

耦合双 Tavis-Cummings 模型中的纠缠演化和转移特性

贾 冉 张英杰 夏云杰

(曲阜师范大学物理系山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 山东 曲阜 273165)

摘要 研究了由光纤模连接的两个 Tavis-Cummings 模型中纠缠演化和纠缠转移的特性。结果表明,初始两原子间的纠缠可转移为另两原子间的纠缠,在纠缠转移过程中,光纤模起到中间传递的作用。纠缠的转移与初始两原子间的纠缠、原子与腔场的耦合强度以及光纤模与腔场的耦合强度、原子与腔场的失谐量和腔场耗散有关。初始纠缠决定了另两原子间纠缠产生的大小;在原子与腔场的耦合强度一定的条件下,随着光纤模与腔场耦合强度的增强,纠缠转移的时间缩短,且产生的纠缠值增加;腔场耗散对纠缠演化的衰减影响是显著的,而失谐量的增加可以有效地抑制这一现象。在整个纠缠转移过程中,系统中其他任两子体系间的纠缠起到了桥梁的作用,实现了两量子纠缠态的远程传递和制备。

关键词 量子光学;纠缠转移;共生纠缠;耦合双 Tavis-Cummings 模型

中图分类号 O431.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.1127003

Entanglement Evolution and Transfer in the Coupled Double Tavis-Cummings Model

Jia Ran Zhang Yingjie Xia Yunjie

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China)

Abstract The entanglement evolution and transfer of the double Tavis-Cummings model which are connected by the optical fiber are investigated. The results show that the initial entanglement between two atoms can transfer to the other two atoms, and the optical-fiber mode plays a part in transmission during the entanglement transfer process. The entanglement transfer can be influenced by the initial entanglement and the coupling strength not only between atom and cavity but also between optical fiber and cavity. The detuning between atom and cavity field and the cavity dissipation can also have an effect on the entanglement transfer. The initial entanglement can decide the value of generated concurrence, when the coupling strength between atom and cavity field is given, the stronger the coupling strength between optical fiber and cavity is, the shorter time of the entanglement transfer will be and the larger value of generated concurrence entanglement will be. Although the cavity dissipation makes the entanglement decay obviously, the detuning can restrain this phenomenon. During the whole entanglement transfer process, the concurrence between any other two subsystems in the system plays a role of bridge and this system can realize the teleportation and preparation of the bipartite entanglement state.

Key words quantum optics; entanglement transfer; concurrence entanglement; coupled double Tavis-Cummings model

OCIS codes 270.5585; 270.5580; 270.5565

收稿日期: 2012-05-16; 收到修改稿日期: 2012-06-26

基金项目: 国家自然科学基金(61178012)和山东省自然科学基金(ZR2012FQ024)资助课题。

作者简介: 贾冉(1987—),女,硕士研究生,主要从事量子光学和量子通信等方面的研究。

E-mail: jiaran0518@163.com

导师简介: 夏云杰(1963—),男,博士,教授,主要从事量子光学和量子通信等方面的研究。

E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn (通信联系人)

1 引 言

量子纠缠是区分子量子世界与经典世界的一个重要特征。它能实现许多经典信息不可能实现的新功能,如量子态隐形传输、量子密钥分配、量子纠错和稠密编码等^[1-4]。纠缠是一种很有用的信息资源,在某种程度上说,量子信息研究的目的是开发和利用纠缠,其中纠缠的转移和交换就是一个重要的方面。文献[5,6]指出纠缠的转移和交换是实施量子接口和量子网络的最基本过程,可见对纠缠转移和交换的研究在量子信息处理和通信过程中显得尤为重要。

纠缠的转移和交换涉及到原子与光场的相互作用。Janey-Cummings 模型和 Tavis-Cummings (TC)模型都是原子与光场相互作用的经典模型,近年来人们对此开展了很多广泛和深入的研究^[7-9]。文献[10]研究了两个纠缠的原子与各自腔场发生相互作用的纠缠动力学,发现两原子间的纠缠可以转化成两腔场间的纠缠。文献[11]研究了两对彼此间无相互作用的二能级原子 AC、BD 分别处于一个非

马尔科夫热库的模型,深入讨论了处于不同非马尔科夫热库中 AB 两原子间的纠缠可以转化成 CD 两原子间的纠缠。近期,卢道明等^[12,13]也研究了原子与耦合腔相互作用系统中纠缠的演化特性,表明腔场间耦合强度对纠缠转移有一定的影响。但以往这些研究中没有考虑过光纤模与腔场的耦合强度对原子间纠缠转移的影响。本文在不考虑原子与外界环境有相互作用的情况下,研究讨论了由光纤模连接的双 TC 模型系统中纠缠演化和转移的特性,分析了原子间的初态纠缠和光纤模与腔场的耦合强度以及原子与腔场的失谐量和腔场的耗散对纠缠转移的影响,得到了良好纠缠转移的条件。

