

大气导致的脉冲展宽对星载量子密钥分发的影响

赵顾颢¹ 赵尚弘¹ 么周石² 蒙文¹ 王翔¹ 朱子行¹ 刘丰²

(¹ 空军工程大学电讯工程学院, 陕西 西安 710077)
(² 中国空间技术研究院西安分院, 陕西 西安 710000)

摘要 分析比较了星地量子密钥分发系统中由于大气湍流和大气色散导致的脉冲展宽。分别推导了大气湍流和色散效应下脉冲展宽比。根据大气压强和温度与海拔间的实测数据, 计算了到达脉宽与不同初始脉宽、工作波长、链路天顶角的关系。并根据到达脉宽计算了系统背景噪声量。数值模拟结果表明: 当工作波长为 $1.06 \mu\text{m}$, 初始脉宽为 15 fs 时, 到达脉宽有最小值。对于不同的链路天顶角, 在无月晴朗的星空, 探测器探测到的背景噪声约为 $1.9 \times 10^{-10} \sim 2.7 \times 10^{-10}$, 而误码率约为 0.5×10^{-5} 。

关键词 量子光学; 星地量子密钥分发; 大气信道; 脉冲展宽; 背景光子噪声

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1127001

Effect of the Pulse Broadening Caused by Atmosphere on Satellite Based Quantum Key Distribution

Zhao Guhao¹ Zhao Shanghong¹ Yao Zhoushi² Meng Wen¹

Wang Xiang¹ Zhu Zihang¹ Liu Feng²

(¹ The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University,
Xi'an, Shaanxi 710077, China)
(² Xi'an Branch of China Academy of Space Technology, Xi'an, Shaanxi 710000, China)

Abstract The temporal pulse broadening of coherent laser pulse caused by atmospheric turbulent and dispersion is analyzed. The expression of turbulence-induced and dispersion-induced pulse broadening is given. Based on the measured data of atmospheric parameters and the fitting formula, the relations of pulse broadening to the zenith angle, original pulse and the wavelength of optical signal are obtained. The background noise in satellite-earth quantum key distribution is simulated. The simulation shows that when the wavelength is $1.06 \mu\text{m}$ and the original pulse is 15 fs, the final pulse has the minimum. For different zenith angle, the background noise is about $1.9 \times 10^{-10} \sim 2.7 \times 10^{-10}$, and the quantum error bit rate is about 0.5×10^{-5} .

Key words quantum optics; satellite-earth quantum key distribution; atmosphere channel; pulse broadening; background photons noise

OCIS codes 270.5565; 010.1330; 270.5568

1 引言

量子密钥分发技术自提出以来, 学者们对其理论基础和实现技术进行了广泛的研究^[1~8]。对量子密钥分发技术进行空间移植是实现全球量子密钥通信网络的必然途径。2007 年欧盟多国科学家实现

了 144 km 的自由空间量子密钥传输^[9]。2008 年意大利和奥地利的联合研究小组成功进行了弱光脉冲的地-星-地反射探测实验^[10]。这些实验为星载量子密钥分发打下了坚实的基础。对于星地链路而言, 面临的主要困难来自大气信道对脉冲信号的影响

收稿日期: 2012-03-20; **收到修改稿日期**: 2012-06-20

作者简介: 赵顾颢(1986—), 男, 博士研究生, 主要从事量子密钥技术和卫星光通信等方面的研究。

E-mail: zghlupin@163.com

导师简介: 赵尚弘(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事激光通信技术方面的研究。

E-mail: zhaoshangh@yahoo.com.cn

响。文献[11]讨论了大气衰减对 $0.8 \mu\text{m}$ 的低轨卫星到地面链路影响,文献[12]报道了 100 m 大气信道对量子信号的衰减、偏转退化等效应的实验结果。这些研究和实验从一定程度上证明了星地量子密钥分发在星地链路上实现的可能。

