

# 傅里叶望远镜中激光频移误差对成像质量影响的分析

孔新新<sup>1,2</sup> 黄 旻<sup>1</sup> 张文喜<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院光电研究院, 北京 100094; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘要** 傅里叶望远镜成像技术, 综合了激光主动成像技术、光学合成孔径技术和相位闭合技术是一种新的高分辨率成像探测技术。激光频移的效果是影响傅里叶望远镜成像质量的重要因素, 特别是使用大功率、宽光束和宽调制带宽激光的系统。构建了不同的误差模型, 推导了频移误差在系统中的传递函数, 利用仿真实验分析其对系统成像的影响, 得到了对应的误差影响分析。结果表明, 频移精度和稳定度严重影响到系统的成像效果, 部分情况下含有误差的反演图像与理论反演图像的施特雷尔值已降到 0.2, 因此合理的设计和选择声光频移器是改善系统成像的一个关键因素。

**关键词** 成像系统; 傅里叶望远镜; 激光频移; 误差模型; 声光频移器

**中图分类号** TH743 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1211001

## Effect Analysis of Laser Frequency-Shift Error on Imaging Quality in Fourier Telescope

Kong Xinxin<sup>1,2</sup> Huang Min<sup>1</sup> Zhang Wenxi<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)  
(<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** Fourier telescope (FT) is a sort of high-resolution imaging technology, which integrates laser initiative imaging technology, optical synthetic aperture technology and phase close technology. The effect of frequency shifting of laser is one of the most important factors to influence imaging quality of the FT system, especially in the situation of high power, broad beam and large modulation bandwidth. Various frequency-shifting error models are proposed, the transfer function of error in system is built, the effect of which on imaging of the system is researched by simulation, error analysis results of the various models are obtained. According to the results, the image quality of the system is directly influenced by the frequency shift accuracy and stability, the value of Strehl between the inverted image with error and the theoretically inverted image is below 0.2 in some of the models. As indicated, the reasonable design of acousto-optical frequency shifter and the driver circuit is an important way to improve the imaging of the system.

**Key words** imaging systems; Fourier telescope; frequency shift; error model; acousto-optical frequency shifter

**OCIS codes** 110.1650; 110.1758; 110.31751

## 1 引 言

傅里叶望远镜(FT)采用光学干涉成像技术, 20 世纪 70 年代 Aleksoff<sup>[1]</sup> 提出了利用激光干涉条纹对目标进行高分辨率成像的概念, 1996~1999 年 Holmes 等<sup>[2,3]</sup> 在图像重构算法以及强大湍流的影响等方面做了大量深入研究, MacDonald<sup>[4]</sup> 于 1999 年最早进行了室内原理验证的实验研究, 在之后的

短短三四年里, 傅里叶望远镜从理论走向了实际系统的开发和应用<sup>[5,6]</sup>。

激光频移是该系统的重要组成部分。激光的频移技术包括内调制和外调制, 由于傅里叶望远镜需要多束相干激光同时干涉, 因此不能采用内调制方式, 常见的外调制方式有声光频移和电光频移, 声光器件可以通过声波和光波的相互作用达到控制激光频率

**收稿日期**: 2012-05-16; **收到修改稿日期**: 2012-06-20

**基金项目**: 中科院知识创新工程重大项目资助课题。

**作者简介**: 孔新新(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事计算光学方面的研究。E-mail: xxkong@aoe.ac.cn

**导师简介**: 黄 旻(1976—), 男, 博士, 研究员, 主要从事光谱成像技术方面的研究。E-mail: huangmin@aoe.ac.cn

的目的,已经很成熟地应用在光纤通信和激光加工等方面。目前,钼酸铅和氧化铽是应用最广泛的声光材料,仅美国就有十多个公司一直从事该领域的研究和应用工作,其中较为有名的公司有 Isomet, Harris, Anderson, Inrad, Crystal Technology 等<sup>[7,8]</sup>。

傅里叶望远镜系统需要不同频移量的多束激光进行干涉,产生干涉条纹扫描目标,不稳定的频移量会影响干涉条纹的效果,降低采集信号的有效性,特别是应用在深空探测时,需要大功率、长相干长度激光,但同时带来的问题是调制难度的增加。因此,分析频移误差对成像的量化影响,为选择或设计声光频移器和驱动电路提供指标支持<sup>[9]</sup>。