2 理论模型

如图 1 所示,考虑由光纤模连接的两个 TC 模型,二能级原子 A 和 B 在腔 a 中,C 和 D 在腔 b 中。在旋波近似下,不考虑原子间的偶偶相互作用,整个体系的哈密顿量为

$$H = H_0 + H_1,$$

$$H_0 = 1/2\omega_0 \sum_{k=A,B,C,D} (|e\rangle_k \langle e| - |g\rangle_k \langle g|) + \omega_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b + \omega_c c^\dagger c,$$

$$H_1 = f[a(|e\rangle_A \langle g| + |e\rangle_B \langle g|) + b(|e\rangle_C \langle g| + |e\rangle_D \langle g|)] + jc(a^\dagger + b^\dagger) + H. C. - i\Gamma a^\dagger a - i\Gamma b^\dagger b. (1)$$

以 ω_0 旋转坐标系,得到

$$H' = -\Delta a^\dagger a - \Delta b^\dagger b + f[a(|e\rangle_A \langle g| + |e\rangle_B \langle g|) + b(|e\rangle_C \langle g| + |e\rangle_D \langle g|)] + jc(a^\dagger + b^\dagger) + H. C. - i\Gamma a^\dagger a - i\Gamma b^\dagger b, (2)$$

式中 H_0 为自由哈密顿量, H_1 为相互作用哈密顿量。 $a^\dagger, a, b^\dagger, b, c^\dagger, c$ 分别为单模腔 a,单模腔 b 和光纤模的产生和湮灭算符; $|g\rangle_k, |e\rangle_k (k = A, B, C, D)$ 分别为第 k 个原子的基态和激发态; f 为原子和腔场的耦合强度, j 为腔场和光纤模的耦合强度, $\Delta = \omega_0 - \omega_a = \omega_0 - \omega_b$,为原子跃迁频率与腔场固有频率间的失谐量, Γ 为两个腔场的耗散系数,为计算方便令 $\omega_a = \omega_b, \omega_0 = \omega_c$,即两腔场的固有频率相同,原子间跃迁频率与光纤模固有频率相同。H. C. 表示式中此项之前所有项的复共轭。假定所有原子具有相同的跃迁频率 ω_0 ,且各原子与腔场的耦合强度均为 f ,两

腔场与光纤模的耦合强度相同均为 j 。

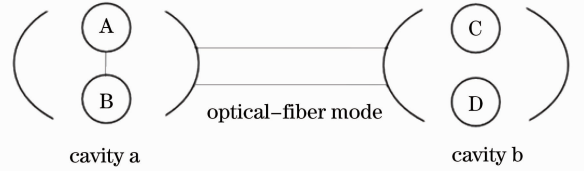


图 1 光纤模连接的双 TC 模型

Fig. 1 Double TC model connected by the optical fiber

在初始时刻,令 AB 二能级原子处于类 Bell 态,可表示为 $\cos \theta |eg\rangle + \sin \theta |ge\rangle$, CD 原子处于基态,腔 a、腔 b 和光纤模 c 均处于真空态,则体系的初始态函数为

$$|\Psi(0)\rangle = (\cos \theta |eg\rangle_{AB} + \sin \theta |ge\rangle_{AB}) \otimes |000\rangle_{abc} \otimes |gg\rangle_{CD}. (3)$$

式中 \otimes 表示直积。在 t 时刻,体系的态函数为

$$\begin{aligned}
 |\Psi(t)\rangle = & d_1(t) |eg\rangle_{AB} |000\rangle_{abc} |gg\rangle_{CD} + d_2(t) |ge\rangle_{AB} |000\rangle_{abc} |gg\rangle_{CD} + \\
 & d_3(t) |gg\rangle_{AB} |100\rangle_{abc} |gg\rangle_{CD} + d_4(t) |gg\rangle_{AB} |010\rangle_{abc} |gg\rangle_{CD} + \\
 & d_5(t) |gg\rangle_{AB} |001\rangle_{abc} |gg\rangle_{CD} + d_6(t) |gg\rangle_{AB} |000\rangle_{abc} |eg\rangle_{CD} + d_7(t) |gg\rangle_{AB} |000\rangle_{abc} |eg\rangle_{CD}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

将(4)式代入薛定谔方程

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H' |\Psi(t)\rangle, \quad (5)$$

