

# 数字全息图的非同步采样对再现像的影响

张延曹<sup>1</sup> 范琦<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 空军工程大学防空反导学院, 陕西 西安 710051)  
(<sup>2</sup> 空军工程大学理学院, 陕西 西安 710051)

**摘要** 基于香农采样定理和傅里叶频谱分析,通过模拟数字全息光栅的实验,对非同步采样数字全息图的一些基本问题进行了分析。模拟实验结果表明:全息图透射率函数中的低频调制现象随非同步采样光栅空间频率的增大而变得更明显;全息图再现过程中的频谱泄漏使再现波前发生高频起伏,其影响大小取决于非同步采样的偏离程度,与光栅本身的空间频率无关。另由数值模拟实验表明,频谱泄漏对再现波前的影响可通过数字全息图加窗切趾方法来抑制,以提高再现像质量。

**关键词** 全息;非同步采样;数字全息图;频谱泄漏

**中图分类号** TN247; O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1209002

## Effects of Non-Synchronous Sampling on Reconstructed Image of Digital Hologram

Zhang Yancao<sup>1</sup> Fan Qi<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Air and Ballistic Missile Defense Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China)  
(<sup>2</sup> School of Science, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China)

**Abstract** Based on the Shannon sampling theory and Fourier transform analysis, analysis on the effects of non-synchronous sampling on the reconstructed image of digital hologram is given by the simulation experiment of digital holographic grating. The results indicate that the phenomena of low frequency modulation of the transmission function will be more obvious with the increase of grating's spatial frequency; the extent of spectral leakage is determined by the deviation of non-synchronous sampling, but has nothing to do with the spatial frequency of the holographic grating itself. Finally, the experiment of digital hologram apodization using the Tukey window function shows that the apodization method can suppress the fluctuation of reconstructed wave front caused by the spectral leakage.

**Key words** holography; non-synchronous sampling; digital hologram; spectral leakage

**OCIS codes** 090.1995; 100.2000; 070.4790

## 1 引 言

全息术中,全息图的记录过程<sup>[1,2]</sup>实际是对物参光形成的干涉条纹的采样过程。为了能不失真地恢复出全息图的信息,按照频谱分析理论<sup>[3~5]</sup>,采样过程必需满足香农采样定理(即采样频率应至少是信号频率的 2 倍)。在数字全息术中,为能准确重建物光波前,要求全息图上每一个干涉条纹周期应至少被 CCD 的两个像素采样<sup>[6]</sup>。理论上,根据 CCD 的截止频率或尼奎斯特频率(采样频率的 1/2)与干

涉条纹空间频率之间的关系,通常有如下几种情况:理想采样(干涉条纹空间频率恰好等于尼奎斯特频率);欠采样(干涉条纹空间频率大于尼奎斯特频率);过采样(干涉条纹空间频率小于尼奎斯特频率)。三种情形中,只有过采样和理想采样满足香农采样定理。过采样又可细分为同步采样(干涉条纹空间频率是尼奎斯特频率的整数分之一,此时 CCD 采样窗内包含整数个信号周期,又称作相干采样)和非同步采样(干涉条纹空间频率不是尼奎斯特频率

收稿日期: 2012-06-26; 收到修改稿日期: 2012-07-24

基金项目: 陕西省自然科学基金(2010JM8012)资助课题。

作者简介: 张延曹(1965—),男,博士,副教授,主要从事数字全息技术方面研究。E-mail: yancaozhang@126.com

的整数分之一,此时 CCD 采样窗内的信号周期数不是整数,又称为非相干采样)。实际上,CCD 通常只能记录非同步采样的数字全息图。在再现过程中,CCD 采样窗的非周期性截断将引发频谱泄漏效应,使再现波前发生高频起伏,且再现像强度和相位的数值分布曲线具有明显的不对称性。其结果将导致强度和相位测量精度降低,不利于数字全息术在粒子场测量、表面形貌测量等领域中的应用。另外,非同步采样数字全息图的透射率函数中还会出现低频调制现象<sup>[7]</sup>。本文重点分析数字全息图的采样,特别是非同步采样的规律及其对数字全息图再现的影响。