## 2 理论分析

### 2.1 傅里叶望远镜原理

傅里叶望远镜的原理如图 1 所示,多束通过频率调制的激光同时照射到目标上,形成移动的干涉条纹并扫描目标,经探测器接收目标调制的反射回

波,回波中包含着目标强度分布函数的频谱信息,经相位闭合算法消除大气湍流引起的主要相位误差,解调出各频域下的频谱值,然后通过傅里叶逆变换重建目标图像<sup>[2]</sup>。

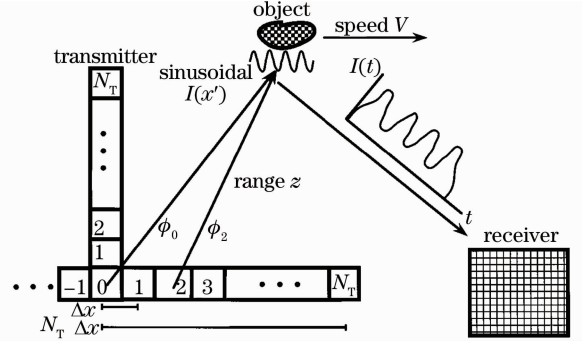


图 1 傅里叶望远镜原理示意图

Fig. 1 Schematic of Fourier telescope principle

两束经过频移的激光在目标表面形成干涉条纹,假设傅里叶望远镜与空间目标在成像过程中相对静止,探测的回波信号  $S(k, t)$  可以表示为目标表面反射率  $O(x)$  经过干涉光束  $E_1$  和  $E_2$  调制的积分<sup>[2]</sup>

$$S(k, t) = c \int_t^{t+T} d\tau \int dx O(x) \times |E_1 \exp(i\omega_1 \tau + ik_1 x) + E_2 \exp(i\omega_2 \tau + ik_2 x)|^2 = c I_0 \int_t^{t+T} d\tau \int dx O(x) \{2 + \exp[i\omega \tau + ikx + i\phi(k)] + c. c. \}, \quad (1)$$

式中  $k$  为空间频率,  $t$  为探测器采样时刻,  $T$  为探测器积分时间,  $c$  为比例常数,  $O(x)$  为目标,  $\phi(k)$  为干涉光随机相位,  $\omega = \omega_1 - \omega_2$  为干涉光之间的频差,  $x$  为发射器的空间位置,  $I_0 = |E_1|^2 = |E_2|^2$  为干涉光束的强度,  $c. c.$  为式中指数项的共轭。  $S(k, t)$  经过计算简化,利用傅里叶分量  $O(k)$  表示

$S(k, t) = c' \{2O(o) + O(k) \times \exp[i\omega(t + T/2) + i\phi(k)] + c. c. \}$  (2)  
 $c' = c I_0 T \sin(\omega T/2)$ ,  $c. c.$  为傅里叶分量  $O(k)$  与初相位乘积的共轭,利用回波信号的  $N$  点采样,可以得到目标傅里叶分量的测量值  $M(k)$

$$M(k) = \sum_{j=0}^{N-1} S[k_0 t + (j - 1/2)T] \exp(-ij\omega T). \quad (3)$$

当  $N\omega T = 2n\pi$  时,  $n = 1, 2, \dots$ , (3)式可简化为

$$M(k) = Nc'O(k) \exp[i\omega t + i\phi(k)]. \quad (4)$$

为消除两束光的初始相位差、光程差、大气湍流及其他不稳定因素引起的相位畸变,得到目标真实的傅里叶分量  $O(k)$ ,需引入第三束光,同时要求三光束之间的频差为  $\omega, 2\omega, 3\omega$ ,则可推出三组  $M(k)$ :

$$\begin{aligned} M(k_{12}) &= Nc'O(k_{12}) \exp[i\omega t + i(\phi_1 - \phi_2)], \\ M(k_{23}) &= Nc'O(k_{23}) \exp[2i\omega t + i(\phi_2 - \phi_3)], \\ M(k_{13}) &= Nc'O(k_{13}) \exp[3i\omega t + i(\phi_1 - \phi_3)], \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  分别为三束光的累积相位,利用相位闭合,消除相位的扰动误差,得到图像的真实相位,经过傅里叶逆变换,反演出目标图像。