得到系数 $d_1(t), \dots, d_7(t)$ 满足的微分方程组:

$$\begin{aligned}
 i \frac{\partial d_1(t)}{\partial t} &= f d_3(t), \quad i \frac{\partial d_2(t)}{\partial t} = f d_3(t), \quad i \frac{\partial d_3(t)}{\partial t} = f[d_1(t) + d_2(t)] + j d_4(t) - \Delta d_3(t) - i \Gamma d_3(t), \\
 i \frac{\partial d_4(t)}{\partial t} &= j[d_3(t) + d_5(t)], \quad i \frac{\partial d_5(t)}{\partial t} = f[d_6(t) + d_7(t)] + j d_4(t) - \Delta d_5(t) - i \Gamma d_5(t), \\
 i \frac{\partial d_6(t)}{\partial t} &= f d_5(t), \quad i \frac{\partial d_7(t)}{\partial t} = f d_5(t). \quad (6)
 \end{aligned}$$

在初始条件 $d_1(0) = \cos \theta, d_2(0) = \sin \theta, d_3(0) = d_4(0) = d_5(0) = d_6(0) = d_7(0) = 0$ 下, 解得

$$\begin{aligned}
 d_1(t) &= \frac{1}{8(f^2 + j^2)pq} \{2pq[(2f^2 + 3j^2)\cos \theta - (2f^2 + j^2)\sin \theta] + \\
 & (\cos \theta + \sin \theta) \{ (f^2 + j^2)q \{ \exp[-(1/2)t(r-p)](r+p) - \exp[-(1/2)t(r+p)](r-p) \} + \\
 & f^2 p \{ \exp[-(1/2)t(r-q)](r+q) - \exp[-(1/2)t(r+q)](r-q) \} \}, \\
 d_2(t) &= \frac{1}{8(f^2 + j^2)pq} \{2pq[(2f^2 + 3j^2)\sin \theta - (2f^2 + j^2)\cos \theta] + \\
 & (\cos \theta + \sin \theta) \{ (f^2 + j^2)q \{ \exp[-(1/2)t(r-p)](r+p) - \exp[-(1/2)t(r+p)](r-p) \} + \\
 & f^2 p \{ \exp[-(1/2)t(r-q)](r+q) - \exp[-(1/2)t(r+q)](r-q) \} \}, \\
 d_3(t) &= \frac{if(\cos \theta + \sin \theta)}{2pq} \{ p \{ \exp[-(1/2)t(r+q)] - \\
 & \exp[-(1/2)t(r-q)] \} + q \{ \exp[-(1/2)t(r+p)] - \exp[-(1/2)t(r-p)] \} \}, \\
 d_4(t) &= \frac{\exp[-(1/2)t(r+q)]}{4(f^2 + j^2)q} f j (\cos \theta + \sin \theta) \{ [-1 + \exp(qt)]r + \\
 & \{ 1 + \exp(qt) - 2\exp[(1/2)t(r+q)] \} q \}, \\
 d_5(t) &= \frac{if(\cos \theta + \sin \theta)}{2pq} \{ p \{ \exp[-(1/2)t(r+q)] - \exp[-(1/2)t(r-q)] \} - \\
 & q \{ \exp[-(1/2)t(r+p)] - \exp[-(1/2)t(r-p)] \} \}, \\
 d_6(t) = d_7(t) &= \frac{(\cos \theta + \sin \theta)}{8(f^2 + j^2)pq} \{ 2pqj^2 + (f^2 + j^2)q \{ \exp[-(1/2)t(r+p)](r-p) - \\
 & \exp[-(1/2)t(r-p)](r+p) \} + f^2 p \{ \exp[-(1/2)t(r-q)](r+q) - \\
 & \exp[-(1/2)t(r+q)](r-q) \} \}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中

$$p = \sqrt{-8f^2 + (\Gamma - i\Delta)^2}, \quad q = \sqrt{-8f^2 - 8j^2 + (\Gamma - i\Delta)^2}, \quad r = \Gamma - i\Delta.$$

3 数值计算及理论分析

采用 Concurrence 的方法计算两体纠缠^[14]。对于一个密度矩阵 ρ , 它的共生纠缠度可表示为

$$C(\rho) = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}), \quad (8)$$

式中 $\lambda_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为矩阵算符 \mathbf{G} 按降序排列的本征值:

$$\mathbf{G} = \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho (\sigma_y \otimes \sigma_y), \quad (9)$$

式中 ρ^* 为 ρ 的复共轭, 共生纠缠度从 0~1 变化, $C=0$ 表示两个量子比特完全分离, $C=1$ 表示两量子比特处于最大纠缠, $0 < C < 1$ 表示两量子比特处于部分纠缠。

3.1 AB 原子间初态纠缠对 CD 原子间纠缠的影响
通过(4)式可得到系统任意两子体系的约化密度矩阵, 利用(8)、(9)式即可得到 AB 原子间和 CD

原子间的共生纠缠 C_{AB}, C_{CD} 为

$$\begin{aligned} C_{AB} &= 2 |d_1^*(t)d_2(t)|, \\ C_{CD} &= 2 |d_6^*(t)d_7(t)|. \end{aligned} \quad (10)$$

