大气湍流对环形拼接望远镜主动控制中光学 倾斜测量的影响

袁 沭^{1,2} 金振宇¹ 李银柱¹ 刘 忠¹

(¹中国科学院云南天文台, 云南 昆明 650011 2 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 从理论上分析了大气湍流引起的球面波波前到达角的时空统计特性。讨论了在近地湍流环境中,利用光学 倾斜测量方法实现高精度、高带宽的拼接望远镜主动对准的可能性。在研究到达角的空间相关性时考虑了有限湍 流外尺度效应。同时,为研究时间相关性,计算了到达角的时间互谱密度。通过数值计算得到了单次短曝光测量 误差的均方值以及时间积分抑制误差的效应。给出了在不同湍流环境和 0.01"测量精度要求下的倾斜控制带宽。 关键词 大气光学;环形望远镜;主动控制;波前测量

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.1201005

Effect of Atmospheric Turbulence on Optical Tip Measurement of Active Control of Ring Segmented Telescope

Yuan Shu^{1,2} Jin Zhenyu¹ Li Yinzhu¹ Liu Zhong¹

(¹Yunnan Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Kunming, Yunnan 650011, China ²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Theoretical investigations of the spatio-temporal statistical properties of arrival angle of a spherical wavefront perturbed by atmospheric turbulence are presented. The motivation is to evaluate the practicality of a high accuracy and high bandwidth active alignment for a ring segmented telescope used an optical tip measurement. The effect of finite wavefront outer scale is considered for exploring the spatial coherence of arrival angle. The temporal cross-spectrum of arrival angle is also calculated for studying the temporal coherence. The mean square of measurement error for a single short-exposure is calculated numerically. While, the magnitude of suppressing the error by time integration is discussed. The control bandwidth is calculated for an accuracy requirement of 0.01'' in some different cases of turbulence environment.

Key words atmospheric optics; ring telescope; active control; wavefront measurement OCIS codes 010.1080; 010.7060; 120.6650

1 引

言

太阳望远镜设计和使用面临的一个关键问题 是:如何减小热量和红外辐射对望远镜和观测的影 响。为此,目前大口径太阳望远镜均采用了 Gregory系统设计,将不用的热量从第一焦点(主镜 焦点)排除到望远镜之外。如果不进行特殊处理,焦 点附近将形成显著的温度梯度,由此造成望远镜内 部的剧烈湍流和热辐射,最终导致望远镜无法工作。

真空系统望远镜设计能够消除空气的温度梯度,但这样的望远镜的口径难以超过1 m。偏轴 Gregory系统将主镜焦点移出入射光路以获得较好 的成像质量^[1,2],但偏轴设计带来的偏振搅扰会降

收稿日期: 2012-06-21; 收到修改稿日期: 2012-08-28

基金项目:国家自然科学基金(10873033)资助课题。

作者简介: 袁 沭(1982—),男,博士研究生,主要从事拼接望远镜主动控制方面的研究。E-mail: yuanshu@ynao.ac.cn 导师简介: 刘 忠(1968—),男,博士,研究员,主要从事天文技术方面的研究。E-mail: lz@ynao.ac.cn

低磁场测量的精度。采用环形光学系统可以解决上述问题。这是因为环形 Gregory 系统的主镜焦点不在入射光路中,同时环形望远镜的对称光路不会产生偏振搅扰。此外,环形望远镜还拥有全空间频率干涉成像能力^[3],这使得它的分辨与相同外径的全孔径望远镜相同。环形设计易于屏蔽副镜及其他部件的红外辐射,适合进行太阳红外观测。

大口径环形望远镜需要采用主动拼接镜面,然 而边缘传感器探测自由度不足的问题使系统需要额 外的子镜倾斜测量才能实现闭环^[4]。光学测量方法 是实现高精度倾斜(角度)测量的重要手段,但其最 大的问题在于对湍流环境的敏感。本文讨论了湍流 引起的短曝光测量误差,分析了时间积分对湍流误 差的抑制作用,并且根据典型太阳望远镜局地湍流 环境讨论了倾斜测量精度与控制带宽。