星地量子密钥分发这样远距离的量子密钥系统要向工程使用化迈进,成钥率是一个主要的瓶颈。由于量子密钥分发系统使用的单光子光源功率极低,在长距离的分发的链路损耗下,能到达接收端的光子数非常少,往往只能实现几个比特每秒的成钥率。因此增加系统的脉冲传输速率,减小脉冲宽度往往被认为是提高系统成钥率并同时减小背景噪声的重要手段。然而研究表明大气信道的湍流和色散效应对光脉冲有一定的展宽作用^[13,14],这有可能限制传输速率的提高。另外,为了接收被展宽的脉冲信号,接收端必须调整其接收门宽,这意味着在探测器接收被展宽的脉冲信号的同时将引入更多的背景光噪声。

本文就大气湍流和色散引起的脉冲展宽对量子密钥分发系统带来的影响和限制做了分析和研究。

2 大气导致的脉冲展宽

2.1 湍流引起的脉冲展宽

大气湍流的外尺度和内尺度可表示为

$$L_0(h) = \frac{5}{1 + \left(\frac{h-7500}{25}\right)^2}, \quad l_0(h) = \delta L_0(h), \quad (1)$$

式中 $0 < \delta < 1$, h 为海拔高度。设高斯脉冲的幅度表达式为 $u(t) = \exp(-t^2/T_0^2)$ 其中 T_0 为脉冲幅度

$1/e$ 处的半宽。经过 L 的湍流路径传输后,脉冲半宽可以表示为^[15]

$$T_1 = \sqrt{T_0^2 + 8a}, \quad (2)$$

$$a = \frac{0.391(1 + 0.171\delta^2 - 0.287\delta^{5/3})\mu_1 \text{ sec } \xi}{c^2}, \quad (3)$$

式中 ξ 为链路天顶角, μ_1 为一个和高度相关的积分值,可表示为

$$\mu_1 = \int_{h_0}^k C_n^2(h) [L_0(h)]^{5/3}, \quad (4)$$

式中 C_n^2 为 Hufnagle-Valley 湍流模型中的大气折射率结构常数,表示为

$$C_n^2(h) = 0.00594 \left(\frac{v}{27}\right)^2 (10^{-5}h)^{10} \exp\left(-\frac{h}{1500}\right) + 2.7 \times 10^{-16} \exp\left(-\frac{h}{1500}\right) + A \exp\left(-\frac{h}{100}\right), \quad (5)$$

式中 v 为横向风速^[8],表示为

$$v(h) = 3 + 17 \exp\left[-\frac{(h-12.5)^2}{16}\right]. \quad (6)$$

2.2 色散引起的脉冲展宽

光脉冲在大气传输的过程中受到不同程度色散的影响,将导致脉冲的展宽或者压缩^[16]。根据文献[17],大气折射率分布于大气压强和温度的分布有关,在光频范围内,大气的折射率可取以下形式

$$n = 1 + 77.6(1 + 7.52 \times 10^{-3}\lambda^{-2}) \frac{P}{T} \times 10^{-6}, \quad (7)$$

式中 λ 为激光波长; P 为大气压力; T 为温度。文献[18]给出了新疆地区大气温度和压强与海拔高度关系的实验数据,对应数据的拟合式为

$$T(h) = 12.95707 - 2.20057h - 1.75543h^2 + 0.25213h^3 - 1.67506h^4 + 6.31831h^5 - 1.28534h^6 + 1.08248h^7, \quad (8)$$

$$P(h) = 885.9664 - 104.32616h + 5.27367h^2 - 0.22954h^3 + 0.01482h^4 - 7.29564 \times 10^{-4}h^5 + 1.81667 \times 10^{-5}h^6 - 1.7425 \times 10^{-7}h^7. \quad (9)$$

