变太大甚至于观测不到的不足,但是空间球经透视投影后成像一般并非标准圆,而是一个椭圆。椭圆几何中心与球心真实成像中心并不一致,从而影响了标定精度。造成球心成像误差的因素主要有两个,即球的相对大小及相对于相机的位置。通过分析空间球成像模型,仿真研究了各因素对球心成像误差影响的大小,寻找球心的透视投影像点与其成像椭圆几何中心之间的误差变化规律,并建立了两者之间的误差校正模型,最后通过实验验证了该校正模型的可行性和有效性。通过校正,球心投影像点定位精度可达到亚像素级。

关键词 测量;摄像机标定;球心畸变校正;透视成像误差;椭圆

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1215001

Analysis and Correction of Projection Error of Camera Calibration Ball

Gu Feifei Zhao Hong Bu Penghui Zou Haihua Zhao Zixin

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, School of Mechanic Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract As a ball has the advantage of contour continuity, it has been used widely in camera calibration, especially in multiple camera calibration. Using a ball as calibration target can make up for the shortages of plane target that it may distort or even disappear in the field of view when the viewpoint is large. However, when a ball is projected into the camera it is usually not a standard circle, but an ellipse. The calibration precision will be affected when the elliptic geometric center is not the same as the ball-center's real image. There are two factors that determine the distortion: the relative size and position of the ball with the camera. The influence of the two factors are analyzed, and the distortion rules are studied by simulating ball's imaging model. A correction model which is verified feasible and effective in experiment is established. Through the model, the ball center's projection error can achieve subpixel precision.

Key words measurement; camera calibration; ball-center distortion correction; projective error; ellipse

OCIS codes 150.0155; 150.1488; 080.1753

1 引 言

基于计算机视觉技术的非接触式三维测量技术在工业领域得到了越来越广泛的应用,实现三维测

量最基础也是最重要的部分是摄像机的标定。目前摄像机标定按标定物可分为基于 0 维靶标(摄像机自标定)^[1~4]、基于一维靶标^[5,6]、基于二维靶标

收稿日期: 2012-06-05; **收到修改稿日期**: 2012-08-09

基金项目: 国家 973 计划(2011CB706800-G)和国家自然科学基金(50975228)资助课题。

作者简介: 谷飞飞(1987—),女,博士研究生,主要从事机器视觉和光电测量等方面的研究。

E-mail: ggff0226@stu.xjtu.edu.cn

导师简介: 赵 宏(1964—),男,博士,教授,主要从事光电检测、实时在线测试、生物组织成像和机器视觉等方面的研究。

E-mail: zhaohong@mail.xjtu.edu.cn

的^[7~9]以及基于三维靶标^[10]的标定。其中球体由于外轮廓连续性好等优点,在摄像机标定,尤其是多相机系统标定中获得了广泛的应用^[11~13]。相机从不同的方位拍摄空间球时,在像平面上得到的图像一般并不是一个标准的圆,而是一个椭圆^[14,15]。椭圆的几何中心与球心的透视投影点并不重合,两者之间的偏差称为球心成像畸变误差,它对利用球外轮廓以及球心位置进行相机标定带来了一定的影响。目前利用球体进行标定的研究技术中^[11~13]并没有非常有效的措施来校正该偏差。本文从空间球透视成像模型出发,通过数据仿真分析了球心的透视投影点与其成像后椭圆几何中心之间的误差变化规律,并建立了两者之间的误差校正模型,最后通过实验验证了该校正模型的可行性和有效性。通过校正,球心投影点定位精度可达到亚像素级。