### 2.2 图像质量评价工具

图像重建质量的评价参数采用施特雷尔准则<sup>[10]</sup>,施特雷尔值是两图像强度分布互相关谱的归一化结果。如(7)式所示,当两图像强度分布相同时,即无误差重建像  $O_T$  与有误差重建像  $O_R$  相同,施特雷尔值为 1。施特雷尔值越靠近 1,说明无误差重建图像与有误差重建图像越相似,则系统的频移误差影响越小,因此文中使用施特雷尔值来表达频移误差对系统成像的影响程度。

$$H(x, y) = O_T \otimes O_R = \iint I_T^*(k_x, k_y) I_R(k_x, k_y) \times \exp[-i2\pi(k_x f_x + k_y f_y)] df_x df_y. \quad (6)$$

式中  $H(x, y)$  为  $O_T$  和  $O_R$  做互相关运算,  $O_T$  为无误差重建像的强度分布,  $O_R$  为有误差重建像的强度分

布,  $I_T$  和  $I_R$  分别是  $O_T$  和  $O_R$  的傅里叶变换, 则图像的施特雷尔比可定为

$$\eta_{\text{Strehl}} = \frac{\max |H(x, y)|^2}{\iint O^* \tau(x, y) O_T(x, y) dx dy \iint O_R^*(x, y) O_R(x, y) dx dy}. \quad (7)$$

### 2.3 图像误差的来源

由于声光频移器含有频移误差, 因此采集到的数据  $S(k, t)$  中的  $\omega$  会有偏差, 假设光束 A、B、C 的频移误差分别为  $\omega'_1$ 、 $\omega'_2$ 、 $\omega'_3$ , 则光束 AB 之间的频差可表示为  $\omega + (\omega'_1 - \omega'_2) = \omega + \omega'_{12}$ , 光束 BC、AC 同理, 带有误差的信号  $S'(k, t)$  采用傅里叶分量可以表示为

$$S'(k, t) = c' \left\{ 3O(0) + O_{12}(k) \exp \left[ i(\omega + \omega'_{12}) \left( t + \frac{T}{2} \right) + i\phi_{12}(k) \right] + O_{23}(k) \exp \left[ i(2\omega + \omega'_{23}) \left( t + \frac{T}{2} \right) + i\phi_{23}(k) \right] + O_{13}(k) \exp \left[ i(3\omega + \omega'_{13}) \left( t + \frac{T}{2} \right) + i\phi_{13}(k) \right] + c. c \right\}, \quad (8)$$

c. c. 为傅里叶分量  $O_{12}(k)$ 、 $O_{23}(k)$  和  $O_{13}(k)$  与各自初相位乘积的共轭项, 当  $N$  点采样符合  $N\omega T = 2n\pi$  时, 通过解调函数得到

$$M'_{12}(k) = \sum_{j=0}^{N-1} S' \left[ k, t + \left( j - \frac{1}{2} \right) T \right] \exp(-ij\omega T) = c' \sum_{j=0}^{N-1} \{ O_{12}(k) \exp [ ij\omega'_{12} T + i\phi_{12}(k) ] + O_{12}^*(k) \exp [ -ij(2\omega + \omega'_{12}) T - i\phi_{12}(k) ] + O_{23}^*(k) \exp [ -ij(\omega + \omega'_{23}) T - i\phi_{23}(k) ] + O_{23}^*(k) \exp [ -ij(3\omega + \omega'_{23}) T - i\phi_{23}(k) ] + O_{13}^*(k) \exp [ -ij(2\omega + \omega'_{13}) T - i\phi_{13}(k) ] + O_{13}^*(k) \exp [ -ij(4\omega + \omega'_{13}) T - i\phi_{13}(k) ] \}. \quad (9)$$