## 2 数值模拟实验

数字全息术的再现过程主要是采用快速傅里叶变换算法来数值求解菲涅耳-基尔霍夫衍射积分。在数字全息图记录过程中,除了要求采样过程满足

采样定理之外,还要满足同步采样的要求,否则再现过程中会出现频谱泄漏。频谱泄漏在光学中的表现即为衍射,在数字全息术中的表现主要为再现像的对比度降低,再现波前发生高频起伏。然而在数字全息图的实际记录过程中,几乎不可能完全满足同步采样要求。下面以几组单一频率的振幅型正弦光栅为例进行分析。

### 2.1 低频调制现象分析

取 CCD 的像素数为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ ,像素尺寸为  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ ,则其在空域的采样尺寸为  $5.12 \text{ mm}$ ,截止频率为  $50 \text{ lp/mm}$ 。模拟记录的全息图分别为空间频率等于  $6, 6.25, 12, 12.5, 24, 25 \text{ lp/mm}$  的振幅型正弦光栅。假设所有光栅均由两束平面光波干涉得到,且其中一束光(物光)与 CCD 靶面垂直,另一束光(参考光)与 CCD 靶面法线有一定夹角。模拟记录结果分别如图 1~3 所示。

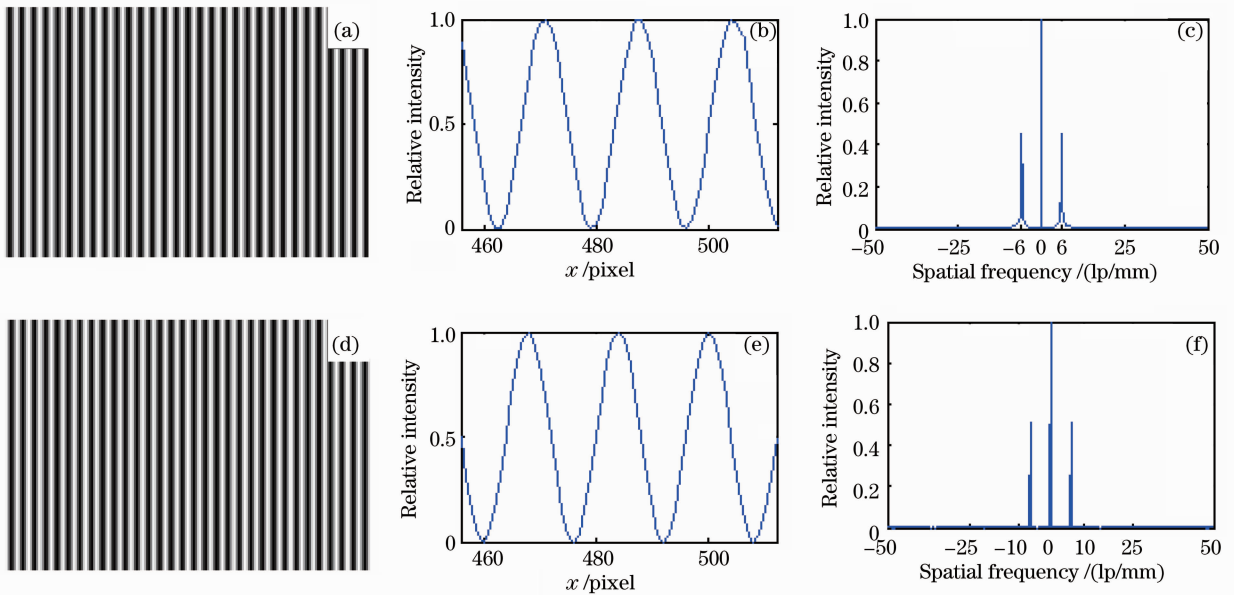


图 1 全息光栅的非同步和同步采样模拟 1。空间频率:(a)~(c)为  $6 \text{ lp/mm}$ ; (d)~(f)为  $6.25 \text{ lp/mm}$

Fig. 1 Simulation on non-synchronous and synchronous sampling of holographic gratings 1. Spatial frequency is (a)~(c)  $6 \text{ lp/mm}$ ; (d)~(f)  $6.25 \text{ lp/mm}$