2 空间球的成像模型

在理想的情况下,摄像机是针孔模型,空间球经过透视成像后在像平面 π 上成像为椭圆 C ^[11],如图 1 所示。

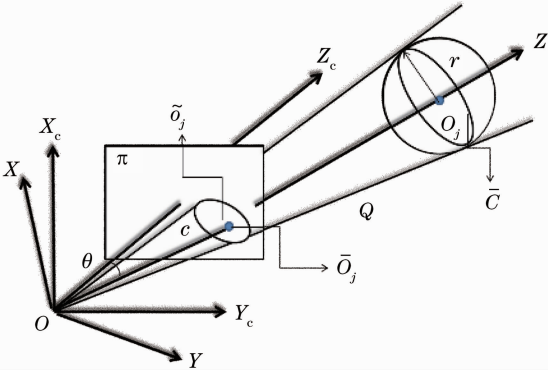


图 1 球成像模型

Fig. 1 Ball imaging model

设摄像机坐标系为 $OX_cY_cZ_c$, 其中 O 为光心, Z_c 轴与摄像机光轴重合。另外以光心 O 和球心 O_j 的连线为 Z 轴, 光心 O 为原点建立圆球坐标系 $OXYZ$ 。设球的半径为 r , 球心 O_j 到摄像机光心 O 的距离为 Z_0 。可知球坐标系与摄像机坐标系只存在一个旋转。根据射线跟踪, 由 O 出射的射线与球相切的点组成一个圆, 即轮廓生成元 \bar{C} 。这些射线与 O 组成一个以 O 为顶点的正圆锥 Q , 在 $OXYZ$ 坐标系表示为

$$x^2 + y^2 \approx (\sigma z)^2, \quad \sigma = \frac{r}{Z_0}, z_0 \gg r \quad (1)$$

式中 r 为球的半径, Z_0 为球心到摄像机光心的距离。 Q 即可以表示为

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

圆锥面上的点 X 满足

$$\bar{X}^T Q \bar{X} = 0, \quad (3)$$

图像平面 π 与圆锥面的交线一般并不是标准圆, 而是一个椭圆, 设为 C , 不失一般性, 设椭圆方程为

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = f, \quad (4)$$

满足

$$x^T C x = 0, \quad (5)$$

式中

$$C = \begin{bmatrix} a & b/2 & d/2 \\ b/2 & c & e/2 \\ d/2 & e/2 & f \end{bmatrix}. \quad (6)$$

椭圆的几何中心坐标 \bar{o}_j 为

$$\bar{o}_j = \left(\frac{2cd - be}{b^2 - 4ac}, \frac{2ae - bd}{b^2 - 4ac} \right). \quad (7)$$

根据透视成像原理:

$$x = KR\bar{X}, \quad (8)$$

则

$$\bar{X} = R^{-1}K^{-1}x. \quad (9)$$

把(9)式代入(3)式得

$$x^T K^{-T} R^{-T} Q R^{-1} K^{-1} x = 0. \quad (10)$$

由(5)式、(10)式得

$$k_1 C = K^{-T} R^{-T} Q R^{-1} K^{-1}. \quad (11)$$

球心在球坐标系中的矢径为 $O_j = [0 \ 0 \ Z_0]^T$, 不考虑镜头畸变的影响, 球心成像为 $o_j = KRO_j = [o_{j1} \ o_{j2} \ o_{j3}]^T$, 因此其像点坐标为 $\bar{o}_j = \left(\frac{o_{j1}}{o_{j3}}, \frac{o_{j2}}{o_{j3}} \right)$ 。只有当正圆锥 Q 的轴与像平面垂直也即圆锥轴与摄像机光轴重合时, 球外轮廓成像为标准圆, 此时圆心和球心的像重合。一般情况下球成像为椭圆, 椭圆几何中心 \bar{o}_j 与球心的像 o_j 并不重合, 存在一定的偏差, 称为球心成像畸变误差。在目前使用球靶标对摄像机进行标定的研究^[11~13], 并没有对该畸变进行校正, 而是直接将椭圆几何中心作为球心成像点, 这在标定中引入了一定的误差。通过建立正确有效的模型校正该畸变是提高摄像机标定精度的一个重要方面。

3 球心成像畸变误差模型的建立

3.1 球心成像畸变误差影响因素仿真分析

由以上分析可得, 对于一给定的摄像机(即相机

内参 \mathbf{K} 确定)影响球心成像畸变误差的主要因素有两个:1)球的相对大小,即 $\sigma = \frac{r}{Z_0}$; 2)球心成像位置,若球心成像位置确定,两坐标系之间的旋转矩阵 \mathbf{R} 可以唯一确定。因此假定摄像机内参已知,设 $\mathbf{K} =$

$$\begin{bmatrix} D_u & 0 & u_0 \\ 0 & D_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3600 & 0 & 695.5 \\ 0 & 3600 & 519.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{其中 } (u_0, v_0) \text{ 表示相机主点坐标,单位为像素; } D_u、D_v \text{ 分别表示 } u、v \text{ 轴方向上单位长度所包含的像素数目,单位为每毫米的像素数。以图像分辨率为 } 1392 \text{ pixel} \times 1040 \text{ pixel} \text{ 的图像为例,仿真分析球的相对大小和球心成像位置对球心成像畸变的影响。仿真过程如下:}$$

