

轴锥镜光强分布的角谱衍射数值分析法

张旭升¹ 何 川¹ 撒芃芃²

(¹ 北京理工大学光电学院, 北京 100081
² 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要 针对理论上推导轴锥镜的衍射光场分布解析式较为困难,且用菲涅耳衍射理论分析时存在近轴近似及不能适用于近场衍射光场分析的问题,采用了严格遵从标量衍射亥姆霍兹方程的角谱衍射波前重建方法,对轴锥镜在单色和准单色高斯光波照射下的横向和轴向衍射光强分布特性,以及在单色均匀平面光波照射下的轴向衍射光强分布进行了数值计算和分析。结果表明,轴锥镜后单色光衍射光强分布在几何光束重叠的菱形区域内为近似无衍射贝塞尔光强分布,轴上光强沿光轴方向呈振荡变化,轴上光强分布规律与入射光波的垂轴横向光强分布有关;入射光的准单色性使得贝塞尔衍射条纹对比度略下降、轴上光强沿光轴方向振荡程度减小,但分布规律与单色光一致。

关键词 傅里叶光学;衍射光强分布;角谱;轴锥镜;贝塞尔

中图分类号 O438.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1207001

Intensity Distribution Analysis of Axicon Lens by Numerical Angular Spectrum Method

Zhang Xusheng¹ He Chuan¹ Han Pengpeng²

(¹ School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China
² Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)

Abstract The lateral and on-axis diffractive intensity distributions of an axicon lens illuminated by the monochromatic and quasi-monochromatic Gaussian beams are numerically calculated and discussed by using the angular spectrum method. Also, the on-axis diffractive intensity distribution of the axicon illuminated by uniform monochromatic plane wave is given. Unlike the well-known Fresnel diffraction integral, the propagation theory of angular spectrum defers to the more rigorous Helmholtz scalar wave equation with fewer approximation, resulting in more accurate results. The results of numerical calculation show that the intensity distribution of diffractive field in the rhombic region determined by the overlap of light rays has the characteristics of diffraction-free Bessel beam. The intensity on the optical axis changes in a fluctuating way which shows direct correlations with the lateral intensity distribution of the incident waves. In the quasi-monochromatic case, the contrast of Bessel fringes and the degree of fluctuation of on-axis intensity tends to decrease slightly, depending on the bandwidth of incident beam, while the intensity distribution keeps the same form as the monochromatic case.

Key words Fourier optics; diffractive intensity distribution; angular spectrum; axicon lens; Bessel

OCIS codes 070.4790; 070.7345; 260.1960

1 引 言

轴锥镜能产生近似无衍射贝塞尔光束,无衍射贝塞尔光束具有中央光斑尺寸小、在较长传播距离内不发散和自重建等性质,近年来引起了研究人员

的广泛重视。在高分辨率光学相干层析技术中,已采用轴锥镜获得小焦斑和大焦深^[1,2]。此外,也可采用带球差的球面透镜组合产生近似贝塞尔光束^[3],利用正、负轴锥镜胶合形成组合轴锥镜延长无

收稿日期: 2012-06-04; 收到修改稿日期: 2012-07-04

基金项目: 北京理工大学基础研究基金(3040012211105)资助课题。

作者简介: 张旭升(1978—),男,博士,讲师,主要从事光学成像与测量、偏振分析与测量等方面的研究。

E-mail: zhangxs@bit.edu.cn

衍射传播距离^[4],或者组合轴锥镜和透镜用以将高斯光束转化为超高斯光束、空心光束等^[5],可用于激光加工、微小粒子捕获(光镊)和原子冷却等。

理论上分析各种入射光波下轴锥镜后面的光强分布较为复杂和困难,在几种简单情形下,可导出轴锥镜的衍射光强理论分布式^[6~8],由于采用了菲涅耳衍射近轴近似,需注意其近似条件及适用空间范围。大多数情况下采用数值计算方法来分析轴锥镜后的衍射光强分布是方便且较为全面准确的。衍射角谱理论严格遵从标量衍射的亥姆霍兹方程,未作菲涅耳近似处理,能对衍射现象从频域角度作较为准确的描述。采用角谱衍射波前数值重建方法计算并分析了轴锥镜在单色和准单色高斯光照射下的衍射光强分布特性。