2 中国巨型太阳望远镜和它的主动控制

中国未来地基光学红外太阳望远镜计划,被命名 为中国巨型太阳望远镜(Chinese giant solar telescope),采用环形拼接镜主镜,概念设计如图1所 示^[5]。其主镜外径为8m,环宽为1m,焦比为1,主 副镜距离主镜 9.6 m。环形主镜由 24 面近似 1 m× 1 m 的梯形抛物面子镜拼接而成。在主镜焦点处安 装有消热光阑。每面子镜的3个外自由度需要进行 主动控制,它们分别是切向轴旋转的倾斜,沿径向轴 旋转的倾斜以及沿光轴方向的平移。如图2所示, 子镜的邻边上布置有边缘传感器,但它们仅能测量 到子镜沿切向轴旋转的倾斜和沿光轴方向的平移, 而测量不到子镜沿径向轴旋转的倾斜。因此,环形 子镜需要额外地对沿径向轴旋转的倾斜进行测量才 能实现控制的闭环。为了能在1μm以上波段实现 衍射极限成像,该沿径向轴旋转的倾斜的相对测量 精度需要达到 0.01"量级^[6]。以自然星光作为参考 源的经典波前测量方法能够达到这个要求,但受到 全程大气的干扰以及流量的限制,该方法需要至少 30 s 的时间积分^[7~9],不能满足主动控制对带宽的要 求。而更重要的是太阳观测没有理想的点源作为波 前参考。因此,提出使用内光源波前测量方法来实现 子镜高精度高带宽的主动控制。测量的光路如图 3 所示,由人工点光源发出的球面波经过子镜反射到 Shack-Hartmann(S-H)类型的波前倾斜探测器中,图 中的圆盘代表 S-H 探测器子瞳。目前有很多种技术 能够实现主镜在子瞳内的曲率半径与主镜的不 同^[10],这样探测器就能够安装在副镜前后。为了克 服振动的干扰,倾斜测量采用短曝光较差测量方法,即以一面子镜为参考测量其他子镜相对它的倾斜。







图 2 环形拼接镜面沿径向轴旋转的倾斜误差 Fig. 2 Tip error of the ring segmented mirror rotating along the radial axis



图 3 沿径向轴旋转的倾斜测量光路结构 Fig. 3 Optical layout of tip measurement of the mirror rotating along the radial axis

3 短曝光沿径向轴旋转倾斜测量的湍流误差

考虑到近地面大气湍流明显的外尺度效

应^[11~15],假设湍流服从各向同性且低频平坦的 Kolmogorov湍流折射率起伏功率谱^[16]即

$$\phi_{n}(\kappa) = 0.033 C_{n}^{2} (\kappa^{2} + \kappa_{0}^{2})^{-11/6}, \qquad (1)$$

式中 C_n^2 为大气折射率结构常数, $\kappa_0 = 2\pi/L_0$, L_0 为湍流外尺度。

根据球面波的相位结构函数^[17]和相位结构函数与波前相位起伏功率谱的变换关系^[18],得到球面 波相位起伏功率谱与大气湍流谱的积分关系为

$$W_{\phi}(\kappa) = (2\pi)^{3} k^{2} \int_{0}^{L} \left(\frac{L}{z}\right)^{2} \phi_{n}\left(\frac{L}{z}\kappa\right) \mathrm{d}z, \qquad (2)$$

式中 k 为光波的波数,L 为光束在大气中的传播距 离。将(1)式代入到(2)式中积分得到球面波的相位 功率谱

$$W_{\bullet}(\boldsymbol{\kappa}) = 3.06k^2 C_{\rm n}^2 L(\boldsymbol{\kappa}^2 + \boldsymbol{\kappa}_0^{16/11} \boldsymbol{\kappa}^{6/11})^{-11/6}.$$
 (3)

