# 湍流大气中斜程传输部分相干光的光束扩展

张晓欣<sup>1</sup> 但有全<sup>1,2</sup> 张 彬<sup>1</sup> (<sup>1</sup>四川大学电子信息学院,四川成都 610064 (<sup>2</sup>中国民航飞行学院物理教研室,四川 广汉 618307)

摘要 运用维格纳分布函数与广义惠更斯-菲涅耳原理,推导出部分相干光束在任意折射率起伏功率谱模型的大 气湍流中斜程传输时,其束宽传输的一般解析表达式。在此基础上,以部分相干平顶(PCFT)光束为例,给出了 PCFT 光束在大气湍流中斜程传输的束宽扩展解析表达式。在合肥地区大气折射率结构常数高度分布模式下开展 了数值计算和分析,并与水平传输时的结果进行了比较。研究结果表明,光束在斜程传输时的束宽不仅与光束阶 数、空间相干度、束腰半径、湍流的强弱和传输距离有关,还与天顶角密切相关。光束的阶数越高,空间相干性越 差,天顶角越小,则其束宽扩展受湍流的影响就越小。当天顶角小于60°时,大气湍流对斜程传输光束束宽的影响 明显小于水平传输的情况。

关键词 大气光学;激光光学;斜程传输;维格纳分布函数;部分相干平顶光束;束宽扩展 doi: 10.3788/AOS201232.1201001 **中图分类**号 O436 文献标识码 Α

## Spreading of Partially Coherent Flat-Topped Beams Propagating Along a Slant Path in Turbulent Atmosphere

Zhang Xiaoxin<sup>1</sup> Dan Youquan<sup>1,2</sup> Zhang Bin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Electronics Information, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China <sup>2</sup> Department of Physics, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan, Sichuan 618307, China

Abstract By using the Wigner distribution function and the generalized Huygens-Fresnel principle, an analytical formula, which is independent on specific spatial power spectrum of the refractive index fluctuations of atmosphere, for beam width of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence along a slant path is derived. Then, taking the partially coherent flat-topped (PCFT) beams as a typical example, the analytical formula for beam width spreading of PCFT beams propagating through atmospheric turbulence along a slant path is given. Consequently, numerical calculations and analysis are carried out by considering the vertical distribution models of atmospheric structure constant of refractive index in Hefei, and the results for a slant path are compared with those for a horizontal path. Research results demonstrate that the beam width is not only related to the beam order, the degree of spatial coherence, the waist radius, the intensity of turbulence and the propagation distance but also closely to the zenith angle. With the higher beam order, the worse spatial coherence of the beam and the smaller zenith angle, the spreading of beam width is less affected by the turbulence. When the zenith angle is less than 60°, the influence of the atmospheric turbulence to the beam width along the slant path is much smaller than that along the horizontal path.

**Key words** atmospheric optics; laser optics; propagation along a slant path; Wigner distribution function; partially coherent flat-topped beam; beam width spreading

OCIS codes 010.1330; 010.1300; 140.3295

基金项目:国家自然科学基金委员会与中国民用航空局联合资助项目(61079023)和中国科学院自适应光学重点实验室 基金项目(LAOF201101)资助课题。

作者简介:张晓欣(1988—),女,硕士研究生,主要从事大气传输方面的研究。E-mail: zhangxiaoxin0704@163.com 导师简介:张 彬(1969—),女,博士,教授,主要从事激光技术方面的研究。E-mail: zhangbinff@sohu.com(通信联系人)

收稿日期: 2012-06-11; 收到修改稿日期: 2012-07-12

### 1 引 言

大气湍流是影响星地激光通信链路的最重要因 素之一,而在星地激光通信链路中,激光束一般是在 大气湍流中沿斜程路径进行传输的<sup>[1~5]</sup>。因此,对 激光束的斜程传输规律及其传输特性的研究一直以 来备受关注<sup>[1~6]</sup>。Andrews等<sup>[4]</sup>研究了大天顶角条 件下斜程传输过程中的光闪烁问题,Richard等<sup>[7]</sup> 利用 Mellin 变换技术给出了斜程传输情况下波束 的漂移方差,Dou等<sup>[8]</sup>研究了部分相干偏心环状光 束经斜程传输后的光束重心和平均光强等问题。然 而,在斜程传输的束宽扩展方面,已有的研究工作均 在应用惠更斯-菲涅耳原理时对波结构函数采用了 某种近似,例如 5/3 近似<sup>[9]</sup>、二次近似或其他近 似<sup>[10]</sup>,因而致使其有关结果存在一定的适用范围。 此外,这些研究往往是针对某些特殊类型的激光束 进行的,例如高斯光束、高斯-谢尔模型(GSM)光束 等,相关结果并不具有普适性。