2 轴锥镜衍射光场分析

2.1 单色平面光波入射的光强理论分布

求解各种入射光波形态下轴锥镜的衍射光场分布理论解析式是较为复杂和困难的。图1为轴锥镜

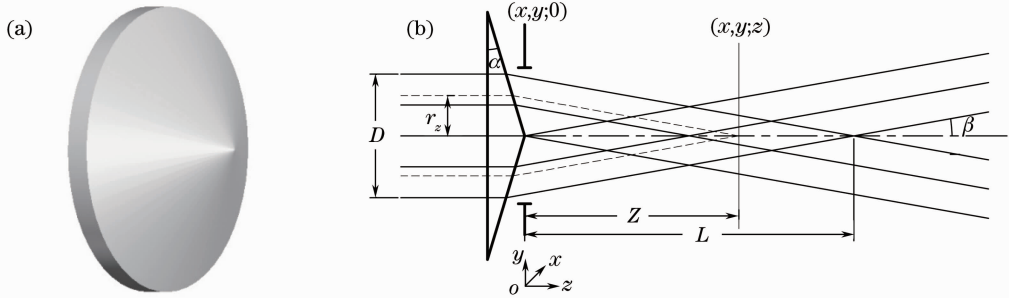


图1 (a)轴锥镜立体示意图;(b)轴锥镜衍射的理论分析

Fig. 1 (a) 3D image of axicon lens; (b) theoretic analysis of diffraction by the axicon lens

上述理论计算式采用近轴菲涅耳衍射积分导出,存在一定的局限性。首先只有在近轴区域和远场区域(取决于菲涅耳近似条件)上述公式给出的结果才较为准确。另外对于复色光,事实上也难以导出其理论衍射光场分布表达式。光波衍射及干涉的共同作用将使图1光束重叠的菱形区域内产生贝塞尔光场,而在菱形区域以外的空间,光波干涉作用迅速衰减,预计光场将偏离贝塞尔分布,但(1)式和(2)式仍给出严格的贝塞尔光强分布,这显然是不准确的。利用衍射光学角谱传播数值算法可准确求解轴锥镜的衍射光强分布。

2.2 轴锥镜衍射的角谱分析法

由角谱传播理论求解轴锥镜后的衍射光场复振幅分布,然后得到其光强分布。如图1所示,通常轴锥镜 α 角较小(典型值如 1° 、 2° 、 5° 等),为便于衍射

衍射光场分析的示意图,图中 L 为几何光束发生重叠的菱形区域长度,衍射光波在该区域内还将发生干涉。入射光波为单色平面波且满足圆对称时,可导出轴锥镜在考察面 (x, y, z) 内的衍射光强分布为^[6]

$$I(r, z) = I(r_z) \frac{2\pi k r_z \sin \beta}{\cos^2 \beta} J_0^2(kr \sin \beta), \quad (1)$$

式中 $I(r_z)$ 为在孔径高 r_z 处的入射光强, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 为垂轴径向坐标, z 为光波从孔径面到考察面的传播距离, $k = 2\pi/\lambda$, $J_0(\cdot)$ 为第一类零阶贝塞尔函数。贝塞尔衍射光场中央亮斑半径为 $r_0 = 2.405/(k \sin \beta)$ 。(1)式要求 $r_z \leq D/2$, $z \leq L$, $r \leq D/2$ 。进一步,若入射光为准直的单色基模高斯光束,则衍射光强分布为^[7]

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{4\pi^2 \beta^2 z}{\lambda} \right) \exp\left(-\frac{2\beta^2 z^2}{\omega_0^2}\right) J_0^2(k\beta r), \quad (2)$$

式中 I_0 是轴上入射光强, λ 为波长, ω_0 为激光高斯光束的束腰半径。

分析,可将轴锥镜作为透明薄相位板处理,其透射相位函数为

$$t(x, y) = \exp[ik(nD/2 - nr + r)\alpha], \quad (3)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, n 为轴锥镜折射率, r 为垂轴径向坐标。设入射光波的复振幅分布为 $u_i(x, y, 0)$,紧贴轴锥镜后表面的孔径平面 $(x, y, 0)$ 的入射光复振幅分布可表示为 $u(x, y, 0) = u_i(x, y, 0)t(x, y)$,观察平面 (x, y, z) 与孔径平面距离为 z 。根据标量衍射角谱理论^[9],观察平面上的光场复振幅分布为

$$u(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}[A_0(k_x, k_y, 0)H(k_x, k_y)], \quad (4)$$