如果对子瞳进行编号,并设第*i*个子瞳中在某 个方向上的波前到达角对应的随机过程为α_i(*t*),则 湍流引起的差分倾斜测量方差可以表示为

 $\sigma_{ij}^{2} = \langle [\alpha_{i}(t) - \alpha_{j}(t)]^{2} \rangle = 2C_{ii} - 2C_{ij}.$ (4) 式中 C_{ii} 和 C_{ij} 分别是达到角的方差和协方差。空间 上两点到达角的协方差可以表示为^[19]

$$C_{ij} = (k_{\pi}R^{2})^{-2} \int Q_{\rho}^{*}(\kappa) Q_{q}(\kappa) W_{\phi}\left(\frac{\kappa}{R}\right) \times \exp\left(\mathrm{i}\,\frac{\kappa \cdot S_{ij}}{R}\right) \mathrm{d}^{2}\kappa, \qquad (5)$$

式中 $Q_{p,q}(\kappa)$ 为第p或第q阶Zernike多项式的傅里 叶变换^[20],此时p和q均为2,R为子瞳半径, S_{ij} 为 两个子瞳的基线矢量。将(5)式代入(4)式得到

$$\sigma_{ij}^{2} = \int_{0}^{\infty} F_{ij}(\kappa) W_{\phi}\left(\frac{\kappa}{R}\right) \mathrm{d}\kappa.$$
 (6)

式中

$$F_{ij}(\kappa) = rac{32}{\pi k^2 R^4} rac{J_2^2(\kappa)}{\kappa} imes$$

 $[1 - J_0(2\kappa S_{ij}) \pm \cos(2\phi_{ij})J_2(2\kappa S_{ij})],(7)$ J_n(κ)为n阶第一类贝塞尔函数,S_{ij}为基线矢量的 模, ϕ_{ij} 为幅角。(7)式中的正号对应 x方向的到达 角,负号对应 y方向的到达角。对(6)式进行求解 得到

$$\sigma_{ij}^2 = C_n^2 L R^{-1/3} f\left(\frac{L_0}{R}, \frac{S_{ij}}{R}, \psi_{ij}\right), \qquad (8)$$

式中 f 为使用 $C_n^2 LR^{-1/3}$ 归一化的方差,需要数值积 分求解。图 4显示了子瞳直径为 5 cm 时,相邻子镜 $(S_{ij} = 1 \text{ m})$ 和相对子镜 $(S_{ij} = 6 \text{ m})$ 以及两个子瞳 波前倾斜完全不相关三种情况下,沿径向轴旋转倾 斜测量的归一化方差随外尺度的变化。可以发现,



图 4 归一化方差随外尺度的变化的函数曲线 Fig. 4 Normalized variance function of the turbulence outer scale

测量误差随着外尺度的增加而增加,并最终趋于饱 $\pi(L_0 \gg S_{ij})$ 。

4 时间积分效应

本文提及的时间积分是在一段时间范围内将连续短曝光测量结果进行平均的过程,因此 N 次测量的平均可以表示为

$$\overline{(\alpha_i - \alpha_j)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} [\alpha_i(t_n) - \alpha_j(t_n)].$$
(9)

时间积分后的方差表示为

$$\sigma_T^2 = \langle \left[\left(\overline{\alpha_i - \alpha_j} \right]^2 \right\rangle = \sigma_{ij}^2 g , \qquad (10)$$

式中

$$g = \frac{1}{N} + \frac{2}{N} \sum_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{n}{N} \right) \rho_{ij} \left(\frac{nT}{N} \right), \quad (11)$$

被成为"时间积分因子", \sqrt{g} 表征了经过时间 T 积分后的均方根(RMS)误差与短曝光 RMS之比,(11)式中的 $\rho_{ij}(\tau)$ 是差分到达角的时间互相关,即

$$\rho_{ij}(\tau) = \frac{C_{ii}(\tau) - C_{ij}(\tau)}{C_{ii}(0) - C_{ij}(0)}.$$
 (12)