设球心在像平面上的理想坐标为 \bar{o}_j ,由此根据 Rodrigues 公式可以求出两坐标系之间的旋转矩阵^[10]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}_{3 \times 3} + (1 - \cos \theta)[\xi]_{\times}^2 + [\xi]_{\times} \sin \theta,$$

式中 $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3 阶单位矩阵, θ 为两 Z 轴间夹角, ξ 为与两坐标系 Z 轴向量均垂直的单位矢量, $[\xi]_{\times}$ 为由单位矢量 ξ 定义的反对称矩阵。

圆锥曲面 Q 由 σ 决定,当 σ 已知,即可由(11)式求得椭圆方程,进一步求出椭圆几何中心 \bar{o}_j 。比较 \bar{o}_j 和 \bar{o}_j 之间的关系,寻找球心成像畸变规律。研究不同因素对畸变的影响,可以通过取不同的 \bar{o}_j 和 σ 来实现。

3.1.1 球的相对大小对球心成像畸变的影响

设球心的理想成像点已知,为 \bar{o}_j ,摄像机坐标系相对于球坐标系的旋转矩阵可以由 Rodrigues 公式求出。研究 σ 取不同值时球心成像点在 $u、v$ 方向的偏差,实际应用中 σ 的一般取值在 $[0.005 \quad 0.02]$ 之间。为了简单起见,取图像右下部分为分析对象,同时为了更全面地研究球的相对大小对球心成像畸变的影响,选取成像位置在整个右下区域内均匀分布的五个点,图像坐标分别为 $(700 \quad 600)$ 、 $(700 \quad 950)$ 、 $(1000 \quad 600)$ 、 $(1000 \quad 950)$ 、 $(900 \quad 800)$,坐标单位为像素。结果如图 2 所示。

可知 σ 的影响是比较小的,且随着取值增大误差呈缓慢上升趋势。点越靠近图像边缘,偏差随 σ 的变化越明显。当成像不在边缘时,偏差很小。

3.1.2 成像位置对球心成像畸变的影响

当半径与球心到光心距离的比值 σ 一定时,球心成像在不同位置时球心像点偏离理想位置的仿真图如图 3 所示($\sigma=0.02$)。为了显示清楚,在图 3 中只取距离图像中心各 200 pixel 内的像素点。