式中 k_x, k_y 为 x, y 方向的波数分量; $A_0(k_x, k_y, 0)$ 为孔径平面上的入射光波角谱,即 $u(x, y, 0)$ 的傅里叶频谱; \mathcal{F}^{-1} 为逆傅里叶变换; $H(k_x, k_y)$ 为角谱传递函数

$$H(k_x, k_y) = \begin{cases} \exp(iz \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}), & k_x^2 + k_y^2 \leq k^2 \\ 0, & k_x^2 + k_y^2 > k^2 \end{cases} \quad (5)$$

因此,孔径平面后的任意观察平面 $(x, y; z)$ 上的复振幅分布可通过两次傅里叶变换计算得到。

2.3 准单色光衍射的光强分析

准单色光场可分解成一系列单色光波分量的线性组合^[9],空间任一点 P 的标量光波扰动 $u(P, t)$ 可用逆傅里叶变换表示为

$$u(P, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(P, \nu) \exp(j2\pi\nu t) d\nu, \quad (6)$$

式中 ν 为光波频率, $U(P, \nu)$ 为 $u(P, t)$ 的傅里叶频谱,可理解为频率 ν 的单色波分量的权重。准单色光照射轴锥镜的衍射情形,可先将准单色光分解为不同频率单色光分量的线性组合,权重因子则为其傅里叶频谱系数,然后利用单色光照射轴锥镜的衍射角谱算法,分别求得这些不同频率单色光分量产生的衍射光强分布,再将这此强度值加权求和,最后得到准单色光照射轴锥镜产生的衍射光强分布。

3 数值计算结果及分析

3.1 单色高斯光束入射的衍射光强分布

设轴锥镜 $\alpha=5^\circ$ 、 $n=1.4527$,入射光为基模高斯光束, $\lambda=0.840 \mu\text{m}$,正入射在轴锥镜上的垂轴光强 I_0 服从 $\exp(-2r^2/\omega_0^2)$ 的指数分布。取孔径光阑

$D=0.25 \text{ mm}$, $\omega_0=0.125 \text{ mm}$,则 $L=3.137 \text{ mm}$ 。根据标量衍射理论,孔径平面上空间频率大于 $1/\lambda$ 的信息并不能向前传播,故在衍射孔径和考察面上采样周期均取为 $0.977 \mu\text{m}$,这样有效孔径内的采样数便为 256×256 。采用角谱衍射数值计算方法分别计算出 $z=50 \mu\text{m}$ 、 $L/4$ 、 $L/2$ 、 $3L/4$ 、 L 、 $3L/2$ 几个观察面上的光强,分别如图2(a)~(f)所示。为便于更清楚地观察衍射条纹,图2(a)~(f)各图均把最大光强值归一化为了灰度值255。图2(a)由于观察面很靠近轴锥镜,光波重叠较少,仅中心局部产生贝塞尔条纹,其余部分仍大体呈现入射光波形态;图2(f)由于考察面 $z>L$ 超出几何光束重叠区域,呈现出圆环状“空心”光束形态,但由于衍射、干涉等作用中央仍存在较暗的贝塞尔条纹。

图3为 $z=L/4$ 、 $L/2$ 两个面上的径向光强分布曲线,在两个面上各自都进行了归一化处理,两者的中心光强实际上并不相等。通过分析衍射光强在空间的分布情况,可看出在几何光束重叠的菱形区域内($0 < z < L$)的衍射光强分布近似符合贝塞尔分布,而菱形区域外的空间位置,由于衍射光波重叠渐少致使干涉作用快速衰退,因此贝塞尔条纹对比度迅速衰减。