在推导(12)式的过程中使用了波前时空平稳和遍历的假设,因此有 $C_{ii} = C_{ji}$ 和 $C_{ij} = C_{ji}$ 。根据 Wiener-Khinchin 定理,

$$C_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{ij}(f) \exp(i2\pi f\tau) df, \qquad (13)$$

互相关函数与互功率谱密度(TCS)是傅里叶变换 对,因此通过求解到达角的时间 TCS 就能得到g。

理论上推导 TCS 需要使用 Taylor 大气冻结假 设,即假设大气湍流层中的折射率起伏被冻结,扰动 的波前以湍流层的平均风速 v 扫过光瞳。根据 Avila 的分析^[21],当风向垂直于子瞳基线时,TCS 是 实函数,它在高频服从 $f^{-16/3}$ 渐近线,在低频服从 $f^{-11/3}$ 渐近线,截至频率近似等于 f/S_{ij} 。图 5 给出了 基线为 1 m 和 6 m 两种情况的 TCS 渐近形式,并用 单孔径到达角的功率谱渐近线作为对比,它在高频 方向服从 f^{-11} 的渐近率,且截至频率为 0.25 f/R。当 风向不垂直于基线时,TCS 为复函数,其模的渐近 形式不变,仅截至频率变为 $f/(S_{ij} \sin \eta)$, η 为基线 与风向的夹角,同时 TCS 的相位服从

$$\phi_{ij}(f) = 2\pi \frac{S_{ij} \cos \eta}{\gamma} f.$$
(14)





仍以相邻子镜和相对子镜两情况为例,分析 of 随积分时间 T 的变化。讨论相邻子镜时,设风向平 行于基线,它是所有情况中时间相关性最强的,而讨 论相对子镜时,设风向垂直于基线,它对应着时间相 关性最弱的情况。两种情况对应了时间积分抑制噪





声速度的上下限。图 6 表示曝光频率为 100 Hz 时, 不同风速下,相邻子镜的随积分时间的变化。可以 看出积分因子下降过程分为两段,首先是急剧下降 到零,而后又迅速上升,最终缓慢下降,且首次下降 到零需要的时间约为 2*S_{ij}*/*v*。图 7 显示了同样的曝 光频率下相对子镜积分因子的单调下降过程。



图 7 不同风速下相对子瞳倾斜测量时间积分因子 Fig. 7 Time integral factors of tip measurement for opposite sub-apertures with different wind speeds

5 讨 论

经过第3、4节的分析,建立了倾斜测量精度与 湍流特征参数、积分时间以及各种光学系统参数理 论关系,根据(8)式和(10)式,可得

 $\sigma_T^2 = C_n^2 L R^{-1/3} f(L_0/R, S_{ij}/R, \psi_{ij}) g(f_c, f_e, \rho_{ij}),$ (15)

式中 $f_c = 1/T$ 为子镜控制频率, f_c 为曝光频率。表 1是在可能的大气湍流条件下短曝光测量的 RMS。 这里设 S-H 传感器安装在副镜中心,因此 L=8 m, 且设子瞳直径为5 cm。根据以往经验,外尺度的上 限应为离地高度[18],考虑到建筑物、圆顶和主镜的 影响,外尺度将进一步减小,这里假设下限为 1 m^[22,23]。可以发现所有的短曝光测量精度都不能 达到 0.01",因此时间积分成为了必要的过程。表 2 是湍流外尺度为6m时(这与望远镜结构的尺度相 当),0.01"的积分测量精度要求下,能够达到的控制 带宽 f.。需要指出的是对于相邻子镜的情况,选择 了积分因子第一次下降到零所需的积分时间。可以 发现相邻子镜的控制的频率在"弱或强"的湍流强度 下均能大于1Hz,最快能够达到8Hz,而相对子镜情 况在除了湍流最强的情况外其他均能大于 0.1 Hz, 而在较大的风速下能够达到 3 Hz。