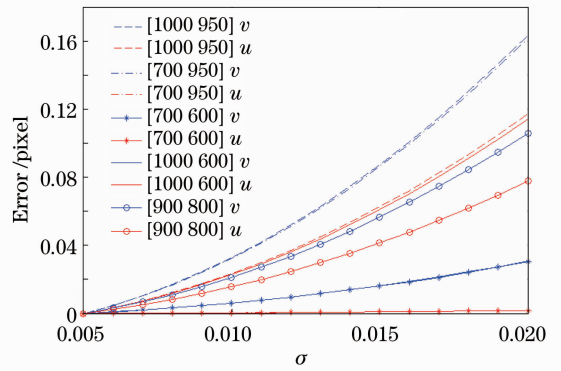


图 2 σ 对球心畸变的影响

Fig. 2 Influence of σ on ball center's precision

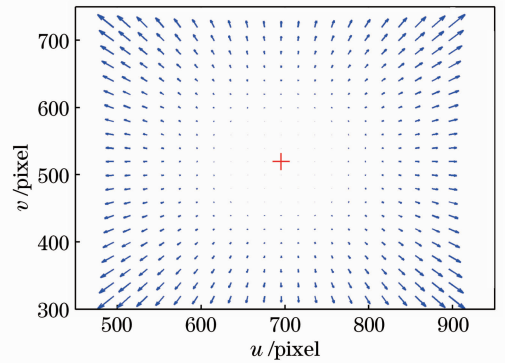


图 3 成像位置对球心畸变的影响

Fig. 3 Influence of image point position on ball center's precision

图 3 中箭头的起始位置为球心像点理想位置,箭头方向为畸变方向,箭头长度表示畸变大小,红色 '+' 表示图像中心。可见,每一点椭圆几何中心都是沿离开图像中心的方向偏离球心理想成像点且越往图像边缘,偏离值越大。当图像中心确定后,各点的偏差关于图像中心对称。中心线将图像分为左上、左下、右上、右下四区域,由于具有对称性,只需要以 1/4 图像作为研究对象。这里研究 $u \in [695.5 \quad 1195.5]$, $v \in [519.5 \quad 919.5]$ 的误差变化规律。图 4(a)、(b) 分别表示整幅图像 $u、v$ 方向畸变误差,图 4(c)、(d) 分别表示图 3 右下角图像 $u、v$ 方向畸变误差。

3.2 球心成像误差畸变校正模型的建立

由以上分析可知, u 方向和 v 方向的误差变化受球心成像位置的影响远远大于受球相对大小的影响,因此只考虑球心成像位置对球心畸变误差的影响。由图 4(c)、(d) 可知, u 方向和 v 方向的误差变化为不规则曲面,采用二次曲面进行拟合。建立如下球心成像误差模型

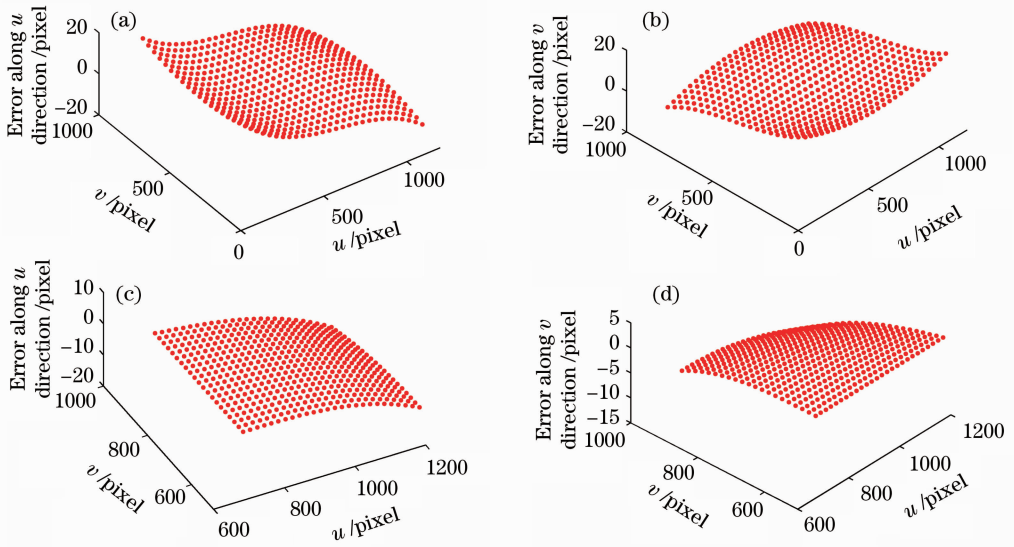


图 4 成像位置对球心畸变的影响。(a)整幅图 u 方向畸变误差;(b)整幅图 v 方向量畸变误差;
(c)图 3 右上部分 u 方向畸变误差;(d)图 3 右上部分 v 方向畸变误差

Fig. 4 Influence of image position on ball center's precision. (a) Distortion error of Fig. 3 along u direction; (d) distortion error of Fig. 3 along v direction; (c) distortion error of right up portion of Fig. 3 along u direction; (d) distortion error of right up portion of Fig. 3 along v direction

$$\begin{cases} \delta_d^u = a_1 \delta_u^2 + a_2 |\delta_u| |\delta_v| + a_3 \delta_v^2 + a_4 |\delta_u| + a_5 |\delta_v| + a_6 \\ \delta_d^v = b_1 \delta_u^2 + b_2 |\delta_u| |\delta_v| + b_3 \delta_v^2 + b_4 |\delta_u| + b_5 |\delta_v| + b_6 \end{cases}, \quad (12)$$