图 1~3 中,图(a)和(d)分别给出了空间频率依次为  $6 \text{ lp/mm}$  和  $6.25 \text{ lp/mm}$ 、 $12 \text{ lp/mm}$  和  $12.5 \text{ lp/mm}$  及  $24 \text{ lp/mm}$  和  $25 \text{ lp/mm}$  的振幅型正弦光栅,图(b)和(e)分别为相应光栅在水平中心线上的相对透射率函数分布,图(c)和(f)分别为相应透射率函数的傅里叶频谱。由模拟所用 CCD 的参数可知,CCD 对空间频率为  $6, 12, 24 \text{ lp/mm}$  的光栅是非同步采样,且在 CCD 的横向尺寸  $5.12 \text{ mm}$  内可采样到的

光栅分别为  $30.72 (5.12 \text{ mm} \times 6 \text{ lp/mm} = 30.72)$ 、 $61.44$  及  $122.88$  个周期;而 CCD 对空间频率为  $6.25, 12.5, 25 \text{ lp/mm}$  的光栅是同步采样,且在 CCD 的横向尺寸  $5.12 \text{ mm}$  内可采样到的光栅分别为  $32, 64$  及  $128$  个整周期。

由于对空间频率为  $6, 12, 24 \text{ lp/mm}$  的光栅是非同步采样,因此在相应采样光栅的透射率曲线中可看到低频调制的现象,且随非同步采样光栅的空

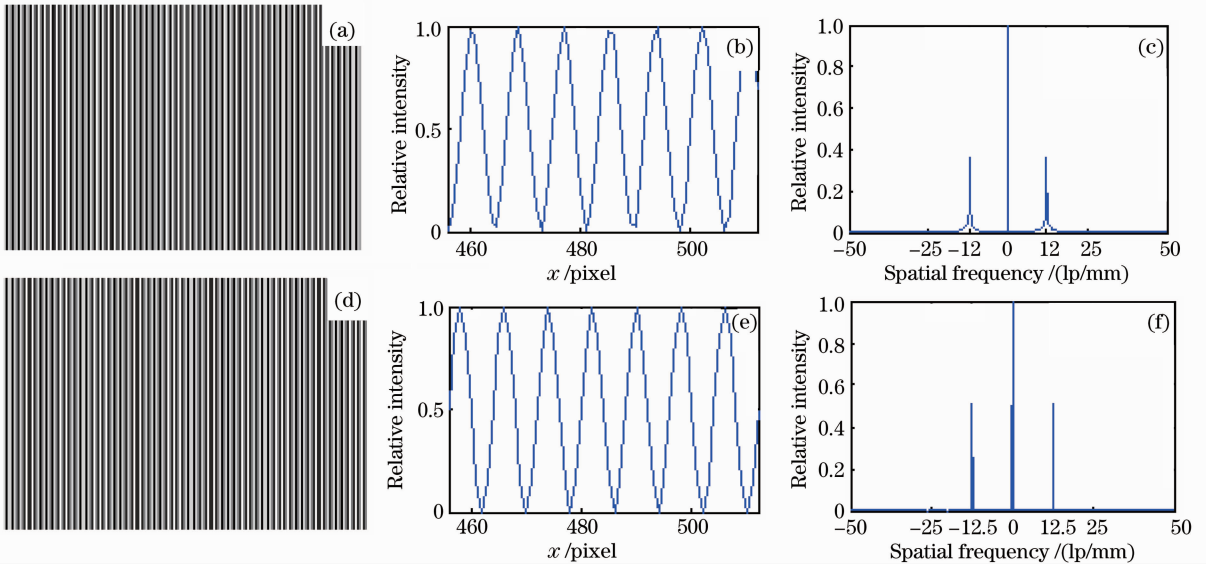


图 2 全息光栅的非同步和同步采样模拟 2。空间频率：(a)~(c)为 12 lp/mm；(d)~(f)为 12.5 lp/mm  
 Fig. 2 Simulation on non-synchronous and synchronous sampling of holographic gratings 2. Spatial frequency is (a)~(c) 12 lp/mm; (d)~(f) 12.5 lp/mm