激光信号在大气中传播常数 β 定义为

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \frac{\omega}{c} + 77.6 \left(\frac{\omega}{c} + 7.52 \times 10^{-15} \frac{\omega^3}{4\pi^2 v^2 c} \right) \frac{P}{T} \times 10^{-6}, \quad (10)$$

$$\frac{\omega^2}{4\pi^2 v^2} = \lambda^{-2}, \quad (11)$$

$$v = c/n(\omega). \quad (12)$$

在 $\omega_0 = \frac{c}{\lambda_0} 2\pi$ 处对 $\beta(\omega)$ 进行泰勒级数展开,取前 4 项得

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3, \quad (13)$$

式中 β_1 、 β_2 和 β_3 为传播常数 β 的一阶、二阶和三阶微分,其中需要用到的 β_2 和 β_3 可以表示为

$$\beta_2 = \left(\frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} = 77.6 \times 7.52 \times 10^{-15} \frac{6\omega_0}{4\pi^2 v^2 c} \frac{P}{T} \times 10^{-6}, \quad (14)$$

$$\beta_3 = \left(\frac{d^3 \beta}{d\omega^3} \right)_{\omega=\omega_0} = 77.6 \times 7.52 \times 10^{-15} \frac{6}{4\pi^2 v^2 c} \frac{P}{T} \times 10^{-6}. \quad (15)$$

由文献[16]可知,经过长度为 z 的色散介质后,接收端脉冲展开为

$$\frac{T^2}{T_0^2} = \left(1 + \frac{C\beta_2 z}{T_0^2} \right)^2 + (1 + T_0^2 W^2) \frac{\beta_2^2 z^2}{T_0^4} + (1 + C^2 + T_0^2 W^2) \frac{\beta_3^2 z^2}{4T_0^6}, \quad (16)$$

式中 C 为调制脉冲的啁啾参数,仿真中取 2; W 为脉冲信号的均方根谱宽,仿真中取 125 GHz。由于大气的折射率随高度变化,因此在计算色散引起的脉冲展宽时可以将大气看做多层分布,每一层大气的折射率不变。假设卫星轨道高度为 1000 km。图 1 给出了 20° 天顶角下 $1.06 \mu\text{m}$ 波长的飞秒量级脉冲穿过大气层后到达脉宽变化趋势。可以看出,当初始脉宽小于 15 fs 时,到达脉宽随着初始脉宽减小而急剧增大;当脉宽大于 15 fs 时,到达脉宽随着初始脉宽增大而缓慢上升。这意味着,更窄的脉冲以及更小的占空比并不能无限地提高传输速率,而有可能带来更多码间串扰。

大气色散作用脉冲的展宽效应也越强烈。这对于未来超高频的量子密钥分发的波长选择有一定的指导意义。

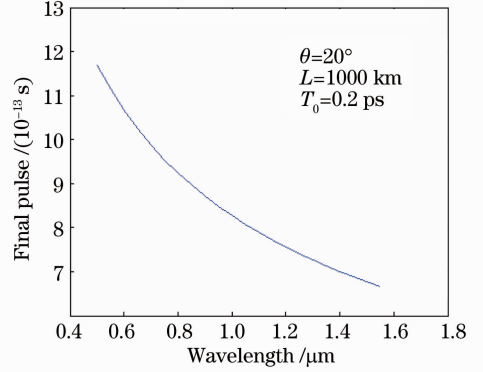


图 2 不同波长脉冲下初始脉宽与到达脉宽的关系
Fig. 2 Relation between original pulse and final pulse with different wavelengths

图 3 给出了不同波长脉宽下轨道高度为 1000 km, 初始脉宽为 0.2 ps 时,到达脉宽与天顶角之间的关系。与图 2 相比较可知,相同条件下的短波长脉冲更适合于光量子信号的大气传输。图 4 给出了 $1.06 \mu\text{m}$

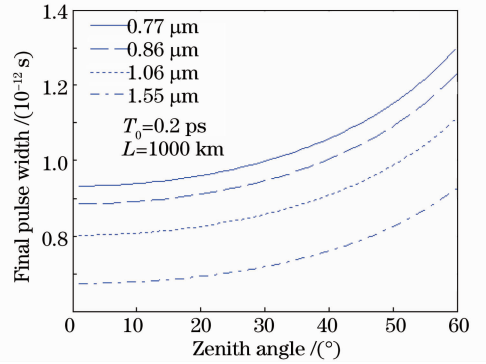


图 3 不同波长脉冲下到达脉宽与天顶角的关系
Fig. 3 Relation between zenith angle and final pulse with different wavelengths