式中 $\delta_u = u_d - u_0$, $\delta_v = v_d - v_0$, $\delta_d^u = u - u_d$, $\delta_d^v = v - v_d$, (u, v) 为球心成像理想坐标, (u_d, v_d) 为椭圆几何中心坐标, (u_0, v_0) 为图像中心。(12)式又可以改写为

$$\begin{bmatrix} \delta_u^2 & |\delta_u \delta_v| & \delta_v^2 & |\delta_u| & |\delta_v| & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \\ a_5 & b_5 \\ a_6 & b_6 \end{bmatrix} = [u - u_d \quad v - v_d]. \quad (13)$$

可知至少需要 6 个已知球心成像理想点及成像椭圆几何中心来求取误差校正系数 $\{a_i\}$ 、 $\{b_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$);若大于 6 个点,可用最小二乘法拟合校正系数。计算出校正系数后,由成像椭圆几何中心

位置即可得出球心理想成像点。实际中点的选取需要满足以下条件:1)大于或等于 6 个点;2)在 1/4 图像区域内选取的点要尽量均匀,要兼顾区域边缘处以及内部,这样求取的校正系数拟合出来的二次曲

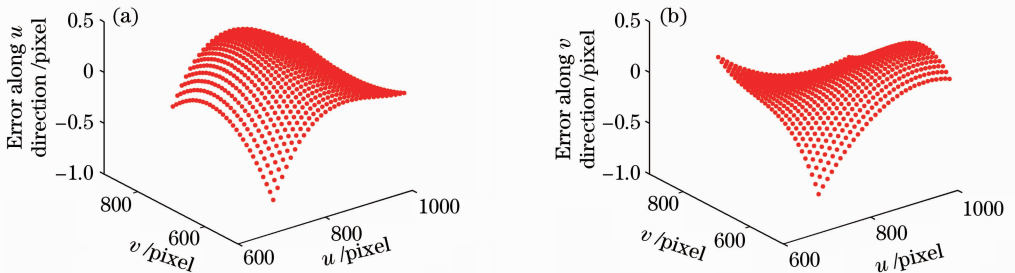


图 5 校正效果。(a) u 方向畸变校正后的误差;(b) v 方向畸变校正后的误差

Fig. 5 Results after correction. (a) Error after correction along u direction; (b) error after correction along v direction

面才会更加趋近误差平面,达到更好的校正效果;3)选取的点数越多,拟合的误差曲面越准确,校正效果也越好;在实际操作时,可根据拍摄图像大小及标定的球的大小来选取合适的点数。

在 1/4 图像区域选取均布的 10 个点,通过以上

步骤求取校正系数。把这些校正系数代入误差模型,对椭圆几何中心进行校正,结果如图 5 所示。

可以看出校正后误差在 1 pixel 之内,校正效果显著。当点位于图像其他位置时,由校正(12)式求得 (δ_d^u, δ_d^v) 后,由表 1 中的公式分别进行校正。

表 1 图像各部分的校正公式

Table 1 Correction formula on different part of the image

Upper left up region	Lower left region	Upper right region	Lower right region
$u = u_d - \delta_d^u$	$u = u_d - \delta_d^u$	$u = u_d + \delta_d^u$	$u = u_d + \delta_d^u$
$v = v_d - \delta_d^v$	$v = v_d + \delta_d^v$	$v = v_d - \delta_d^v$	$v = v_d + \delta_d^v$

4 实验及结果

4.1 球心投影点畸变校正实验

本实验中摄像机采用德国 AVT 公司的 Guppy F-146C,其分辨率为 1392 pixel×1040 pixel,像素单元尺寸为 4.65 μm×4.65 μm 通过 1394 接口采集数据。采用半径为 20 mm、外径尺寸精度为±0.05 mm 的球作为空间球。球的定位由大型光学隔振平台 LSXPT 实现,其重复定位精度±0.05 mm。为了消除镜头畸变等对球成像的影响,需要标定出相机镜头畸变系数。实验过程如下:

- 1) 在精密平台上布置一系列球,使得这些球的像在像平面右下部分均匀分布;
- 2) 根据相机透视成像模型^[8],计算球心在 CCD

上的成像点作为理想点;