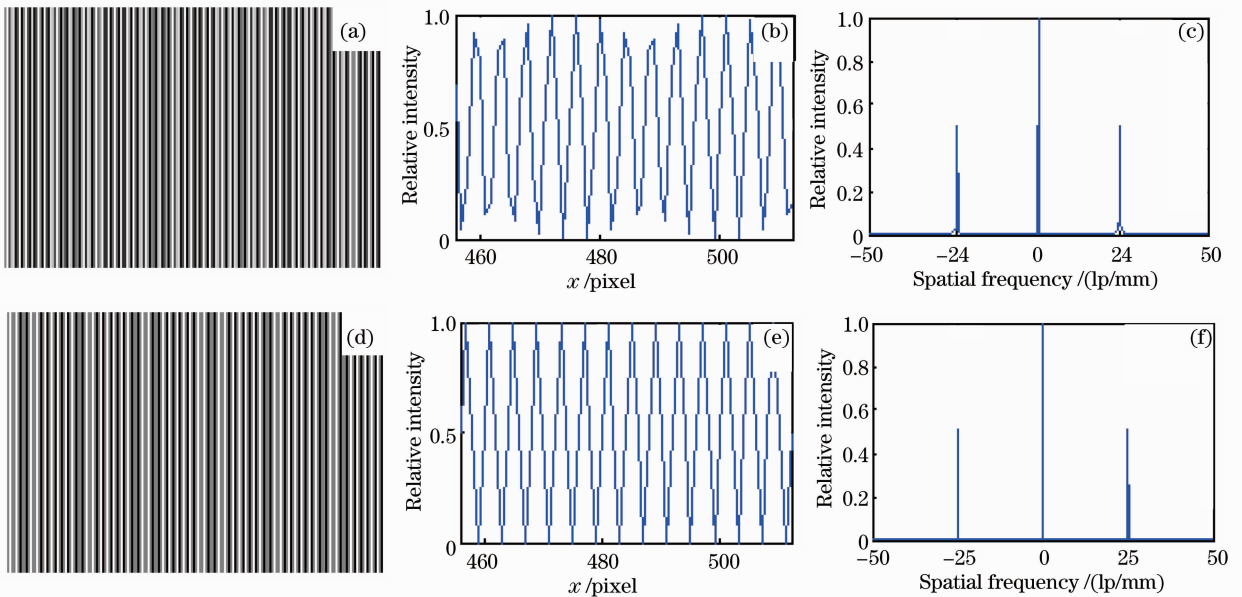


图 3 全息光栅的非同步和同步采样模拟 3。空间频率：(a)~(c)为 24 lp/mm；(d)~(f)为 25 lp/mm  
 Fig. 3 Simulation on non-synchronous and synchronous sampling of holographic gratings 3. Spatial frequency is (a)~(c) 24 lp/mm; (d)~(f) 25 lp/mm

间频率的增大而变得更明显，如图 1(b)、2(b)及 3(b)所示。这一现象可用同方向不同频率的简谐振动合成加以解释。低频调制现象即“拍”现象，调制频率即为拍频(采样频率与光栅频率之差)。因此，当光栅频率变大时，拍频减小，低频调制现象越明显。由于对空间频率为 6.25、12.5、25 lp/mm 的光栅是同步采样，因此在采样光栅的透射率曲线中看不到低频调制现象，如图 1(e)、2(e)及 3(e)所示。这是因为拍频正好等于光栅空间频率整数倍，使得

低频调制与光栅条纹采样点重合，低频调制消失。

### 2.2 频谱泄漏及其对再现波前的影响分析

比较图 1(c)、2(c)与 3(c)中的傅里叶频谱，可以看出，图 2(c)中的频谱泄漏程度大于图 1(c)中的频谱泄漏，同时图 2(c)中主频率的幅值低于图 1(c)中主频率的幅值，而图 3(c)中的频谱泄漏程度最小。由前述 CCD 对不同空间频率光栅采样周期个数的计算可得，对频率为 6 lp/mm 的光栅，偏离同步采样 0.28 个周期，对频率为 12 lp/mm 的光栅，