空间频率  $O_{12}(k)$  不仅受到  $\omega'_{12}$  调制, 还会受到共轭项和其他两个空间频率的影响, 同理,  $O_{23}(k)$ 、 $O_{13}(k)$  时也会受到调制。由于相位闭合采用固定光束顺序的迭代方法, 误差会被传递放大。文献[11]中介绍的全相位谱分析方法, 当频移量的误差为常数时, 采用全相位谱分析可以滤掉共轭项和其他两个空间频率等高频项的影响, 但还是会受到未知  $\omega'_{12}$  的调制。对于动态变化的频移误差量  $\omega'_{12}$ , 用该方法提取频谱时会引入很大的不确定度, 降低成像效果, 目前也没用很好的方法消除其影响。

## 3 仿真结果

声光频移器几种常见的误差有精度误差、稳定度误差和频率串扰等, 频移精度误差是指实际频移量和理论频移量的静态绝对值, 由于换能器的镀膜缺陷和驱动电路设计问题, 输出的频移量会有一定的偏差; 频移稳定度误差是指实际频移量在理论值附近振动, 以不稳定的振幅和方差输出, 其原因主要来自于驱动电路和频移器的不匹配。

将不同的频率误差加入到理论数据中, 构造了频移精度误差和频移稳定度误差下的数据源, 采用正常的解调反演算法, 得到两种情况下的反演图像, 与无误差情况下的结果比较, 分析误差对成像的

化影响。仿真基于三光束相干成像, 三束光(A、B、C)的频移量分别为 80、80.01、80.03 MHz, 为降低模拟时间, 目标大小采用 10 pixel × 10 pixel, 如图 1 所示, 发射系统采用 T 型发射架, 三束光每次以不同的位置分布在 T 型架上照射目标, 横轴的发射镜位置有 33 个, 竖轴的发射镜位置有 16 个, 模拟接收回波, 解调并反演出目标图像。

### 3.1 频移精度误差

频移精度误差情况下, 误差量是常数, 为了分析各种分配情况下误差的影响, 利用 Matlab 软件以三束光的频移量为变量, 采用嵌套循环方式计算出所有情况下的反演图像施特雷尔值, 组成一个三维矩阵, A、B、C 光的误差量都是从 -200 ~ 200 Hz。将得到的矩阵以不同的方式投影。

#### 3.1.1 只有一束光存在误差下的投影

当 B 光存在误差  $\omega'_2$  时,  $\omega'_1 = 0$  和  $\omega'_3 = 0$ , 影响的是 10 kHz 和 20 kHz 两个较小的差频; 只当 C 光存在误差  $\omega'_3$  时,  $\omega'_1 = 0$  和  $\omega'_2 = 0$ , 影响的是 20 kHz 和 30 kHz 两个较大的差频, 同样大小的误差量作用在较小的差频中会产生较大的影响。由图 2、3 可以看出同样的误差大小下, B 光对应的图像施特雷尔值比 C 光的小, 图像质量较差。在这种情况下, 当系统中 B 光的频移误差为 80 Hz 时, 反演图像的施特

雷尔值降到 0.8, 因为 B 光的误差对系统的影响是最大的, 所以采用该光束结果作为器件设计依据。

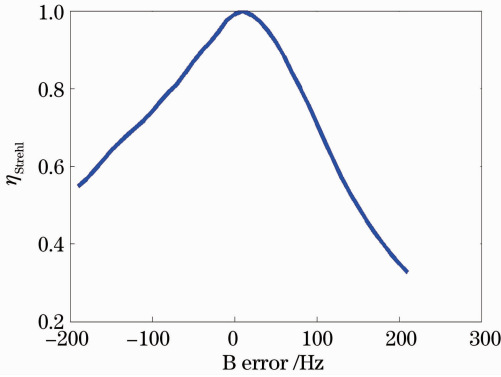


图 2 B 光误差分析

Fig. 2 Error analysis of laser B

为零, 等效于不存在误差, 反演图像施特雷尔值为 1, 当 B 光的误差小于 200 Hz 时, 施特雷尔值变化类似于第一种情况时的上升沿或下降沿, 如图 4 所示。