在失谐量 Δ 和腔场耗散 Γ 均为零, AB 原子初始纠缠不同的情况下 CD 原子间的共生纠缠随时间演化表达式为

$$\begin{aligned} C_{CD}(t) &= \frac{1}{32} \exp\{-2\sqrt{2}\text{Re}[(\sqrt{-f^2} + \sqrt{-f^2 - j^2})t]\} \left| \frac{1}{f^2 + j^2} (\cos\theta + \sin\theta) \{ \exp(\sqrt{2}\sqrt{-f^2}t)f^2 + \right. \\ &\quad \exp[\sqrt{2}(\sqrt{-f^2} + 2\sqrt{-f^2 - j^2})t]f^2 + 2\exp[\sqrt{2}(\sqrt{-f^2} + \sqrt{-f^2 - j^2})t]j^2 - \\ &\quad \left. \exp(\sqrt{2}\sqrt{-f^2 - j^2}t)(f^2 + j^2) - \exp[\sqrt{2}(2\sqrt{-f^2} + \sqrt{-f^2 - j^2})t](f^2 + j^2) \} \right|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

演化如图 2 所示。可以看出,当失谐量 Δ 和腔场耗散 Γ 均为零时,CD 原子间的纠缠在光纤模与腔场的耦合强度远大于原子和腔场的耦合强度下随时间的演化均呈现出明显的周期性。随着 AB 原子间初始时刻纠缠的增加,CD 原子间纠缠图形的峰值增大,由于 CD 原子在初始时刻是没有纠缠的,这就说明 AB 原子间的纠缠可以转移到 CD 原子间且产生的纠缠随初始纠缠的增加而增加。AB 原子间的初始纠缠可表示为 $2\cos\theta\sin\theta$, 其在 $[0, \pi/4]$ 上为单调

递增的,所以选择这个区间进行讨论。如图 2(a)所示, $\theta = \pi/16$ 时, AB 原子间的初始纠缠为 $\sin(\pi/8)$, 约为 0.38, 此时 CD 原子间纠缠演化图形的峰值在 0.7 左右。随着 AB 间初始纠缠的增加,如图 2(b)~(d)所示, CD 间纠缠演化图形的峰值逐渐增大。当 AB 原子间初始纠缠为 1 时,即 AB 原子间初始时刻为最大纠缠时,如图 2(d)所示, CD 间纠缠演化图形的峰值也为 1, 也就是说在峰值时刻 CD 间的纠缠即为 AB 间的的初始纠缠,实现了最大的纠缠转移。

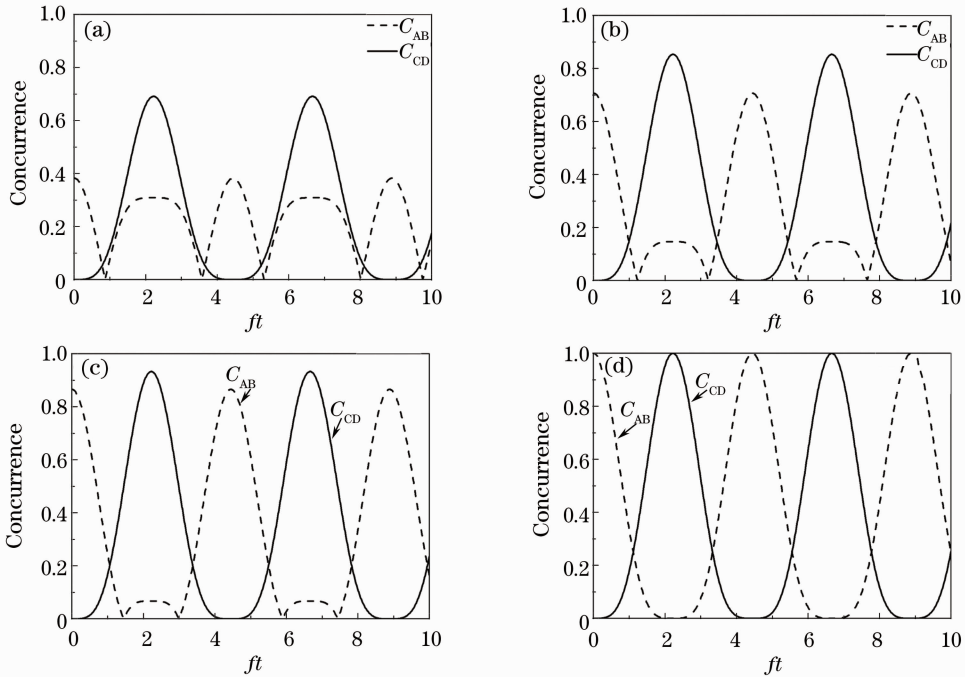


图 2 当 $\Delta=0, \Gamma=0, \theta$ 不同时, AB 与 CD 间的共生纠缠度。(a) $\theta = \pi/16, j = 50f$; (b) $\theta = \pi/8, j = 50f$; (c) $\theta = \pi/6, j = 50f$; (d) $\theta = \pi/4, j = 50f$