偏离同步采样 0.44 个周期,对频率为 24 lp/mm 的光栅,偏离同步采样 0.12 个周期。对照图 1(c)、2(c)和 3(c)中的傅里叶频谱泄漏程度与偏离同步采样程度可知,频谱泄漏程度仅与 CCD 对光栅采样时偏离同步采样的程度有关,而与光栅本身的空间频率无关。由于 CCD 对空间频率为 6.25、12.5、25 lp/mm 的光栅是同步采样,因此其相应的傅里叶频谱没有泄漏现象和主频率幅值下降的现象,如图 1(f)、2(f)及 3(f)所示。

在光信息处理系统中,空间频谱的泄漏意味着有衍射发生,它会影响再现像的强度和相位分布,如图 4 所示。其中图 4(a)、(e)分别对应图 2(a)、(d)

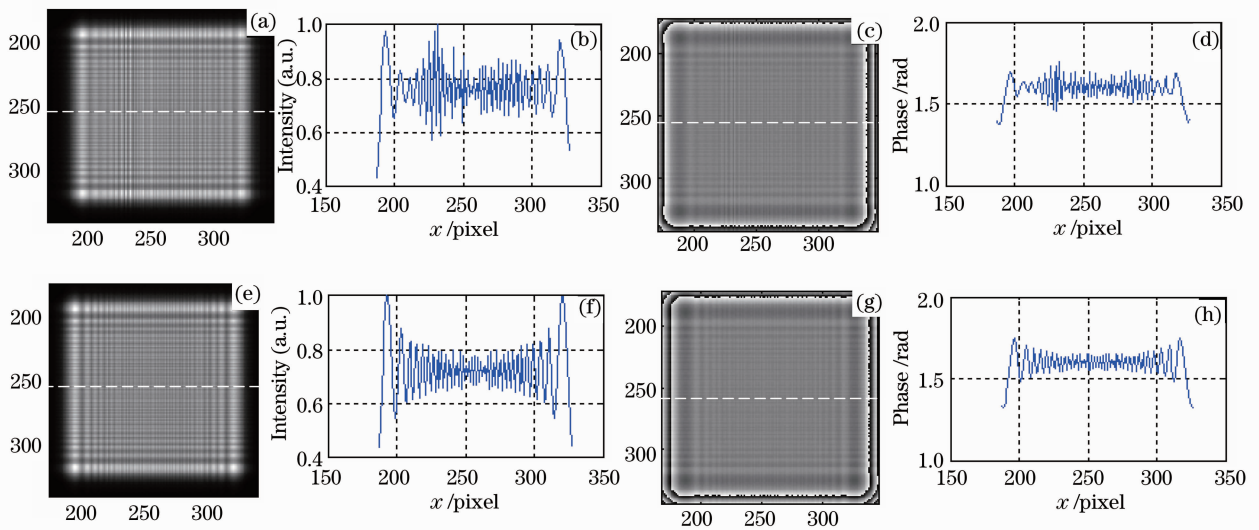


图 4 全息光栅再现像的强度和相位分布比较。空间频率: (a)~(d)为 12 lp/mm; (e)~(h)为 12.5 lp/mm

Fig. 4 Distributions of intensity and phase of reconstructed images of holographic grating. Spatial frequency is (a)~(d) 12 lp/mm; (e)~(h) 12.5 lp/mm

### 2.3 全息光栅加窗切趾的再现效果分析

由上述讨论可知,全息图的非同步采样会严重影响数字全息术的成像效果,使再现像质下降,特别是直接影响再现像的相位分布,给数字全息术用于测量中带来误差。为此可采用加窗切趾算法<sup>[8,9]</sup>进行解决。下面数值模拟分析 Tukey 窗函数对同步和非同步采样数字全息光栅切趾<sup>[10~13]</sup>后再现波前强度和相位分布特点。窗函数的参数  $r$  取值范围为  $[0, 1]$ ,它主要影响窗函数平顶部分的宽度,取值越大对泄露抑制效果越好,但对频谱分辨率越差,此处取  $r=0.3$ 。图 5 是对图 2(a)、(d)所示光栅采用 Tukey 窗函数切趾的实验结果。其中图 5(a)、(f)分别为相应光栅加 Tukey 窗函数后的结果,图 5(b)、(g)分别对应图 5(a)、(f)所示加窗全息图再现的共