本文应用广义惠更斯-菲涅耳原理<sup>[11]</sup>与维格纳 分布函数(WDF)<sup>[12]</sup>,在未使用任何进一步近似的 条件下,针对一般的部分相干光束,推导出其在斜程 传输时的束宽解析表达式。在此基础上,以部分相 干平顶(PCFT)光束为例,采用合肥地区白天大气 折射率结构常数随高度变化的模型,详细讨论了天 顶角、空间相干度和传输距离等参数对 PCFT 光束 扩展的影响。

### 2 湍流中部分相干光束的 WDF 及空 间域二阶矩公式

根据经典的光场相干性理论,可采用交叉谱密 度函数来描述部分相干光束。基于近轴的广义惠更 斯-菲涅耳原理,部分相干光束通过湍流中 ABCD 光学系统后的交叉谱密度函数可表示为<sup>[13]</sup>

$$W(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_{d};z) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^{2} \iint W(\boldsymbol{\rho}',\boldsymbol{\rho}'_{d};0) \exp\left\{\frac{ik}{B}\left[A\boldsymbol{\rho}'\cdot\boldsymbol{\rho}'_{d}-(\boldsymbol{\rho}'\cdot\boldsymbol{\rho}_{d}+\boldsymbol{\rho}'_{d}\cdot\boldsymbol{\rho})+D\boldsymbol{\rho}\cdot\boldsymbol{\rho}_{d}\right]\right\} \times \exp\left[-\frac{1}{2}D_{w}(\boldsymbol{\rho}_{d},\boldsymbol{\rho}'_{d};z)\right] d^{2}\boldsymbol{\rho}' d^{2}\boldsymbol{\rho}'_{d}, \qquad (1)$$

式中 $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2, \rho_d = \rho_1 - \rho_2, \rho'_d = \rho'_1 - \rho'_2, \rho' = (\rho'_1 + \rho'_2)/2, \rho'_1, \rho'_2$ 是平面 z = 0 处的横向二维矢量 $(\rho_1, \rho_2, \rho_2) = 0$  到z = a 处的横向二维矢量(a )常数(a )。k是空间波数(A, B, D) > z = 0 到z = a 之间的光线传输矩阵的矩阵元。 $D_w$  为广义双源球面波结构函数,其表达式为

$$D_{w}(\boldsymbol{\rho}_{d},\boldsymbol{\rho}_{d}';\boldsymbol{z}) = 8\pi^{2}k^{2}\int_{0}^{z} d\boldsymbol{z}' \int_{0}^{\infty} \left\{1 - J_{0}\left\{\boldsymbol{\kappa} \left| \frac{B(\boldsymbol{z}')}{B}\boldsymbol{\rho}_{d}' + \left[A(\boldsymbol{z}') - \frac{B(\boldsymbol{z}')}{B}D\right]\boldsymbol{\rho}_{d} \right| \right\}\right\} \Phi_{n}(\boldsymbol{\kappa},\boldsymbol{z}')\boldsymbol{\kappa}d\boldsymbol{\kappa},$$
(2)

式中 A(z')、B(z')为光由接收面 z = a逆向传播到 z = z'平面的光线传输矩阵; $\Phi'_n(\kappa, z')$ 为湍流折射率功 率谱模型, $J_0(\cdot)$ 是0阶贝塞尔函数。在入射面 z = 0与接收面 z之间仅分布着湍流大气而无其他 ABCD 光学 系统时, f A = D = 1, B = z, A(z') = 1、B(z') = z - z'。

对于部分相干光的描述还可以采用 WDF,其定义为[14,15]

$$h'(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\theta},z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int W(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_{\rm d};z) \exp(-\mathrm{i}k\boldsymbol{\theta}\cdot\boldsymbol{\rho}_{\rm d}) \mathrm{d}^2\rho_{\rm d}.$$
(3)