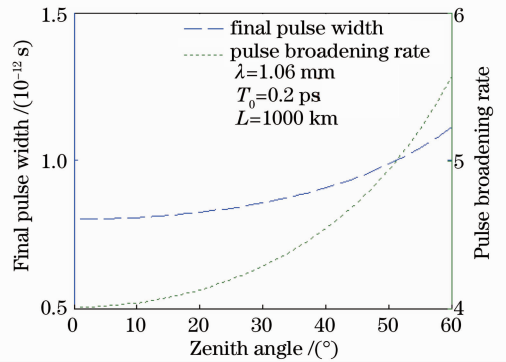


图 4 到达脉宽以及脉冲展宽倍数与天顶角的关系
Fig. 4 Relation between zenith angle and pulse broadening rate and final pulse

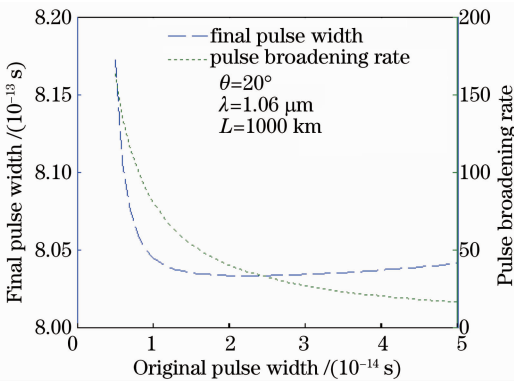


图 1 输入脉宽以及脉冲展宽倍数与到达脉宽关系
Fig. 1 Relation between original pulse and pulse broadening rate and final pulse

图 2 给出初始脉宽为 15 fs 的不同波长信号在 20° 天顶角的到达脉冲宽度随初始脉冲宽度的变化趋势。可以看出波长越小,脉冲展宽越大。这是由于随着信号波长的增加,相应的大气的折射率越高,

波长, 0.2 ps 的初始脉宽随天顶角的脉冲展宽倍数情况, 不难发现, 相对于飞秒量级的初始脉冲, 亚皮秒脉冲受到大气的影响已经逐渐减小, 穿过大气层后脉冲仅展宽 5 倍左右。

3 脉冲展宽对量子误码率的影响

误码率是衡量一个量子密钥分发系统安全性的唯一度量。理论分析表明^[19], 星地链路采用星上调制发射, 地面接收的收发方案最为合理且误码率最低。而该方案中背景光是最难消除且对误码率贡献最大的一种噪声形式^[20], 目前对于背景噪声的控制主要依靠时间滤波、频谱滤波和空间滤波三种方式。其中时间滤波主要依靠精确的同步门来实现, 即精确预测信号光子到达时间并打开单光子探测器的“门”, 使得接收系统在时间门范围内才工作。显然, 门宽越窄, 滤波效果越好。但是由于器件、传输信道引入的信号时间抖动, 以及平台间相对运动产生的到达时间漂移等问题, 使得即使通过精确的技术手段进行时间同步(如信标光同步法), 依然需要给每个时隙的脉冲留有足够的余量以保证信号光子能够进入探测器内。通常设计探测器门宽为单个脉冲宽度的 2 倍。

对于一个束腰为 $r(1/e^2)$ 的高斯光束来说, 衍射极限半角 θ 可以表示为

$$\theta = \lambda/\pi D, \quad (17)$$

式中 λ 为激光波长, D 为发射天线半径。假设工作波长为 $1.06 \mu\text{m}$, 发射天线口径为 0.2 m , 衍射极限角为 $3.38 \mu\text{rad}$ 。以目前的技术水平, 空间已实现微弧度量级的指向精度^[21]。为了保证在卫星指向抖动的情况下接收望远镜能够被信号光斑覆盖, 假设卫星以 3 倍衍射极限角发射光脉。接收望远镜半径为 D_T , 链路距离为 L 。则收集效率为

$$\eta = 1 - \exp\left[-\frac{2D_T^2}{2(6\theta \times L)^2}\right] \approx \frac{D_T^2}{2(6\theta \times L)^2}. \quad (18)$$