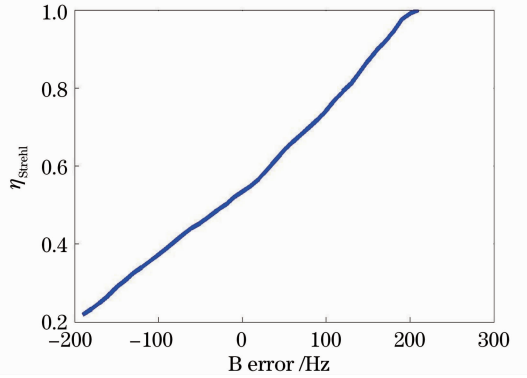


图 4 B 光误差分析

Fig. 4 Error analysis of laser B

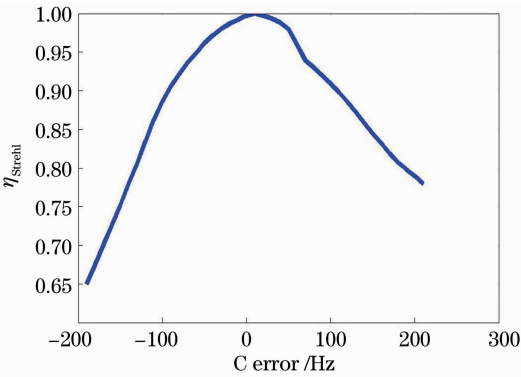


图 3 C 光误差分析

Fig. 3 Error analysis of laser C

### 3.1.3 误差影响全局分析

在各种误差情况下组成的三维误差立方体中寻找图像施特雷尔值 0.8 以上的点, 这些点对应的误差量可视作有效的。由于采用的是同样性能的频移器, 产生的误差绝对值是相同的, 因此寻找的方法为以三维数据的中心 ( $\eta_{\text{Strehl}} = 1$ ) 向周围以正方体的方式遍寻, 正方体边长  $L$  的一半是频移误差的大小。如表 1 所示, 当 ABC 的误差分别是  $-30, 30, -30$  Hz 时, 出现最小的施特雷尔值为 0.8395, 当 ABC 的误差分别是  $-40, 40, -40$  Hz 时, 最小施特雷尔值为 0.7576, 因此, 当频移器的误差量小于 30 Hz 时, 可视作合格的频移器, 如果频移器的基频为 80 MHz, 则频移精度系数 (误差量与基频的比值) 需保持  $4 \times 10^{-7}$ 。

### 3.1.2 都存在误差的情况下的投影

由模型可知, 当  $\omega'_1 = 200$  Hz,  $\omega'_3 = 200$  Hz, B 光的误差  $\omega'_2$  达到 200 Hz 时, 三束光两两的差频误差

表 1 不同误差组合下的施特雷尔值

Table 1 Strehl of different combination of error

A error /Hz			B error /Hz			C error /Hz			Strehl		
									L=40 Hz	L=60 Hz	L=80 Hz
20	30	40	20	30	40	20	30	40	1.0000	1.0000	1.0000
20	30	40	20	30	40	-20	-30	-40	0.9800	0.9616	0.9359
20	30	40	-20	-30	-40	20	30	40	0.9182	0.8700	0.8115
20	30	40	-20	-30	-40	-20	-30	-40	0.9457	0.9038	0.8517
-20	-30	-40	20	30	40	20	30	40	0.9331	0.8719	0.7998
-20	-30	-40	20	30	40	-20	-30	-40	0.9193	0.8395	0.7576
-20	-30	-40	-20	-30	-40	20	30	40	0.9794	0.9393	0.9194
-20	-30	-40	-20	-30	-40	-20	-30	-40	1.0000	1.0000	1.0000

### 3.2 频移稳定度误差

不同于频移精度误差模型的  $\omega'_1$  是个常数, 频移稳定度误差模型中  $\omega'_1$  是随时间变化的一个量, 可采用正弦和白噪声误差分布模拟分析。在正弦情

况下:

$$\omega'_1 = R_A \sin(Wt + \phi). \quad (10)$$

在高斯白噪声情况下:

$$\omega'_1 = f_{\text{wgn}}(1, n, p), \quad (11)$$

式中  $R_A$  为误差振幅,  $W$  为误差频率, (11) 式中的  $f_{\text{wgn}}$  是 Matlab 软件中产生高斯白噪声的函数  $\text{Wgn}(\cdot)$ , 会产生一个 1 行  $n$  列的高斯型白噪声向量  $\omega'_1$ , 式中  $p$  是以 dBm 为单位的输出白噪声强度。分别构造上述两种误差下的数据源, 反演后将得到的目标图像与无误差图像比较。