将(1)式代入(3)式,可得到部分相干光束通过 ABCD 光学系统后的 WDF 为

$$h'(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\theta};z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^4 \frac{1}{z^2} \iiint h'(\boldsymbol{\rho}',\boldsymbol{\theta}';0) \exp\left\{\frac{\mathrm{i}k}{z} \left[(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}') \cdot (\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{\rho}'_{\mathrm{d}})\right] - \mathrm{i}k\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d}} + \mathrm{i}k\boldsymbol{\theta}' \cdot \boldsymbol{\rho}'_{\mathrm{d}} - 0.5 D_{\mathrm{w}}(\boldsymbol{\rho}_{d},\boldsymbol{\rho}'_{\mathrm{d}};z)\right\} \mathrm{d}^2 \boldsymbol{\rho}' \mathrm{d}^2 \boldsymbol{\rho}'_{\mathrm{d}} \mathrm{d}^2 \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d}} \mathrm{d}^2 \boldsymbol{\theta}', \qquad (4)$$

式中  $h'(\boldsymbol{\rho}',\boldsymbol{\theta}';0)$  为入射面 z=0上的 WDF,  $D_w$  表达式为

$$D_{w}(\boldsymbol{\rho}_{d},\boldsymbol{\rho}_{d}';\boldsymbol{z}) = 8\pi^{2}k^{2}z\int_{0}^{1}d\boldsymbol{\xi}\int_{0}^{\infty} \{1-J_{0}[\boldsymbol{\kappa}|\boldsymbol{\rho}_{d}+(1-\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{\rho}_{d}'|]\}\boldsymbol{\Phi}_{n}(\boldsymbol{\kappa},\boldsymbol{z}\boldsymbol{\xi})\boldsymbol{\kappa}d\boldsymbol{\kappa}.$$
(5)

当斜程传输时,(5)式中Φ<sub>n</sub>(κ, ξ)可表示为两个相互独立的部分<sup>[1,5]</sup>,即

$$\Phi_{n}(\boldsymbol{\kappa},\boldsymbol{z}\boldsymbol{\xi}) = C_{n}^{2}(\boldsymbol{z}\boldsymbol{\xi})\Phi_{n}'(\boldsymbol{\kappa}), \qquad (6)$$

式中 $\Phi'_n(\kappa)$ 与折射率结构常数 $C^2_n(z\xi)$ 无关。

WDF 的  $n_1 + n_2 + m_1 + m_2$  阶矩的定义为<sup>[13~15]</sup>

$$\langle x^{n_1} y^{n_2} \theta^{m_1}_x \theta^{m_2}_y \rangle = \frac{1}{P_0} \iint x^{n_1} y^{n_2} \theta^{m_1}_x \theta^{m_2}_y h'(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\theta}, z) d^2 \rho d^2 \theta,$$
(7)

式中  $P_0 = \iint h'(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\theta}, z) d^2 \rho d^2 \theta$  为光束总功率。

运用 Dirac delta 函数的性质<sup>[16]</sup>,经推导可得到 WDF 的二阶矩 $(n_1+n_2+m_1+m_2=2)$ 为

$$\langle x^2 \rangle = \langle x^2 \rangle_0 + 2 \langle x\theta_x \rangle_0 z + \langle \theta_x^2 \rangle_0 z^2 + 2\pi^2 z^3 \int_0^1 \mathrm{d}\xi \int_0^\infty (1-\xi)^2 C_n^2(z\xi) \Phi'_n(\kappa) \kappa^3 \mathrm{d}\kappa, \qquad (8)$$

式中 $\langle \cdot \rangle_0$ 为 z=0 平面上的 WDF 二阶矩。

同理,可得到

$$\langle y^2 \rangle = \langle y^2 \rangle_0 + 2 \langle y\theta_y \rangle_0 z + \langle \theta_y^2 \rangle_0 z^2 + 2\pi^2 z^3 \int_0^1 d\xi \int_0^\infty (1-\xi)^2 C_n^2(z\xi) \Phi_n'(\kappa) \kappa^3 d\kappa.$$
(9)

分析(8)和(9)式可知,部分相干光束在大气湍 流中斜程传输的空间二阶矩由光束初始矩、湍流空 间功率谱和湍流中的传播距离 z 决定。

### 3 斜程传输时的光束扩展公式

均方束宽的定义为[17]

$$\langle \rho^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle.$$
 (10)

将(8)、(9)式代入(10)式,可推导得到湍流大气 中均方束宽表达式为

 $\langle \rho^2 \rangle = \langle \rho^2 \rangle_0 + 2 \langle \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\theta} \rangle_0 z + \langle \theta^2 \rangle_0 z^2 + 2T_1 z^3,$ (11)