3) 拍摄图像,镜头畸变校正后使用 Canny 边缘检测算子精确提取成像椭圆轮廓,利用最小二乘法拟合椭圆方程^[16]计算得到椭圆几何中心,即球心像点的畸变点;

4) 由实验过程 2) 得到的理想像点,与实验过程 3) 得到的畸变点作为已知量,由最小二乘法求解超定方程组(13)式,得出最优误差校正系数 $\{a_i\}$ 、 $\{b_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$),由此建立球心成像误差校正模型;

5) 在平台上任意放置球,由实验过程 1)~4) 步骤得到畸变点和理想点,畸变点由实验过程 5) 中求出的校正系数进行校正后,与理想点进行比较。

表 2 校正系数

Table 2 Correction coefficient

a_i	-0.0000180	-0.000069	-0.0000226	0.0203	0.0083	1.1022
b_i	0.0000079	-0.000023	0.0000164	-0.0012	0.0065	0.9849

图 7(a)表示镜头畸变校正前后的椭圆几何中心,图 7(b)表示球心畸变校正前后的椭圆几何中心。图 7(c)、(d)分别表示校正前后的球心畸变误差。如图 7(b)所示,球心畸变误差基本沿着偏离图像中心的方向且离图像中心越远,畸变越大,和仿真

分析结果一致。将利用图 6(a)求取的校正系数代入校正模型(12)式和表 1 对球心畸变点进行校正后,球心投影定位误差稳定在 1 pixel 之内,有效地提高了球心定位精度。

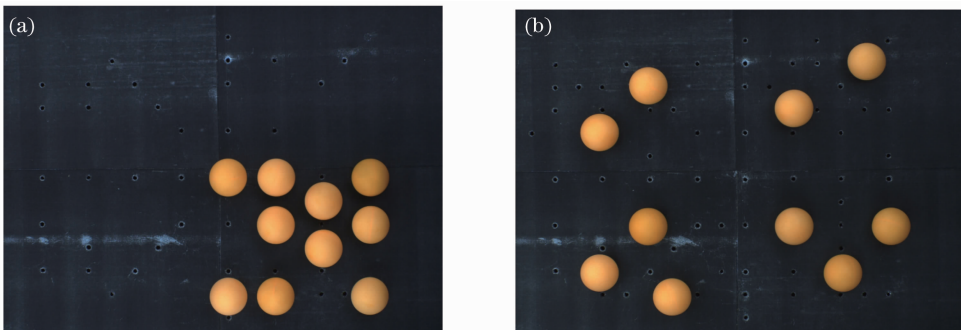


图 6 实验图像。(a) 用于计算校正系数的图像;(b) 验证校正效果的图像

Fig. 6 Experimental images. (a) Image for calculating correction coefficient; (b) image for verifying the correction result