正弦误差模型是假设频移量在时间轴上有个正弦调制, 该误差的振幅和频率对系统成像的影响如图 5 所示。由图知正弦误差频率一定时, 图像质量随振幅的增加而近线性降低, 类似频移精度误差模型。仅 A 光存在正弦误差且频率为 10 kHz, 振幅为 30 Hz 时, 反演图像施特雷尔值为 0.8128, 低于频移精度误差模型中 A 光误差量为 30 Hz 时的施特雷尔值 0.9602。三束光都有误差时, 误差频率为 10 kHz, 振幅为 20 Hz 时, 反演图像施特雷尔值为 0.8091, 此种情况下, 满足要求的声光频移器频移精度系数为  $2.5 \times 10^{-7}$ 。

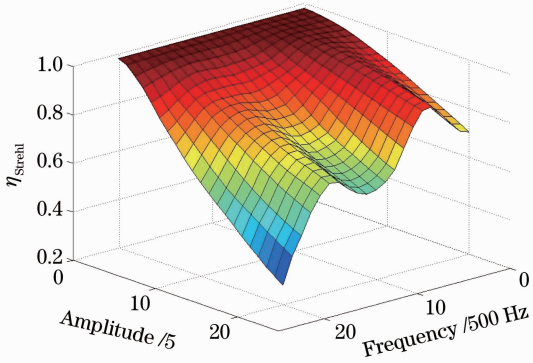


图 5 A 光正弦误差分析

Fig. 5 Sine error analysis of laser A

白噪声模型是将白噪声添加到输出信号中, 由于电路的设计问题, 信号中不可避免的引入白噪声, 换能器和驱动电源匹配不好也会反馈影响到信号的稳定性。噪声功率跟反演图像质量的关系如图 6 所示, 图像质量随噪声功率近线性下降趋势, 当 A 光噪声功率为 20 dBm 时, 引起的噪声在 30 Hz 内浮动, 图像施特雷尔值为 0.9304, 也低于频移精度误差模型中 A 光误差量为 30 Hz 时的施特雷尔值 0.9602。三束光都有误差时, 噪声功率为 25 dBm, 引起的噪声在 60 Hz 内浮动, 反演图像施特雷尔值为 0.8441, 此种情况下, 满足要求的声光频移器频移精度系数为  $7.5 \times 10^{-7}$ 。

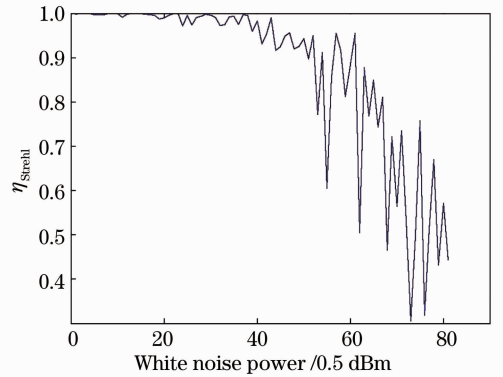


图 6 A 光白噪声误差分析

Fig. 6 White noise error analysis of laser A

为了便于直观看到反演图像的效果, 将目标换为  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$ , 引入频移误差使反演图像的施特雷尔值为 0.8134, 结果如图 7 所示。

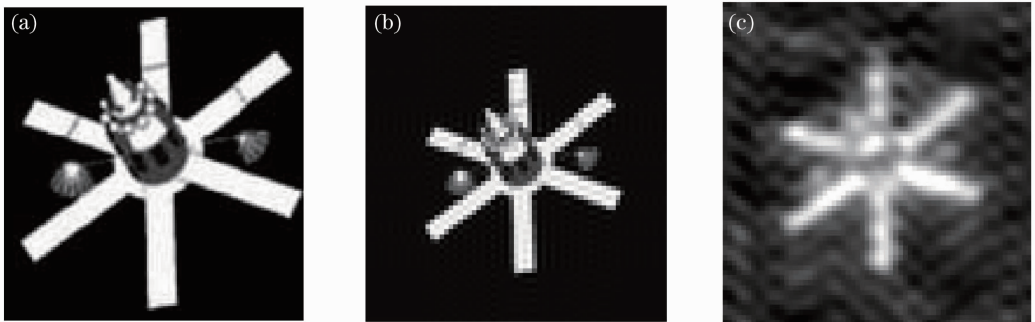


图 7 计算机仿真结果。(a) 原始图像; (b) 理论的反演结果; (c) 有频移误差的反演结果

Fig. 7 Simulation results. (a) Original image; (b) theoretically inverted result;