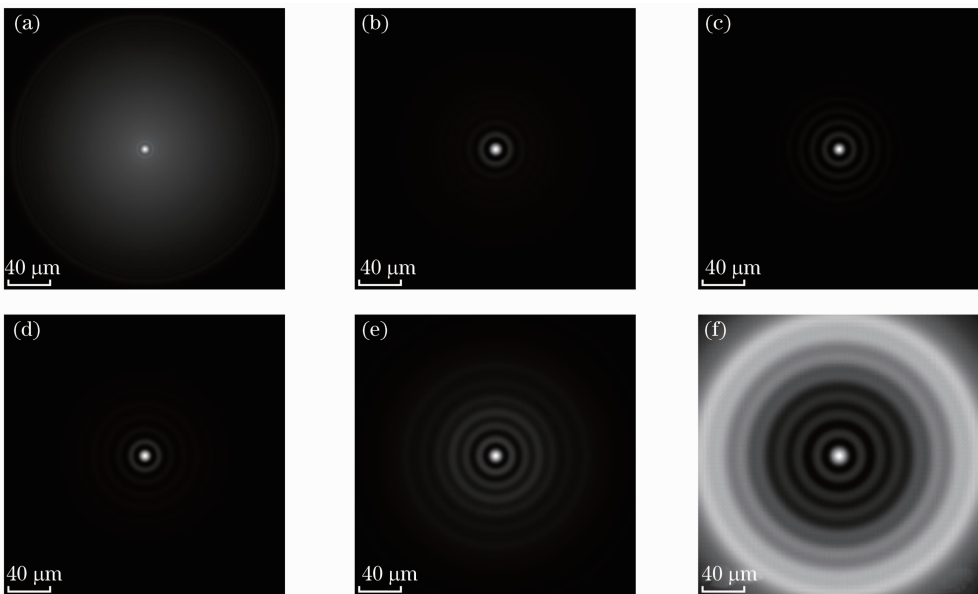


图2 单色高斯光束入射的衍射光强图

Fig. 2 Lateral intensity patterns of axicon illuminated by monochromatic Gaussian beam

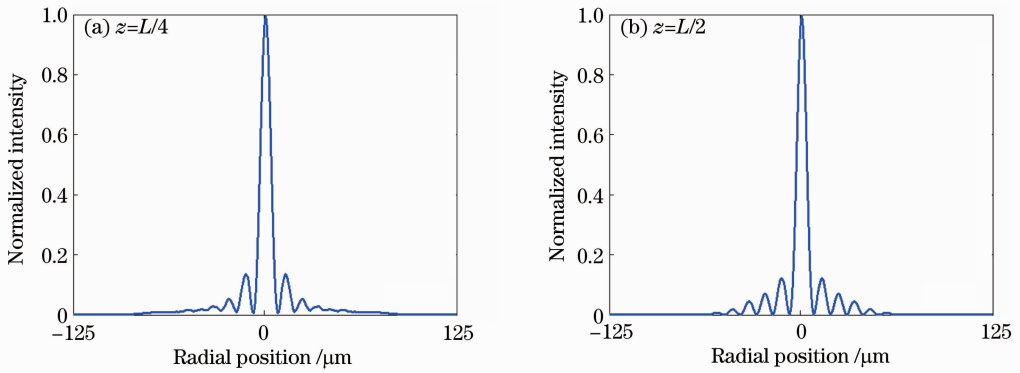


图 3 单色高斯光入射的衍射垂轴归一化光强分布。(a) $z=L/4$; (b) $z=L/2$

Fig. 3 Normalized radial intensity distributions for monochromatic Gaussian beam. (a) $z=L/4$; (b) $z=L/2$

图 4 为单色高斯光入射时的轴向相对光强分布图。由图 4 可知,贝塞尔光场中央光斑的直径在 $0 < z < L$ 范围内基本保持不变,展现出无衍射特性。此外,轴上光强的分布并非简单的线性分布情况,具体的分布曲线如图 5(a) 所示。

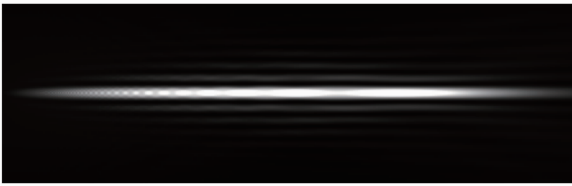
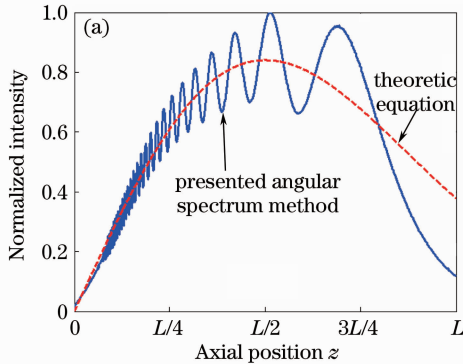