Fig. 2 When $\Delta=0, \Gamma=0$, the concurrence entanglement between AB and CD with different θ . (a) $\theta = \pi/16, j = 50f$; (b) $\theta = \pi/8, j = 50f$; (c) $\theta = \pi/6, j = 50f$; (d) $\theta = \pi/4, j = 50f$

所以,若想较好实现 AB 到 CD 间纠缠的转移,应该选择 AB 原子初始为最大纠缠的状态。由图 2(b)~(d)也可以看出,利用该模型还可以在某

些时刻由 AB 原子间较小的纠缠获得 CD 原子间较大的纠缠。特别指出,在 $\theta = 3\pi/4$ 时, CD 间纠缠始终为零,且不随时间改变,因为

$$|\Psi(0)\rangle = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}|eg\rangle_{AB} + \frac{1}{\sqrt{2}}|ge\rangle_{AB}\right) \otimes |000\rangle_{abc} \otimes |gg\rangle_{CD}$$

为整个系统的本征态,纠缠始终保持在原子 AB 之间,不会发生转移,由此可见,合理的选择初态是保持纠缠的一种方法。

3.2 原子与腔场耦合强度 f 以及腔场与光纤模的耦合强度 j 对 CD 原子间纠缠的影响

图 3 展示了在失谐量 Δ 和腔场耗散 Γ 均为零且 f 一定时, j 分别为 $0f$ 、 $0.5f$ 、 $5f$ 和 $50f$ 时, AB 和 CD 原子间的共生纠缠随时间的演化。在 AB 间初始为最大纠缠时,随着光纤模与腔场相互作用的增强,两种共生纠缠逐渐呈现出周期性演化的性质,且 CD 原子达到最大纠缠的时间间隔即纠缠转移的时间间隔逐渐减小。如图 3(a) 所示,当 $j=0f$ 时, CD 原子间的纠缠为 0 且不随时间变化, AB 间的纠缠呈现出周期性演化的性质。这是因为此时光纤模不起作用, AB 与腔场作用产生的激发子不能通过光纤模传递到 b 腔场,继而通过 b 与 CD 的相互作用转移到原子 CD 间,而原子 AB 与腔 a 发生作用

导致了两原子间纠缠的周期性演化。当光纤模与腔场有了相互作用后,如图 3(b) 所示, CD 原子间出现了纠缠演化,但此时 CD 原子间的纠缠图形峰值较小,且在一段时间后才明显的出现纠缠。当 j 增加后,如图 3(c) 所示, CD 原子间的纠缠图形峰值变大,说明产生的纠缠增加,且明显产生纠缠的时刻左移,说明较大的光纤模与腔场的耦合强度可以加快 AB 原子纠缠的转移。如图 3(d) 所示,当 j 等于 50 倍的 f 时, AB 原子间的纠缠更迅速的转移到 CD 上,且呈现出明显的周期性演化特性。发生上述现象的原因在于随着腔场与光纤模作用的增强,腔场与原子的相互作用相对降低,腔场 a 中 AB 两原子在演化过程中产生的激发子迅速经强相互作用的光纤模由腔 a 传递至腔 b,而相对降低的腔场和原子之间的相互作用使得激发子被腔场和原子分享的概率降低,从而更高概率的被 CD 原子分享,使 CD 原子间纠缠的增加和 AB 纠缠转移时间的缩短。