根据文献^[20], 光接收机所接收的背景光功率可以表示为

$$P_b = H_b \times S_{\text{rfov}} \times A_{\text{rec}} \times B_{\text{filter}}, \quad (19)$$

式中 H_b 为背景光源的光辐射亮度, A_{rec} 、 S_{rfov} 和 B_{filter} 分别表示接受天线的接收面积、视场角和滤光带宽。取接收天线口径为 1 m , $A_{\text{rec}} = 0.785 \text{ m}^2$, 大气湍流引起的激光光束角起伏约为 $100 \mu\text{rad}$ ^[19], 故立体角取 $S_{\text{rfov}} = (100/2)^2 \pi$ 。根据文献^[22, 23]给出了几种典型环境条件下 $0.53 \sim 1.06 \mu\text{m}$ 光谱段天

空光谱辐射亮度的相对值。另外, 就量子密钥分配而言, 由于单光子探测器本身存在暗计数, 即在没有任何光子到达探测器时, 探测器也会输出脉冲。目前, 实用的单光子探测器的暗计数可低于 25 s^{-1} 。结合两个主要的噪声来源, 可以计算出每脉冲下探测器接收到的平均噪声光子数。

图 5 给出了在无月的晴朗夜晚, 背景光辐射平均亮度水平为 $H_b = 1.5 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$, 天顶角 20° 时, 波长为 $1.06 \mu\text{m}$ 的信号脉冲, 不同脉宽的发射脉冲经大气的展宽后的平均噪声水平。由于背景噪声光子能否进入探测器取决于同步门的宽度, 并与同步门宽成正比关系。因此背景噪声光子的变化曲线与到达脉宽的变化曲线非常相似。图 6 给出了初始脉宽为 15 fs , 波长为 $1.06 \mu\text{m}$ 时不同天顶角下的接收噪声水平。

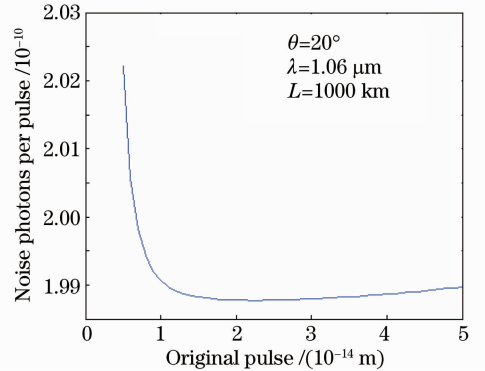


图 5 不同初始脉宽下噪声光子水平

Fig. 5 Noise photons per second with different original pulses

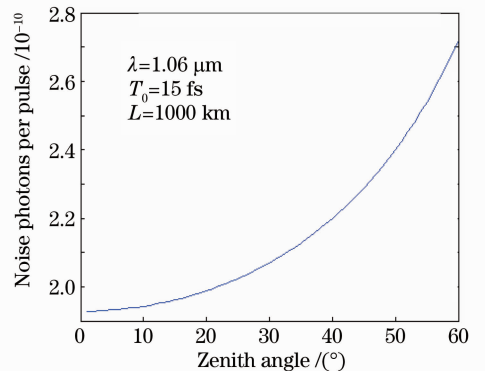


图 6 脉冲展宽情况下噪声光子与不同天顶角的关系

Fig. 6 Relation between noise photons and zenith angle in the situation of pulse is broadened

对于探测器而言, 增加的同步门并不能提高信号光子的捕获效率, 但是却升高了噪声光子到达探测器的几率, 这将提高系统的量子误码率。图 7 给出了误码率随天顶角变化情况。从图 7 中可以看