图 4 单色高斯光入射的轴向归一化光强分布 ($0 < z < L$)

Fig. 4 Normalized longitudinal intensity for monochromatic Gaussian beam ($0 < z < L$)

图 5(a) 为单色高斯光束入射时的轴锥镜衍射光场轴上相对光强随距离 z 的变化曲线。其中实线表示的是本文所述角谱数值计算法得出的结果,中央光斑光强(轴上光强)随 z 振荡变化,轴上最大光强值出现在 $z=L/2$ 附近;虚线表示的是根据衍射光场理论解析(1)式或(2)式得出的结果。可见,由于理论解析式在推导过程中对数学物理模型做了简



化近似处理,使得其所得结果也被大大简化,本应振荡变化的轴上光强分布被简化为光滑抛物线状分布,光强分布的细节信息丢失,但总体趋势是一致的。图 5(b) 为当入射光波为单色均匀平面波时的轴锥镜衍射光场轴上相对光强分布曲线,在数学分析上可通过取 $\omega_0 \rightarrow \infty$ 使得(2)式和(7)式中的指数函数 $\exp(\cdot) = 1$ 来实现。显然,轴上光强总体上随 z 大致呈“线性”增大趋势,角谱计算结果显示轴上光强为振荡式增大过程,而理论解析(1)式或(2)式则简化为理想线性增大形式,这是另一类基于全息的线性轴锥镜^[7]所力求达到的效果。图 5(a)、(b) 曲线各自进行了归一化。

3.2 准单色高斯光束入射的衍射光强分布

轴锥镜常被用于准单色光入射情形,例如在光学相干层析成像中被用来扩展焦深。分析准单色高斯光束入射时轴锥镜的衍射光强分布特性,能为轴锥镜应用于非相干光或部分相干光照明的情形提供理论依据。

设入射光束为准单色高斯光束(例如由超辐射发光管 SLD 给出的光束),光谱范围为 (840 ± 50) nm,

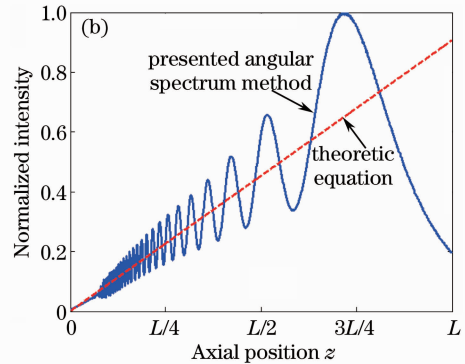


图 5 单色光入射的轴上归一化光强分布。(a) 高斯光波入射情形; (b) 均匀平面波入射情形

Fig. 5 Normalized on-axis intensity distribution for monochromatic beam. (a) Case of Gaussian beam incidence; (b) case of uniform plane wave incidence