(c) inverted result with frequency-shift error

## 4 结 论

激光的调制效果关系到采集数据的有效性, 影响着傅里叶望远镜的成像效果。通过分析误差来源

并依其建立了两种误差模型, 仿真分析了两种模型下频移误差对系统成像的影响。结果表明, 在目标大小为  $10 \text{ pixel} \times 10 \text{ pixel}$  的三光束成像系统下, 当

一束光频移精度系数在  $10^{-6}$  量级时,反演图像的施特雷尔值下降到 0.8,当多束光同时存在误差时,成像效果会更差,每束光的频移精度系数达到  $4 \times 10^{-7}$  时才能保证反演图像的施特雷尔值在 0.8 以上,只有当频移量误差的大小和方向相同时,反演图像才是无畸变状态;频移稳定度误差模型相比精度模型,由于多了时域变化的误差源,频移误差对系统的影响更加明显,当正弦误差信号的振幅 20 Hz,频率 10 kHz 时,反演图像的施特雷尔值降至 0.8091,白噪声误差信号的振幅为 60 Hz 时,反演图像的施特雷尔值降至 0.8441。综上所述,为保证反演图像的有效性,声光频移器需要选取最高的频移精度,为  $2.5 \times 10^{-7}$ ,分析的结果和数据在设计傅里叶望远镜使用的声光频移器和驱动电路时有一定的借鉴意义。

## 参 考 文 献

- 1 C. C. Aleksoff. Synthetic interferometric imaging technique for moving objects[J]. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(8): 1923~1929
- 2 R. B. Holmes, S. Ma, A. Bhowmik, C. Greninger. Analysis and simulation of a synthetic aperture technique for imaging through a turbulent medium[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(2): 351~364
- 3 R. B. Holmes, T. Brinkley. Reconstruction of images of deep space objects using Fourier telescope[C]. *SPIE*, 1999, **3815**: 11~12
- 4 K. R. MacDonald, J. K. Boger, M. Fetrow *et al.*. An experimental demonstration of Fourier telescope [C]. *SPIE*, 1999, **3815**: 23~29
- 5 S. D. Ford, D. G. Voelz, V. L. Gamiz. Light imaging national testbed (GLINT) past, present, and future[C]. *SPIE*, 1999, **3815**: 2~10
- 6 V. L. Gamiz, R. B. Holmes, S. R. Czyzak. GLINT: program overview and potential science objectives[C]. *SPIE*, 2000, **4091**: 304~315
- 7 A. Sliwinski. Acousto-optics and its perspectives in research and applications [J]. *Ultrasonics*, 1990, **28**(4): 195~213
- 8 Xu Jieping. The Principle, Design and Application of Acousto-Optic Device[M]. Beijing: Science Press, 1982  
徐介平. 声光器件的原理、设计和应用[M]. 北京: 科学出版社, 1982
- 9 Dong Lei, Wang Bin, Liu Xinyue. Introduction to key techniques of multiple beam Fourier telescope [J]. *Chinese J. Optics & Applied Optics*, 2010, **3**(5): 440~445  
董磊, 王斌, 刘欣悦. 多光束傅里叶望远镜的关键技术[J]. *中国光学与应用光学*, 2010, **3**(5): 440~445
- 10 E. L. Cuellar, J. Staap, J. Cooper. Laboratory and field experimental demonstration of a Fourier telescope imaging system [C]. *SPIE*, 2005, **5896**: 90~104
- 11 Chen Wei, Li Quan, Wang Yangui. Object reconstruction of Fourier-telescope based on all-phase spectrum analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(12): 3441~3446  
陈卫, 黎全, 王雁桂. 基于全相位谱分析的傅里叶望远镜术目标重构[J]. *光学学报*, 2010, **30**(12): 3441~3446

栏目编辑: 李文喆