式中

$$T_1 = 2\pi^2 \int_0^{1} d\boldsymbol{\xi} \int_0^{1} (1-\boldsymbol{\xi})^2 C_n^2(\boldsymbol{z}\boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\Phi}'_n(\boldsymbol{\kappa}) \boldsymbol{\kappa}^3 d\boldsymbol{\kappa}.$$
(12)

斜程传输时,  $h = z\cos \gamma, \gamma$  为斜程传输的天顶 角, h 为离地面高度, z 为传输距离,  $C_n^2(h)$  为折射率 结构 常 数。在 对 (12) 式 进 行 积 分 时, 令  $\xi = h/(z\cos \gamma)$ ,则 d $\xi = dh/(z\cos \gamma)$ 。于是, (12)式可 进一步表示为

$$T_1 = \frac{2T'}{z\cos\gamma} \int_{0}^{z\cos\gamma} \left(1 - \frac{h}{z\cos\gamma}\right)^2 C_n^2(h) dh, \quad (13)$$

式中

$$T' = \pi^2 \int_{0}^{\infty} \Phi'_{n}(\kappa) \kappa^{3} d\kappa.$$
(14)

对于水平传输的情况,即 $\gamma = 90^{\circ}$ ,大气折射率 起伏结构常数  $C_n^2$  可视为常量<sup>[1]</sup>,此时,湍流功率谱 与传输位置无关,即 $\Phi_n(\kappa, z\xi) = \Phi_n(\kappa)$ ,于是,可 得到水平传输时的表达式为

$$T_1 = 2T \int_{0}^{1} (1-\xi)^2 d\xi = \frac{2}{3}T,$$
 (15)

$$T = \pi^2 \int_{0}^{\infty} \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) \boldsymbol{\kappa}^3 \,\mathrm{d}\boldsymbol{\kappa}.$$
 (16)

(15)、(16)式与文献[15]给出的水平传输时的结果 完全一致。

## 4 斜程传输时 PCFT 光束的束宽和 相对束宽

在 z=0 平面上, PCFT 光束的交叉谱密度函数 可表示为<sup>[18]</sup>

$$W(\boldsymbol{p}'_{1}, \boldsymbol{p}'_{2}; 0) = \sum_{m=1}^{N} \sum_{m'=1}^{N} \alpha_{m} \alpha_{m'} \times \exp\left[-\left(mp_{N} \frac{\boldsymbol{p}'_{1}}{u_{0}^{2}} + m'p_{N} \frac{\boldsymbol{p}'_{2}}{u_{0}^{2}} + \frac{|\boldsymbol{p}'_{1} - \boldsymbol{p}'_{2}|^{2}}{2\sigma_{0}^{2}}\right)\right], (17)$$

式中 $\sigma_0$ 为光源空间相干长度, $w_0 = (2\langle \rho^2 \rangle_0)^{1/2}$ 表示 与 PCFT 光束束宽有关的高斯基模参数, N 是平顶 光束的阶数, $\alpha_m$ , $\alpha_{m'}$ 为二项式系数, $p_N$ 为标度因子。

将(17)式代入(7)式,可推导出 PCFT 光束在 z=0面上的 WDF 二阶矩<sup>[14]</sup>为

$$\langle \rho^2 \rangle_0 = \frac{2\omega_0^2}{p_N^2} \bigg[ \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{(m+m')^2} \bigg],$$
 (18)

$$\langle \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\theta} \rangle_{0} = 0, \qquad (19)$$

$$\langle \theta^2 \rangle_0 = \frac{2}{k^2 \omega_0^2} \Big[ \frac{1}{\alpha^2} + 4 \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \frac{mm' \alpha_m \alpha_{m'}}{(m+m')^2} \Big], (20)$$

式中 $\alpha = \sigma_0 / w_0$ 表示光束的空间相干度。

进一步将(18)~(20)式代入(11)式,即可得到 斜程传输时 PCFT 的均方根束宽

$$w(z) = (\langle \rho^2 \rangle)^{1/2} = \left\{ \frac{2w_0^2}{p_N^2} \left[ \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{(m+m')^2} \right] + \frac{2}{k^2 w_0^2} \left[ \frac{1}{\alpha^2} + 4 \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \frac{mm' \alpha_m \alpha_{m'}}{(m+m')^2} \right] z^2 + 2T_1 z^3 \right\}^{1/2}. (21)$$