所示空间频率分别为 12 lp/mm 和 12.5 lp/mm 光栅再现的共轭像的强度分布,图 4(c)、(g)分别对应图 2(a)、(d)所示光栅再现的共轭像的相位分布。图 4(b)、(f)分别为图 4(a)、(e)中虚线处的强度分布曲线。图 4(d)、(h)分别为图 4(c)、(g)中虚线处的相位分布曲线。由图 4 可以看出,满足同步采样时再现像的强度和相位分布只受全息图的边框衍射,再现波前发生高频起伏,且扰动数值分布曲线具有明显对称性;而非同步采样时除受边框衍射的影响外,还受到频谱泄漏的影响,此时扰动数值分布曲线具有明显的不对称性。

轭像的强度分布,图 5(d)、(i)是相应再现共轭像的相位分布,图 5(c)、(h)分别为图 5(b)、(g)中虚线处的强度分布,图 5(e)、(j)分别为图 5(d)、(i)中虚线处的相位分布。

可以看出,由加窗后的全息图所得的再现像同时消除了边框衍射和频谱泄漏引起的影响。具体地说,再现像中的干涉条纹基本消除,而且相应标示处强度和相位数值分布的中央区域变得均匀,更接近于理想平面波。对数字全息图进行加窗处理,是对硬边界数据截断窗口进行边界的软化处理,可用于减弱傅里叶变换时的频谱泄露,进而提高再现像的质量。这一过程在光学中相当于使用透射率渐变的孔径,从而可以减弱光学孔径的衍射,能提高成像质量。

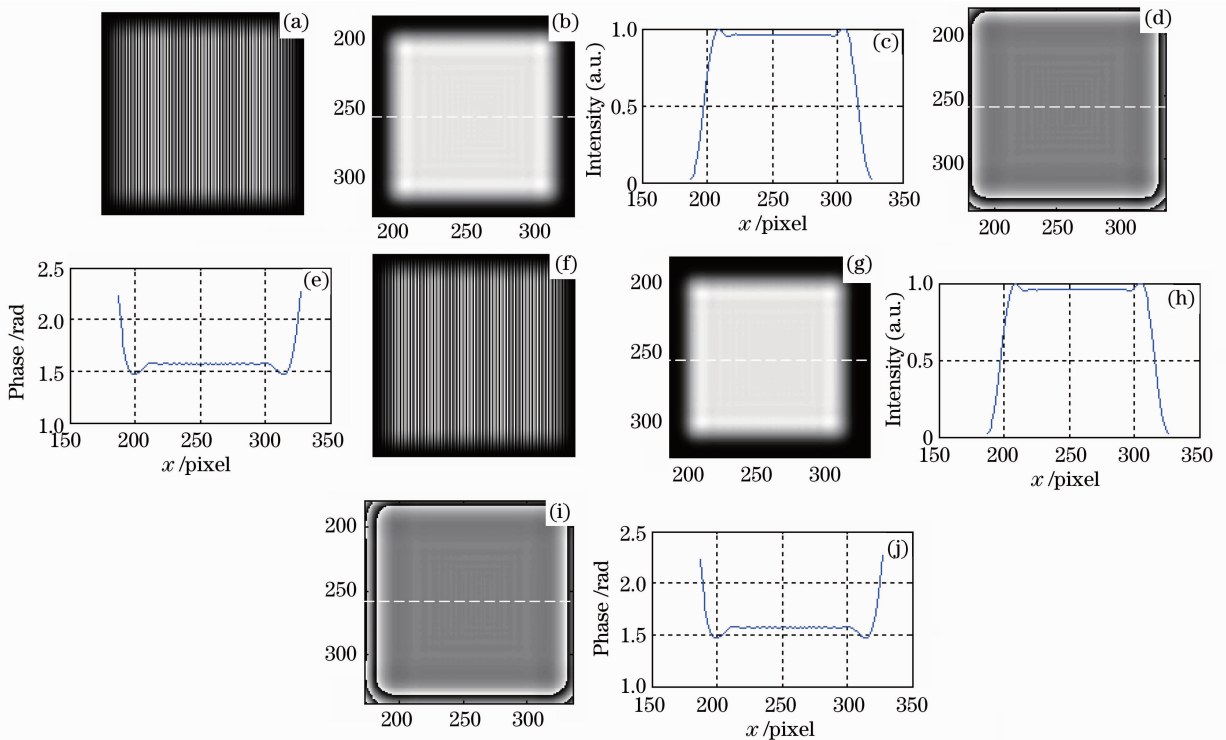


图5 全息光栅加窗切趾后再现像的强度和相位分布比较。(a)~(e)为 12 lp/mm; (f)~(j)为 12.5 lp/mm

Fig. 5 Distributions of intensity and phase reconstructed images of apodized holograms. (a)~(e) 12 lp/mm;