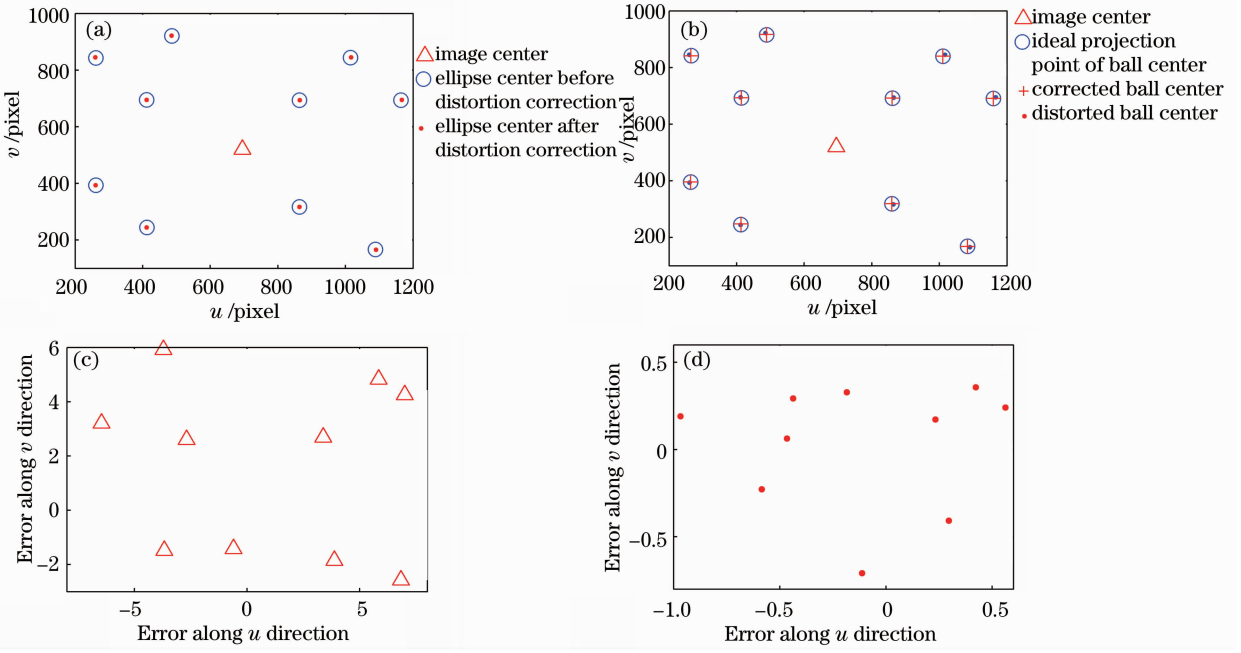


图 7 实验结果。(a)镜头畸变校正前后的椭圆几何中心;(b)球心畸变校正前后的椭圆几何中心;
(c),(d)分别为校正前后的球心畸变误差

Fig. 7 Experimental results. (a) Ellipse center before and after camera distortion correction; (b) ellipse center before and after ball-center distortion correction; (c), (d) are ball-center distortion error before and after correction, respectively

4.2 实验中球心空间定位误差对球心成像畸变校正影响的分析

在球心投影像点畸变校正实验中,用于球心空间定位的大型光学隔振平台有一定定位误差,且实验所用球靶标并非标准球,有一定的加工误差,这些因素均会引起球心空间定位误差。经测量球的外径误差范围在 ± 0.05 mm,光学平台重复定位精度为 ± 0.05 mm,因此由实验条件客观因素导致的球心空间定位误差为 ± 0.1 mm。下面通过实验分析该误差对球心成像畸变校正的影响。

设由光学平台确定的空间某球的球心坐标为 P

(x, y, z),由于定位不准及球的加工误差导致 P 产生误差 $\Delta p, \Delta p \in [-0.1, +0.1]$ mm。利用计算机为图 6(a)中用于计算校正系数的球的位置 x, y, z 分别随机产生 40 组大小在 $-0.1 \sim 0.1$ mm 之内的一致分布误差,由相机透视成像模型计算球心像点,与坐标为 P 时的像点坐标进行比较。为简单起见,仅给出其中一个球的一组结果。其他位置具有类似的结果,如图 8(a)所示。另外,取每个球的位置误差 Δp 均为最大值(0.1, 0.1, 0.1),单位为 mm,重新拟合校正系数,计算校正结果并与 $\Delta p = (0, 0, 0)$ 时校正结果进行比较,如图 8(b)所示。

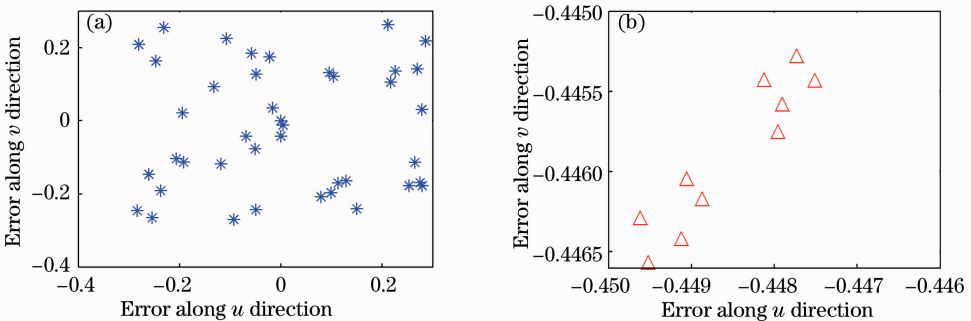


图 8 实验结果。(a) Δp 对像点位置的影响;(b) Δp 取 0.1 mm 时与 $\Delta p = 0$ 时的比较

Fig. 8 Experimental results. (a) Influence of Δp on image position of sphere center; (b) comparison of correct results between $\Delta p = 0.1$ mm and $\Delta p = 0$