定义相对束宽为湍流中的束宽与自由空间中的束宽之比<sup>[14,19]</sup>,用以直观地描述大气湍流对光束传输特性的影响程度,其值越小,则表示湍流对束宽的影响越小。由此可得到湍流大气中 PCFT 的相对束宽为

$$w_{\rm r}(z) = \left\{ 1 + 2T_1 z^3 / \left\{ \frac{2w_0^2}{p_N^2} \left[ \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{(m+m')^2} \right] + \frac{2}{k^2 w_0^2} \left[ \frac{1}{\alpha^2} + 4 \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^N \frac{mm' \alpha_m \alpha_{m'}}{(m+m')^2} \right] z^2 \right\} \right\}^{1/2}.$$
 (22)

当 N=1 时,即可得到斜程传输时 GSM 光束的均方根束宽和相对束宽分别为

$$w_1(z) = (\langle \rho^2 \rangle)^{1/2} = \left[\frac{w_0^2}{2} + \frac{2}{k^2 w_0^2} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) z^2 + 2T_1 z^3\right]^{1/2},$$
(23)

$$w_{\rm rl}(z) = \left\{ 1 + 2T_1 z^3 / \left[ \frac{w_0^2}{2} + \frac{2}{k^2 w_0^2} \left( 1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) z^2 \right] \right\}^{1/2}.$$
 (24)

式中  $\kappa_1 = 3.3/l_0$ ,  $l_0$  为湍流内尺度。

结合(21)、(22)、(25)和(26)式,可对 PCFT 光

束斜程传输的光束扩展进行定量分析。图1给出了

在不同天顶角情况下,PCFT 光束的束宽和相对束

宽随传输距离的变化规律。计算所取参数: l<sub>0</sub> =

#### 5 数值计算与分析

在数值计算中,本文采用合肥地区白天大气折射率结构常数  $C_n^2(h)$ 模型<sup>[20]</sup>,即  $C_n^2(h) = 8.0 \times 10^{-26} h^{13.5} \exp(-h/0.88) + 1.95 \times 10^{-15} \exp(-h/0.11) + 8.0 \times 10^{-17} \exp(-h/7.5).$ 

(25)

Hill 数值模型是目前较为精确地描述折射率变 化情况的主要模型,但该模型是以实验结果为基础而 得到的,因而不易于分析研究。为此,Andrews 等<sup>[4]</sup> 提出了一个修正的 Hill 谱,即在忽略外尺度(即假设 外尺度为无穷大)的条件下,功率谱 Φ<sub>n</sub>(κ)可描述为



图 1 具有不同天顶角的 PCFT 光束(a)束宽和(b)相对束宽随传输距离的变化

Fig. 1 Variations of (a) beam width and (b) relative beam width with the propagation distance under different  $\gamma$ 

从图 1 可以看出,无论是在湍流中水平还是斜 程传输,PCFT 光束的束宽均随着传输距离的增加 而明显增大。图 1(a)表明,PCFT 光束在斜程传输 时,湍流对其束宽的影响要明显小于水平传输的情 况,即在相同的传输距离处,水平传输的束宽变化更 为明显,其受到湍流的影响更大;当传输距离一定 时,束宽随天顶角的增大而明显增大。当γ=0°时, 束宽最小,即垂直发射时,光束扩展最小。图 1(b) 表明,相对束宽随传输距离、天顶角的变化与束宽有 类似的特征:当 $\gamma \leq 90^{\circ}, z \leq 2.5 \text{ km 时,相对束宽小于 1.414,表明此时 PCFT 光束的束宽扩展受湍流的影响较小;进一步的数值计算结果表明,当<math>\gamma \leq 60^{\circ}, z \leq 9.885 \text{ km 时,相对束宽小于 1.41,这意味着湍流对束宽的影响可以忽略<sup>[13]</sup>。$ 

图 2 给出了不同空间相干度对 PCFT 光束斜程 传输束宽和相对束宽的影响。计算所取参数: $l_0 =$ 1 mm, $\lambda = 850$  nm, $w_0 = 0.05$  m, $\gamma = 60^\circ$ , $N = 2_\circ$ 

分析图 2(a)可知,在斜程传输时,PCFT 光束的

束宽随空间相干性的增大而逐渐减小;而由图 2(b) 可知,对于空间相干性较好的光束,其相对束宽越 大,说明传输相同的距离后,空间相干性越好的光束 受到湍流的影响更大,这与部分相干光束在大气湍 流中水平传输的研究结果类似[17]。