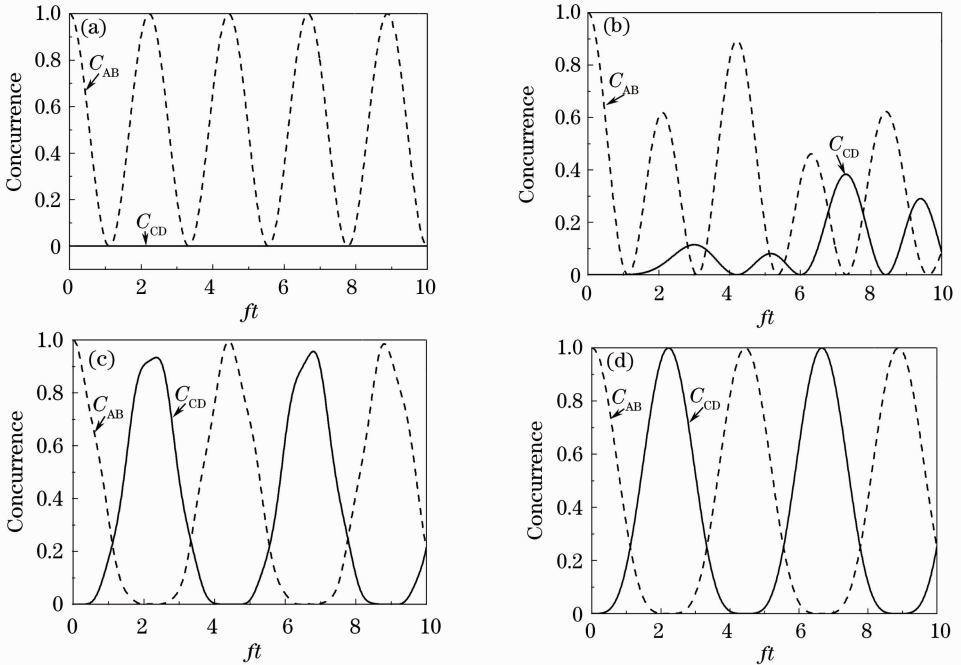


图 3 当 $\Delta=0$, $\Gamma=0$, f 一定 j 不同时, AB 与 CD 间的共生纠缠度。(a) $\theta=\pi/4$, $j=0f$; (b) $\theta=\pi/4$, $j=50f$;
(c) $\theta=\pi/4$, $j=5f$; (d) $\theta=\pi/4$, $j=50f$

Fig. 3 When $\Delta=0$, $\Gamma=0$, and f is determinate, the concurrence entanglement between AB and CD with different j .

(a) $\theta=\pi/4$, $j=0f$; (b) $\theta=\pi/4$, $j=50f$; (c) $\theta=\pi/4$, $j=5f$; (d) $\theta=\pi/4$, $j=50f$

3.3 失谐量与腔场耗散对纠缠转移的影响

在不同失谐量和腔场耗散下, CD 原子间共生纠缠随时间的演化表达式为

$$C_{CD}(t) = \frac{1}{100080016} \exp\{-\text{Re}[t(2r + \sqrt{-20008 + r^2} + \sqrt{-8 + r^2})]\} \times$$

$$\left| \frac{1}{\sqrt{-20008 + r^2} \sqrt{-8 + r^2}} \left\{ -5000 \exp\left[\frac{1}{2}t(2r + \sqrt{-20008 + r^2} + \sqrt{-8 + r^2})\right] \sqrt{-20008 + r^2} \sqrt{-8 + r^2} \right\} + \right.$$

$$\exp\left[\frac{1}{2}t(r + \sqrt{-8 + r^2})\right] \sqrt{-8 + r^2}(r - \sqrt{-20008 + r^2}) -$$

$$\exp\left[\frac{1}{2}t(r + 2\sqrt{-20008 + r^2} + \sqrt{-8 + r^2})\right] \sqrt{-8 + r^2}(r + \sqrt{-20008 + r^2}) -$$

$$2501 \exp\left[\frac{1}{2}t(r + \sqrt{-20008 + r^2})\right] \sqrt{-20008 + r^2}(r - \sqrt{-8 + r^2}) +$$

$$\left. 2501 \exp\left[\frac{1}{2}t(r + \sqrt{-20008 + r^2} + 2\sqrt{-8 + r^2})\right] \sqrt{-20008 + r^2}(r + \sqrt{-8 + r^2}) \right|^2, \quad (12)$$

演化图如图 4 所示。图 4 画出了当 AB 原子初始为最大纠缠, $j = 50f$ 时, 不同失谐量与腔场耗散对 AB 和 CD 原子间的共生纠缠随时间的演化的影响。从图中可以看出腔场耗散对纠缠演化的衰减影响是显著的, 而失谐量的增加可以有效地抑制这一现象。比较图 4(a)和(b), 当失谐量 Δ 均为 2.5 时, 随着腔场耗散的增加, 纠缠演化的起伏都在减小, 但较大的腔场耗散所引起的衰减较快。比较图 4(b)和(c), 在腔场耗散 Γ 均为 1 时, (b)中的纠缠随时间很快衰减, 而(c)中的纠缠在较大失谐量的影响下衰

减相对较小且演化周期变长, 说明失谐量的增加可以有效抑制腔场对纠缠的衰减。发生上述现象的原因是因为在原子与腔场间有失谐量的存在时, 原子与腔场之间不再是共振的, 激发子的转移被抑制, 所以原子和腔场间的纠缠减弱而原子间的纠缠相对加强。但在该模型中也不能选择大失谐的情况, 因为此时原子和光场之间没有了能量的交换, 纠缠转移也无法继续通过光场与光纤模的相互作用来实现。因此在纠缠转移过程中选择相对较大的失谐量和较小的腔场耗散可以达到较好纠缠转移的目的。