图 8(a)表明,球心空间定位精度为 ± 0.1 mm 时,球心像点位置变化稳定在 0.3 pixel 之内,远小于由球透视投影产生的畸变,因此对建立球心成像畸变模型有一定的影响,但是影响不大。图 8(b)进一步说明了,当球心空间定位误差在一定精度范围内时,校正后球心像点位置浮动基本在 0.5 pixel 之内。实验进一步说明了本论文建立的校正模型具有一定的稳健性,可以有效地校正球心畸变。

5 结 论

基于球的透视成像模型,分析了球心的透视投影像点与其成像后椭圆几何中心之间的误差变化规律,并建立了两者之间的误差校正模型。仿真和实验均表明,该模型可以有效地校正球心成像畸变误差。校正系数的求取只需要空间布置 6 个以上的球,操作方便,设备简单,并且通过单幅图像即可求解校正系数。当球半径与球心到光心的距离比值 σ 在一定范围之内时,在某平面上获取的校正系数对于校正空间任意位置球的球心像坐标均有效。该校正方法对于使用球标定摄像机时球心精确定位具有一定的应用价值。需要注意的是,当 σ 取值过大时,球的相对大小对畸变误差的影响将不可忽略,校正模型失效。

参 考 文 献

- 1 Zhu Jia, Li Xingfei, Xu Yingxin. Camera calibration technique based on active vision[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1297~1303
朱 嘉, 李醒飞, 徐颖欣. 摄像机的一种主动视觉标定方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1297~1303
- 2 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming *et al.*. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 465~472
霍 炬, 杨 卫, 杨 明. 基于消失点几何特性的摄像机自标定方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 465~472
- 3 R. Hartley. An algorithm for self calibration from several views [C]. Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern

- Recognition, 1994. 908~912
- 4 Jiang Guangwen, Chao Zhichao, Fu Sihua *et al.*. High-accurate camera calibration technique based on controllable rotation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1308~1314
姜广文, 晁志超, 伏思华 等. 基于可控旋转的像机高精度标定技术[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1308~1314
- 5 Xue Junpeng, Su Xianyu. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(1): 0115001
薛俊鹏, 苏显渝. 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定[J]. *光学学报*, 2012, **32**(1): 0115001
- 6 Z. Zhang. Camera calibration with one-dimensional objects[J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(7): 892~899
- 7 Zhang Qiong, Wang Zhiliang, Chi Jiannan *et al.*. Calibration for gaze tracking system based on stereo cameras and plane mirror [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 1308~1314
张 琼, 王志良, 迟健男 等. 基于平面镜面向双摄像机视线追踪系统的标定方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 1308~1314
- 8 J.-Y. Bouguet. Camera Calibration Toolbox for Matlab [OL]. http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/
- 9 Z. Y. Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(11): 1330~1334
- 10 J. Heikkila, O. Silvén. A four step camera calibration procedure with implicit image correction[C]. Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition, 1997. 1106~1112
- 11 E. Shen, R. Hornsey. Multi-camera network calibration with a non-planar target [J]. *IEEE Sensors J.*, 2011, **11**(10): 2356~2364
- 12 R. Hartley, A. Zisserman. Multiple View Geometry in Computer Vision[M]. 2nd ed.. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003
- 13 H. Zhang, K. Wong, G. Zhang. Camera calibration from images of spheres [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, **29**(3): 499~503
- 14 Han Jiandong, Yang Hongju. Analysis method for the projection error of circle center in 3D vision measurement [J]. *Computer Science*, 2010, **37**(12): 247~249
韩建栋, 杨红菊. 三维视觉测量中圆中心投影误差分析方法[J]. *计算机科学*, 2010, **37**(12): 247~249
- 15 Wei Zhenzhong, Zhang Guangjun. A distortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2003, **24**(2): 160~164
魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. *仪器仪表学报*, 2003, **24**(2): 160~164
- 16 E. S. Maini. Enhanced direct least square fitting of ellipses[J]. *Int. J. Patt. Recogn. Artif. Intell.*, 2006, **20**(6): 939~953

栏目编辑: 李文洁