图 2 具有不同空间相干度的 PCFT 光束(a)束宽和(b)相对束宽随传输距离的变化

Fig. 2 Variations of (a) beam width and (b) relative beam width with the propagation distance under different  $\alpha$ 图 3 展示了不同阶数的 PCFT 光束相对束宽在 斜程和水平两种情况下随传输距离的变化。计算所 取参数: $l_0 = 1 \text{ mm}, \lambda = 850 \text{ nm}, \omega_0 = 0.05 \text{ m}, \gamma =$  $60^{\circ}, \alpha = 2$ 。从图 3(a)可以看出,随着传输距离的增 大,不同阶数 PCFT 光束的相对束宽增大,表明其 光束质量明显变差;光束的阶数越高,相对束宽的值

越小,表明其受到湍流的影响也就越小,也就是说斜 程传输时,GSM 光束受到湍流的影响是最大的。 进一步比较图 3(a)和(b)可知,对于同一阶数的 PCFT 光束,在水平传输时受到湍流的影响要大于 斜程传输时的影响。





Fig. 3 Variations of the relative beam width with the propagation distance for (a) slant and (b) horizontal paths under different N

图 4 显示了斜程传输的 PCFT 光束的相对束宽 随高斯基模参数的变化。计算参数为: $l_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $\gamma = 60^{\circ}, \lambda = 850 \text{ nm}, \alpha = 2, z = 4 \text{ km}$ 。从图 4 可以看 出,随着高斯基模参数的增加,各阶 PCFT 光束的 相对束宽均呈现出先增大后减小的变化规律,其相 对束宽存在极大值,且阶数越低,相对束宽的极值越 大。存在这种现象的主要原因是: PCFT 光束束宽 在湍流中的传输变化是在空间域和空间-频率域的 共同作用下发生的,因此,相对束宽的变化在二者的 共同作用下会存在一个极大值。

图 5 给出了斜程传输的 PCFT 光束相对束宽随 波长的变化。计算所取参数:  $l_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $\gamma = 60^\circ$ ,  $w_0 = 0.05 \text{ m}, \alpha = 2, z = 4 \text{ km}$ 。从图 5 可以看出,各



图 4 不同阶数的 PCFT 光束相对束宽随基模高斯光 束束腰宽度的变化

Fig. 4 Variations of the relative beam width with the waist width under different N





阶 PCFT 光束的相对束宽随光束波长的增加而减小,说明光束波长越长,湍流对光束传输的影响越小。

图 6 展示了不同湍流内尺度  $l_0$  下 PCFT 光束的 束宽随传输距离的变化。计算所取参数: $\lambda$ =850 nm,  $w_0$ =0.05 m, $\gamma$ =60°, $\alpha$ =2,N=2。从图 6 可以看出, 对于给定的传输距离,当湍流内尺度越小时,PCFT 光束的束宽越大。







### 6 结 论

应用广义惠更斯-菲涅耳原理与 WDF 描述方 法,推导出一般的部分空间相干光束在湍流大气中 斜程传输时的束宽解析表达式。由于该束宽传输公 式是在未使用任何进一步的近似以及未针对特定的 湍流功率谱而得到的,因而对于强、弱湍流均可适 用,也可应用于不同的大气湍流谱模型。此外,还以 PCFT 和合肥地区大气折射率结构常数高度分布模 式为例,对 PCFT 光束的束宽扩展进行了数值计算 和分析。结果表明,PCFT 光束的束宽随着湍流中 传输距离和天顶角的增大而增大。光束的空间相干 性越差、天顶角越小、阶数越高,则束宽扩展受湍流 的影响就越小。当天顶角小于 60°时,大气湍流对 斜程传输光束束宽的影响要明显小于水平传输 情形。

#### 参考文献

- 1 L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media [M]. Bellingham: SPIE Press, 1998
- 2 Yi Xiuxiong, Guo Lixin, Wu Zhensen. Study on the optical scintillation for Gaussian beam propagation in the slant path through the atmospheric turbulence [J]. Acta Optica Sinica, 2005, **25**(4): 433~438