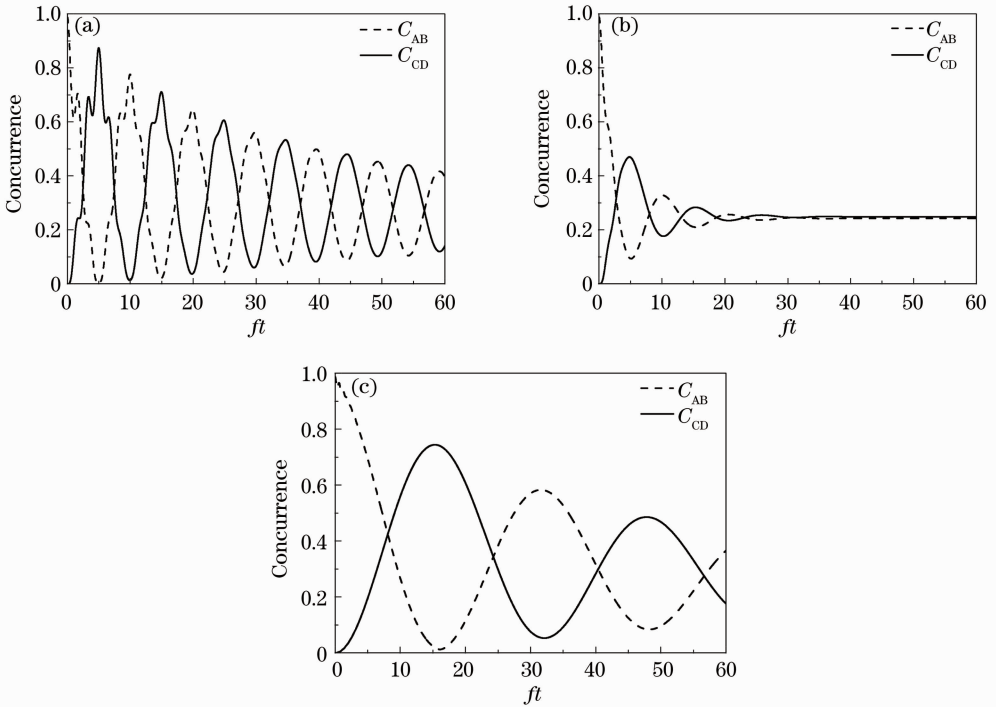


图 4 当 $\theta = \pi/4, j = 50f, \Delta$ 和 Γ 不同时, AB 与 CD 间的共生纠缠度。(a) $\Delta = 2.5, \Gamma = 0.1$; (b) $\Delta = 2.5, \Gamma = 1$; (c) $\Delta = 10, \Gamma = 1$

Fig. 4 When $\theta = \pi/4, j = 50f$, the concurrence entanglement between AB and CD with different Δ and Γ . (a) $\Delta = 2.5, \Gamma = 0.1$; (b) $\Delta = 2.5, \Gamma = 1$; (c) $\Delta = 10, \Gamma = 1$

3.4 纠缠在系统之间的转移

利用(4)、(8)两式可以得到体系中其他任意两个子体系之间的共生纠缠

$$\begin{aligned}
 C_{ab} &= 2 |d_3^*(t)d_5(t)|, \\
 C_{AC} &= C_{AC} = C_{AC} = C_{AC} = 2 |d_1^*(t)d_6(t)|, \\
 C_{Aa} &= C_{Ba} = C_{Ab} = C_{Bb} = 2 |d_1^*(t)d_3(t)|, \\
 C_{Cb} &= C_{Db} = C_{Ca} = C_{Da} = 2 |d_6^*(t)d_5(t)|, \\
 C_{Ac} &= C_{Bc} = 2 |d_1^*(t)d_4(t)|, \\
 C_{Cc} &= C_{Dc} = 2 |d_6^*(t)d_4(t)|, \\
 C_{ac} &= C_{bc} = 2 |d_3^*(t)d_4(t)|. \quad (13)
 \end{aligned}$$

图 5 画出了当失谐量 Δ 和腔场耗散 Γ 均为零, AB 初始为最大纠缠且 $j=50f$ 时系统所有的任意两子体系间的共生纠缠随时间的演化。由图 5 可以看出, AB 原子间的初始纠缠在系统各两子体系之间发生转化, 并且可以在某些时刻完全转移到原子 CD 上, 而其它两子体系之间的纠缠起到了桥梁的作用。AB 原子初始时刻的纠缠先转移至系统各两子体系之间再转移至原子 CD 上。图 5 底部浅灰、深灰和灰三种颜色的曲线代表了光纤模分别和原子 A、B, 腔 a、b 以及原子 C、D 之间的纠缠。在光纤模与腔场的耦合强度远大于腔场和原子间的耦合强度情况下, 光纤模与原子间以及光纤模与腔场间的纠缠都很小。这是因为随着 j 的增强, 光纤模被激发的概率降低, 激发子被两原子或两腔分享的概率增大。就光纤模与系统中原子和腔场之间的纠缠来看, 也是由光纤模与腔场间的纠缠起桥梁作用, 传递光纤模与两腔场中原子的纠缠。