其垂轴光强分布仍由(7)式给出。简便起见,假设该光束的光谱分布均匀,即光谱加权系数 ω_i 为 1。采用衍射的角谱传播数值计算方法计算出衍射光场分

布,其中 $z=L/4, L/2$ 两个垂轴观察面径向光强分布曲线以及轴上光强分布曲线如图 6、图 7 所示。

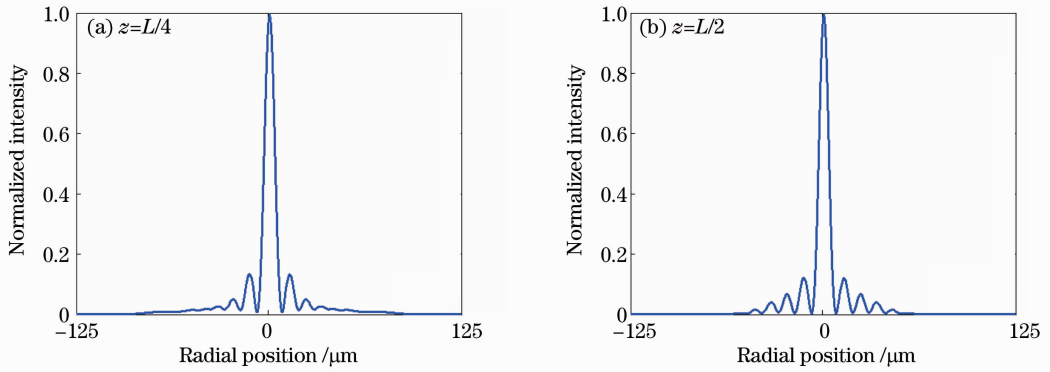


图 6 准单色高斯光入射的垂轴归一化光强分布。(a) $z=L/4$; (b) $z=L/2$

Fig. 6 Normalized radial intensity distributions for quasi-monochromatic Gaussian beam. (a) $z=L/4$; (b) $z=L/2$

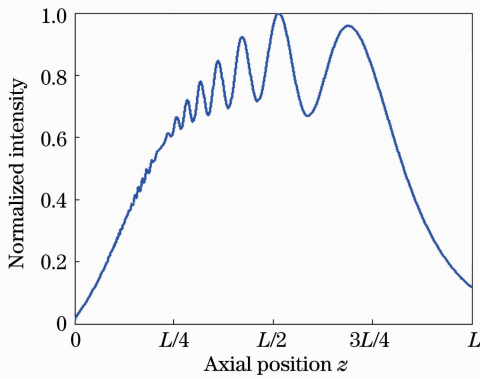


图 7 准单色高斯光入射的轴上归一化光强分布

Fig. 7 Normalized on-axis intensity distribution for quasi-monochromatic Gaussian beam

与单色光强分布曲线比较可知,在垂轴考察面内准单色高斯光产生的衍射条纹对比度比单色高斯光产生的衍射条纹对比度略小(变化不大);轴上光强分布曲线则振荡性减小,但分布规律与单色光一致,在高斯光束入射情形下最大轴上光强同样出现在 $L/2$ 附近。

4 结 论

利用角谱衍射波前数值重建方法计算并分析了轴锥镜在单色和准单色高斯光束照射下的衍射光强分布特性,以及单色均匀平面波照射时的轴上衍射光强分布特性。结果表明,轴锥镜后衍射光强分布只在几何光束重叠的菱形区域内为近似贝塞尔光强分布,轴上光强沿光轴方向振荡变化,轴上光强总体分布规律与入射光波的垂轴横向光强分布有关,当

入射光为高斯光束时衍射光场的最大轴上光强出现在 $L/2$ 附近,且中央光斑直径沿光轴方向在 $0 < z < L$ 范围内基本保持不变;准单色入射光的光谱展宽将使得贝塞尔衍射条纹对比度略下降、轴上光强沿光轴方向振荡性减小,但总体分布规律与单色光一致。

参 考 文 献

- 1 Z. Ding, H. Ren, Y. Zhao *et al.*. High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens[J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(4): 243~245
- 2 K. Lee, J. P. Rolland. Bessel beam spectral-domain high-resolution optical coherence tomography with micro-optic axicon providing extended focusing range [J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(15): 1696~1698
- 3 Lu Wenhe, Wu Fengtie, Zheng Weitao. Generation of non-diffraction Bessel-like beam using a lens axicon[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1618~1621
卢文和, 吴逢铁, 郑维涛. 透镜轴锥镜产生近似无衍射贝塞尔光束[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1618~1621
- 4 Ma Liang, Wu Fengtie, Huang Qilu. A new type of combined axicon for generating non-diffracting Bessel beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(8): 2417~2420
马 亮, 吴逢铁, 黄启禄. 一种产生无衍射贝塞尔光束的新型组合透镜[J]. *光学学报*, 2010, **30**(8): 2417~2420
- 5 K. Ait-Ameurp, F. Sanchez. Gaussian beam conversion using an axicon[J]. *J. Mod. Opt.*, 1999, **46**(10): 1537~1548
- 6 R. M. Herman, T. A. Wiggins. Production and uses of diffractionless beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, **8**(6): 932~942
- 7 A. T. Friberg. Stationary-phase analysis of generalized axicons [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(4): 743~750
- 8 Z. Zhai, B. Zhao. Diffraction intensity distribution of an axicon illuminated by polychromatic light[J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2007, **9**(10): 862~867
- 9 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics; 2nd Edition [M]. New York: McGraw-Hill, 1996