易修雄,郭立新,吴振森.高斯波束在湍流大气斜程传输中的闪烁问题研究[J].光学学报,2005,25(4):433~438

- 3 Yixin Zhang, Gaogang Wang. Slant path average intensity of finite optical beam propagating in turbulent atmosphere [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, 4(10): 559~562
- 4 L. C. Andrews, R. L. Phillips, C. Y. Hopen. Scintillation model for a satellite communication link at large zenith angles[J]. Opt. Engng., 2000, 39(12): 3272~3280
- 5 Li Xiaofeng. The Principle and Technology of the Satellite-to-Ground Laser Communication Links [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. 129~132
  李晓峰. 星地激光通信链路原理与技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2007. 129~132
- 6 Rao Ruizhong. Vision through atmosphere and atmospheric visibility[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2486~2492 饶瑞中. 大气中的视觉和大气能见度[J]. 光学学报, 2010, **30**(9): 2486~2492
- 7 J. S. Richard, D. S. John. Transverse spectral filtering and Mellin transform techniques applied to the effect of outer scale on tilt and tilt anisoplanatism [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1993, 10(6): 646~660
- 8 L. Y. Dou, X. L. Ji, P. Y. Li. Propagation of partially coherent annular beams with decentered field in turbulence along a slant path[J]. Opt. Express, 2012, 20(8): 8417~8430
- 9 Wei Hongyan, Wu Zhensen. Spreading and wander of laser beam propagation on slant path through atmospheric turbulence[J]. *Chinese J. Radio Science*, 2008, 23(4): 611~615 韦宏艳, 吴振森. 大气湍流中激光波束斜程传输的展宽、漂移特 性[J]. 电波科学学报, 2008, 23(4): 611~615
- 10 Wang Hua, Wang Xiangzhao, Zeng Aijun *et al.*. Effect of atmospheric turbulence on temporal coherence of Gaussian Schellmodel beams propagation in slant path[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(9): 1548~1552
  王 华, 王向朝, 曾爱军等. 大气湍流对斜程传输准单色高斯-

谢尔光束时间相干性的影响[J]. 光学学报, 2007, **27**(9): 1548~1552

- 11 Ai Yangli, Dan Youquan, Ming Delie. M<sup>2</sup> factor of partially coherent cosh-Gaussian beams in turbulent atmosphere [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(11): 2849~2854 艾扬利,但有全,明德烈. 湍流大气中部分相干双曲余弦高斯光 束的 M<sup>2</sup> 因子[J]. 中国激光, 2010, **37**(11): 2849~2854
- 12 Qiao Na, Dan Youquan, Zhang Bin. Propagation properties of elegant Hermite-Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1542~1547
  乔 娜,但有全,张 彬.复宗量厄米-高斯光束在大气湍流中的传输特性[J]. 光学学报, 2010, **30**(6): 1542~1547
- 13 Y. Q. Dan, S. G. Zeng, B. Y. Hao et al. Range of turbulence-

independent propagation and Rayleigh range of partially coherent beams in atmospheric turbulence [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2010, **27**(3): 426~434

- 14 Y. Q. Dan, B. Zhang. Beam propagation factor of partially coherent flat-topped beams in a turbulent atmosphere[J]. Opt. Express, 2008, 16(20): 15563~15575
- 15 Y. Q. Dan, B. Zhang. Second moments of partially coherent beams in atmospheric turbulence[J]. Opt. Lett., 2009, 34(5): 563~565
- 16 R. N. Bracewell. The Fourier Transform and Its Applications [M]. New York: McGraw-Hill, 1986. 85~142
- 17 G. Gbur, E. Wolf. Spreading of partially coherent beams in random media [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2002, 19 (8): 1592~1598

- 18 Y. Q. Dan, B. Zhang, P. P. Pan. Propagation of partially coherent flat-topped beams through a turbulent atmosphere[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2008, 25(9): 2223~2231
- 19 Yang Ailin, Li Jinhong, Lü Baida. A comparative study of the beam-width spreading and angular spread in atmospheric turbulence[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4): 2451~2460 杨爱林,李晋红,吕百达. 大气湍流中光束束宽扩展和角扩展的 比较研究[J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2451~2460
- 20 Sun Gang, Weng Ningquan, Xiao Liming. Vertical distribution models of atmospheric structure constant of refractive index[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, **20**(2): 183~188 孙 刚,翁宁泉,肖黎明. 合肥地区大气折射率结构常数高度分布模式[J]. 强激光与粒子束, 2008, **20**(2): 183~188

栏目编辑: 王晓琰