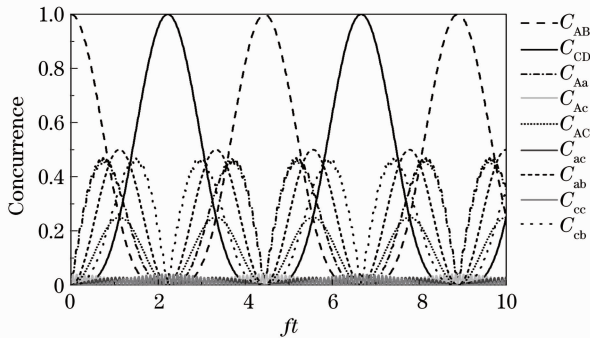


图 5 当 $\Delta=0, \Gamma=0, \theta=\pi/4, j=50f$ 时系统所有两子体系间的共生纠缠度

Fig. 5 When $\Delta=0, \Gamma=0, \theta=\pi/4, j=50f$, all of the concurrence entanglement which is between any two subsystems in the system

4 结 论

研究了由光纤模连接的两个 TC 模型, 二能级

原子 A 和 B 在腔 a 中, C 和 D 在腔 b 中, 利用共生纠缠的方法研究了原子 AB 不同初始纠缠、不同光纤模与腔场以及原子与腔场的耦合强度、原子与腔场的失谐量和腔场耗散对 CD 原子间纠缠演化和系统纠缠转移的性质的影响。通过数值计算发现, AB 原子间不同的初始纠缠决定了 CD 原子间产生纠缠值的大小, 当 AB 初始为最大纠缠时, 可以较好的实现纠缠的转移; 在原子与腔场的耦合强度 f 一定的情况下, 随着光纤模与腔场的耦合强度 j 的增加, AB 原子间的纠缠转移到 CD 原子间的时间缩短, 转移速度加快, 产生的纠缠值增加。腔场耗散对纠缠演化的衰减影响是显著的, 而失谐量的增加可以有效地抑制这一现象。纠缠转移过程中, 系统中任两子体系间的纠缠反起到了桥梁的作用。所以, 若想较好的实现原子 AB 和 CD 之间纠缠的转移, 应选择初始处于最大纠缠的原子 AB, 与腔场相互作用远大于原子与腔场相互作用的光纤模, 较大的失谐量以及较小耗散的腔场。

参 考 文 献

- 1 C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau *et al.*. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70** (13): 1895~1899
- 2 A. K. Ekert. Quantum cryptography based on Bell's theorem [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**(6): 661~663
- 3 P. W. Shor. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory[J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **52**(4): 2493~2496
- 4 C. H. Bennett, S. Wiesner. Communication via one-and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(20): 2881~2884
- 5 M. Paternostro, W. S. Son, M. Kim. Decoherence-free quantum information processing with four-photon entangled states [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(10): 107901
- 6 F. Casagrande, A. Lulli, G. A. M. Paris. Tripartite entanglement transfer from flying modes to localized qubits[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(2): 022307
- 7 Wang Chengzhi, Fang Maofa. Entanglement and decoherence in the interaction between two-mode squeezing vacuum state field and atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(9): 1989~1995
王诚志, 方卯发. 双模压缩真空态与原子相互作用中的量子纠缠和退相干[J]. *物理学报*, 2002, **51**(9): 1989~1995
- 8 T. Yu, J. H. Eberly. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93** (14): 140404
- 9 Huang Chunjia, Zhou Ming, Li Jiangfan *et al.*. The entropy squeezing properties in a system of single-mode field interacting with coupled atoms[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51** (4): 805~808
黄春佳, 周 明, 厉江帆等. 单模辐射场与耦合双原子相互作用系统中场熵的压缩特性[J]. *物理学报*, 2002, **51**(4): 805~808
- 10 M. Yonac, T. Yu, J. H. Eberly. Pairwise concurrence dynamics; a four-qubit model[J]. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2007, **40**(9): S45~S59
- 11 Sun Chao, Zhang Yingjie, Meng Xiangshui *et al.*. A study on the

- pairwise concurrence entanglement in the multipartite open system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(12): 3604~3609
孙超, 张英杰, 孟祥水等. 开放多体系统中共生纠缠对的研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(12): 3604~3609
- 12 Lu Daoming. Entanglement properties in the system of atoms interacting with coupled cavities[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(9): 090302
卢道明. 原子与耦合腔相互作用系统中的纠缠特性[J]. *物理学报*, 2011, **60**(9): 090302
- 13 Lu Daoming. Transfer of quantum information with the system of atoms interacting with coupled cavities via two-photon hopping interaction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(3): 0627001
卢道明. 利用双光子过程耦合腔系统实现量子信息转移[J]. *光学学报*, 2012, **32**(3): 0627001
- 14 W. K. Wootters. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(10): 2245~2248

栏目编辑: 李文喆