(f)~(j) 12.5 lp/mm

### 3 结 论

针对非同步采样数字全息图中的几个问题进行了数值模拟分析研究。振幅型正弦全息光栅模拟记录 and 再现的实验结果表明,非同步采样全息光栅透射率函数中的低频调制现象随其本身空间频率的增大而更明显;频谱泄漏的强弱取决于非同步采样的偏离程度,而与本身空间频率的高低无关。另外,频谱泄漏效应使再现波前发生高频起伏,特别地,非同步采样全息图再现像的数值分布曲线具有明显的不对称性。最后,由 Tukey 窗切趾全息图再现的模拟实验表明:频谱泄漏对再现波前的不利影响可通过加窗切趾算法加以解决。

### 参 考 文 献

- U. Schnars, W. Jüptner. Digital recording and numerical reconstruction of holograms [J]. *Meas. Sci. & Technol.*, 2002, **13**: R85~R101
- E. Cuche, F. Bevilacqua, C. Depeursinge. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(5): 291~293
- A. Stern, B. Javidi. General sampling theorem and application in digital holography [C]. *SPIE*, 2004, **5557**: 110~123
- M. Jacquot, P. Sandoz. Sampling of two-dimensional images: prevention from spectrum overlap and ghost detection [J]. *Opt. Engng.*, 2004, **43**(1): 214~223
- A. Stern, B. Javidi. Analysis of practical sampling and reconstruction from Fresnel fields [J]. *Opt. Engng.*, 2004, **43**(1): 239~250

- Fan Qi, Zhao Jianlin, Li Shiyang *et al.*. Detail displaying and vision aberration rectifying of reconstructed image in digital holography [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(10): 1401~1405
- 范琦, 赵建林, 李世扬等. 数字全息再现像的细节显示和畸变矫正 [J]. *中国激光*, 2005, **32**(10): 1401~1405
- Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lü Xiaoxu *et al.*. Analysis of some fundamental issue about digital hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 465~471
- 钟丽云, 张以谟, 吕晓旭等. 数字全息中的一些基本问题分析 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 465~471
- E. Cuche, P. Marquet, C. Depeursinge. Aperture apodization using cubic spline interpolation: application in digital holographic microscopy [J]. *Opt. Commun.*, 2000, **182**(1-3): 59~69
- R. Jóźwicki, J. Bartold, M. Prytulak. Application of digital hologram apodization for surface shape measurement methods [C]. *SPIE*, 2006, **6254**: 625415
- Zhang Yancao, Zhao Jianlin, Zhang Wei *et al.*. Digital hologram apodization using Tukey-window function [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(12): 2256~2260
- 张延曹, 赵建林, 张伟等. Tukey 窗函数用于数字全息图的切趾研究 [J]. *光子学报*, 2007, **36**(12): 2256~2260
- Zhang Yancao, Zhao Jianlin, Fan Qi *et al.*. Application of digital hologram apodization using Tukey-window for particle in-focus position measurement [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(10): 1542~1547
- 张延曹, 赵建林, 范琦等. Tukey 窗切趾全息图用于粒子场在焦位置测量的实验研究 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(10): 1542~1547
- Yancao Zhang, Jianlin Zhao, Qi Fan *et al.*. Improving the reconstruction quality with extension and apodization of digital hologram [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(16): 3070~3074
- Zhang Yancao, Zhao Jianlin, Fan Qi *et al.*. Application of apodization digital holography in phase measurement [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(6): 1402~1406
- 张延曹, 赵建林, 范琦等. 切趾数字全息术在相位测量中的应用 [J]. *中国激光*, 2010, **37**(6): 1402~1406

栏目编辑: 何卓铭