表 1 当 L=8 m, R=2.5 cm,短曝光沿径向轴旋转倾斜测量误差

Table 1 RMS of tip measurement of the mirror rotating along the radial axis with short exposure,

when L=8 m, R=2.5 cm

RMS /(")	S=1 m			S=6 m		
	$C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2}$	$^{/3}C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3} \text{ C}$	$C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$	$C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}C$	$C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$	$C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$
$L_0 = 1 \text{ m}$	0.308	0.097	0.031	0.307	0.097	0.031
$L_0 = 6 \mathrm{m}$	0.385	0.122	0.039	0.380	0.120	0.038
$L_0 = 30 \text{ m}$	0.408	0.129	0.041	0.411	0.130	0.041

表 2 当 $L_0 = 6$ m, L = 8 m, R = 2.5 cm, $f_e = 100$ Hz, 0.01''测量精度对应的控制带宽

Table 2 Control bandwidth for achieving the accuracy requirement of 0.01", when $L_0 = 6$ m, L = 8 m,

 $R = 2.5 \text{ cm}, f_e = 100 \text{ Hz}$

$f_{ m c}/{ m Hz}$	S=1 m			S=6 m		
	$C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/2}$	${}^{3}C_{n}^{2} = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3} C$	$n^2 = 1 \times 10^{-15} m^{-2/3}$	$C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}C$	$C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3} C$	$2_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$
v=2 m/s	1.155	1.155	1.587	<0.100	0.176	0.676
v=5 m/s	2.941	2.941	4.037	0.129	0.432	1.687
v=10 m/s	5.882	5.882	8.117	0.173	0.758	3.165

6 结 论

从理论角度讨论了内光源倾斜测量精度与局地 大气湍流环境的关系,并估计了测量的时间积分效 应。结果表明,一方面,瞬时测量误差主要取决于湍 流强度和光束在湍流中传播的距离,而湍流外尺度 在本文所涉及的范围内对测量的影响比较有限,这 主要是由于子瞳口径和大多数子瞳基线长度较外尺 度小得多。另一方面,在 Taylor 大气冻结假设下, 测量误差的衰减速度和轮廓主要取决于子瞳基线长 度,风速以及它们的夹角。当风速在子瞳基线长 度,风速以及它们的夹角。当风速在子瞳基线方向 上存在一定的分量时,时间积分抑制作用不是单调 的,这使得部分子镜间测量积分时间存在一个最 优值。

在典型的台站昼间局地视宁度条件下($C_n^2 = 1 \times 14 \text{ m}^{-2/3}$),对于不同的子镜满足测量精度要求的控制带宽在 0.1~6 Hz 之间。考虑到 Taylor 假设的局限,实际的控制带宽可能会更高。因此,可以认为在适当的通风及热控制的前提下,光学测量方法是能够实现高精度快速的子镜主动对准控制的。

参考文献

- 1 S. L. Keil, T. Rimmele, C. Keller *et al.*. Design and development of the advanced technology solar telescope [C]. *SPIE*, 2003, **4853**: 240~251
- 2 P. R. Goode, C. J. Denker, L. I. Didkovsky *et al.*, 1.6 M solar telescope in big dear-the NST [J]. J. Korean Astron. Soc., 2003, 36(S1): S125~S133
- 3 Zhong Liu, Zhenyu Jin, Yan Li. Introduction to the 30 m ring interferometric telescope [C]. SPIE, 2006, 6267; 62672L
- 4 Yichun Dai, Zhong Liu, Zhenyu Jin. Active control of a 30 m

ring interferometric telescope primary mirror [J]. Appl. Opt., 2009, $48(4): 664 \sim 671$