出,误码率水平随天顶角的提高而增加。而与无脉冲展宽情况下的误码率相比,误码率水平提高了50~70倍。但同时也可以从仿真中发现,虽然由于脉冲展宽的原因误码率水平比无大气影响下高了很多倍,但是仍然在一个非常低的,可以被协议所接受的水平。可见窄脉冲的量子密钥分发是实现星地链路量子密钥分发的关键。

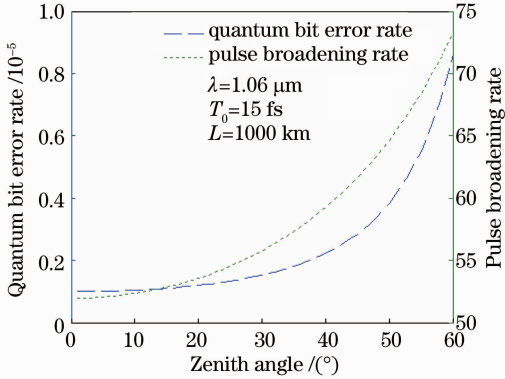


图7 误码率以及脉冲展宽倍数随天顶角变化

Fig. 7 Quantum bit error rate and pulse broadening rate versus zenith angle

4 结 论

从大气湍流和色散效应对光频信号脉冲的展宽效应出发,研究了星地链路量子信号脉冲通过大气信道时的脉冲展宽,根据脉冲宽度与背景噪声的关系,进而分析了脉冲展宽对量子误码率的影响。仿真表明到达脉冲的脉宽与链路天顶角和发射脉宽相关。到达脉宽随天顶角提高而迅速升高。卫星轨道高度为1000 km,天顶角为20°的条件下,当发射脉宽为15 fs时到达脉宽最小。这表明存在最佳的发射脉宽使得接收端能够工作在最小的同步门上。仿真同时给出了到达脉冲宽度与天顶角之间的关系。这意味着接收端可以根据当前卫星位置,合理地估计到达脉冲宽度,调整同步门宽,从而避免不必要的背景噪声光子进入。

参 考 文 献

- 1 C. Gobby, Z. L. Yuan, A. J. Shields. Quantum key distribution over 122 km of standard telecom fiber [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2004, **84**(19): 3762~3764
- 2 Bi Huining, Ma Jing. Study of single-photon acquisition probability based on Hermite-Gaussian beams [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 428~432
毕慧宁, 马晶. 基于厄米-高斯光束单光子捕获概率研究 [J]. *中国激光*, 2010, **37**(2): 428~432
- 3 Feng Tang, Shuang Gao, Xiaofei Wang *et al.*. A novel synchronization scheme for free-space quantum key distribution system [C]. *SPIE*, 2011, **8309**: 83093C

- 4 Wei Zhengjun, Li Huazeng, Wang Jindong *et al.*. A new method to measure half-wave voltage of phase modulator based on sagnac optical-fiber interferometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(6): 0612006
魏正军, 李华铮, 王金东等. 基于萨尼亚克光纤干涉仪的相位调制器半波电压的测量方法 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(6): 0612006
- 5 Chen Shuai, Wang Jindong, Zhong Pingping *et al.*. Influence of time jitter on quantum bit error rate of phase-coding quantum key distribution system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0727001
陈帅, 王金东, 钟平等. 时间抖动对相位编码量子密钥分发系统量子误码率的影响 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(7): 0727001
- 6 Chen Yan, Deng Ke, Hu Yu. Effect of fiber coupling on photon-detection probability of quantum key distribution systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1402~1404
陈彦, 邓科, 胡渝. 光纤耦合对量子密钥分配系统光子探测的影响 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1402~1404
- 7 Han Baobin, Pei Changxing, Liu Dan. Analysis of influence of magneto-optical effect on quantum key distribution system with phase coding [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3328~3331
韩宝彬, 裴昌兴, 刘丹. 磁光效应对量子相位编码系统的影响分析 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3328~3331
- 8 Cai Wenqi, Chen Tengyun, Liang Hao *et al.*. Development of synchronized laser discriminator in quantum key distribution system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(3): 703~707
蔡文奇, 陈腾云, 梁昊等. 量子密钥分发系统中同步激光甄别器的研制 [J]. *中国激光*, 2010, **37**(3): 703~707
- 9 M. Furst, H. T. Weier, Schmitt manderbach, free-space quantum key distribution over 144 km [C]. *SPIE*, 2006, **6399**: 63990G
- 10 P. Villoresi, T. Jennewein, F. Tamburini *et al.*. Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and earth [J]. *New J. Phys.*, 2008, **10**(3): 033038
- 11 Y. Yan, C. X. Pei, H. S. Hu. Atmospheric attenuation on a satellite quantum system at 0.8 μm [J]. *J. Infrared Milli. Terahz. Waves*, 2009, **30**(3): 302~308
- 12 B. Heim, D. Elser, T. Bartley *et al.*. Atmospheric channel characteristics for quantum communication with continuous polarization variables [J]. *Appl. Phys. B*, 2010, **98**(4): 635~640
- 13 Chen Chunyi, Yang Huamin, Jiang Huilin *et al.*. Temporal dispersion of laser pulse through clouds and channel equalization [J]. *Acta Armamentarii*, 2008, **29**(11): 1325~1329
陈纯毅, 杨华民, 姜会林等. 激光脉冲云层传输时间扩展与信道均衡 [J]. *兵工学报*, 2008, **29**(11): 1325~1329
- 14 Lu Hongqiang, Zhao Wei, Xie Xiaoping. Analysis and comparison of pulse broadening caused by atmospheric turbulence and dispersion [J]. *Acta Armamentarii*, 2011, **32**(4): 433~438
陆红强, 赵卫, 谢小平. 大气湍流和色散导致脉冲展宽的分析比较 [J]. *兵工学报*, 2011, **32**(4): 433~438
- 15 D. E. Kelly, L. C. Andrews. Temporal broadening and scintillations of ultrashort optical pulses [J]. *Waves Random Media*, 1999, **9**(3): 307~325
- 16 D. Marcuse. Pulse distortion in single-mode fibers. 3: chirped pulses [J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(20): 3573~3579
- 17 J. C. Owens. Optical refractive index of air; dependence on pressure, temperature and composition [J]. *Appl. Opt.*, 1967, **6**(1): 51~59
- 18 Han Yan, Qiang Xiwen, Feng Jianwei *et al.*. Height distribution profiles and its application of atmosphere refractive index [J]. *Infrared and laser Engineering*, 2009, **38**(2): 267~271
韩燕, 强希文, 冯建伟等. 大气折射率高度分布模型及其应用 [J]. *红外与激光工程*, 2009, **38**(2): 267~271

- 19 J. G. Rarity, P. R. Tapster, P. M. Gorman *et al.*. Ground to satellite secure key exchange using quantum cryptography [J]. *New J. Phys.*, 2002, **4**(1): 82. 1~82. 21
- 20 Miao Erlong, Han Zhengfu, Gong Shunsheng *et al.*. Background noise of satellite-to-ground quantum key distribution [J]. *New J. Phys.*, 2005, **7**(1): 1~8
- 21 M. Toyoshima, K. Araki. In-orbit measurements of short term attitude and vibrational environment on the engineering test satellite VI using laser communication equipment [J]. *Opt. Eng.*, 2001, **40**(5): 827~832
- 22 Ch. Leinert, S. Bowyer, L. K. Haikala *et al.*. The 1997 reference of diffuse night sky brightness [J]. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 1998, **127**(1): 1~99
- 23 V. Hansen. Spectral distribution of solar radiation on clear days: a comparison between measurements and model estimates [J]. *J. Appl. Meteorol.*, 1993, **23**(5): 772~780

栏目编辑: 李文喆