- 5 Zhong Liu, Zhenyu Jin. Simulation of Chinese giant solar telescope [C]. SPIE, 2011, 8336: 833609
- 6 Yichun Dai, Zhong Liu, Zhenyu Jin. Importance of tip sensing for active control system of 30-m RIT primary mirror [J]. Chin. Opt. Lett., 2009, 7(9): 791~794
- 7 G. Chanan, J. Nelson, T. Mast. W. M. Keck telescope phasing camera system [C]. SPIE, 1994, 2198: 1139~1149
- 8 M. Troy, G. Chanan, S. Michaels *et al.*. A conceptual design for thirty meter telescope alignment and phasing system [C]. *SPIE*, 2008, **7012**: 70120Y
- 9 N. Yaitskova, F. Gonte, F. Derie *et al.*. The active phasing experiment part I: concept and objectives [C]. SPIE, 2006, 6267: 62672Z
- 10 P. Y. Bely. The Design and Construction of Large Optical Telescopes [M]. New York: Springer-Verlag, 2003
- 11 R. G. Buser, G. K. Born. Determination of atmospherically induced phase fluctuations by long-distance interferometry at 6328A [J]. J. Opt. Soc. Am., 1970, 60(8): 1079~1084
- 12 R. G. Buser. Interferometric determination of the distance dependence of the phase structure function for near-ground horizontal propagation at 6328 nm [J]. J. Opt. Soc. Am., 1971, 61(4): 488~491
- 13 Wu Xiaoqing, Zhu Xingting, Huang Honghua *et al.*. Optical turbulence of atmospheric surface layer estimated based on the Monin-Obukhov similarity theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **32**(7): 0701004 吴晓庆,朱行听,黄宏华 等. 基于 Monin-Obukhov 相似理论估

算近地面光学湍流强度[J]. 光学学报, 2011, **32**(7): 0701004

14 Lu Chao, Yuan Renmin, Luo Tao *et al.*. Characteristic scale analysis of atmospheric optical turbulence in simulating convective boundary layer with water tank [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(2): 0201002

卢 超,袁仁民,罗 涛等.模拟的对流边界层光学湍流的特征 尺度分析 [J]. 光学学报,2011,**32**(2):0201002

15 Tian Yongzhi, Liu Jianguo, Zeng Zongyong et al. A new optical method for the determiantion of heat and gas fluxes measurement in the surface layer [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0801001 田勇志,刘建国,曾宗泳等.近地面热通量和气体通量光学监测 新方法研究[J].光学学报,2012,**32**(8):0801001

- 16 D. M. Winker. Effect of a finite outer scale on the Zernike decomposition of atmospheric optical turbulence [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1991, 8(10): 1568~1573
- 17 R. W. Lee, J. C. Harp. Weak scattering in random media, with applications to remote probing [J]. *Proc. IEEE*, 1969, **57** (4): $375 \sim 405$
- J. W. Goodman. Statistical Optics [M]. New York: John Willey & Sons, 1985
- 19 P. H. Hu, J. Stone, T. Stanley. Application of Zernike polynomials to atmospheric propagation problems [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1989, 6(10): 1595~1607
- 20 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J].

J. Opt. Soc. Am., 1976, 66(3): 207~211

- 21 R. Avila, A. Ziad, J. Borgnino *et al.*. Theortical spatiotemporal analysis of angle of arrival induced by atmospheric turbulence as observed with the grating scale monitor experiment [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1997, 14(11): 3070~3082
- 22 L. D. Barr, J. Fox, G. A. Roczulp *et al.*. Seeing studies on a 1.8 m mirror [C]. SPIE, 1990, **1236**: 492~506
- 23 Huang Honghua, Yao Yongbang, Rao Ruizhong. Atmospheric turbulence outer scale measurement based on angle-of-arrival covariance [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(8): 1361~1365 黄宏华,姚永邦,饶瑞中. 根据到达角协方差测量大气湍流外尺 度 [J]. 光学学报, 2007, 27(8): 1361~1365

栏目编辑: 何卓铭