

# 基于希尔伯特-黄变换的自适应相位提取法

王辰星 达飞鹏

(东南大学自动化学院, 江苏 南京 210096)

**摘要** 提出了一种基于希尔伯特-黄变换的自适应相位提取法。该方法通过对条纹图信号进行经验模态分解得到一系列本征模函数(IMF)。对每个 IMF 进行希尔伯特谱分析, 提出准则用以确定噪声 IMF 并判断是否存在模式混叠问题。若存在, 根据该噪声 IMF 自适应设计新的“噪声”并将其添加到原信号中, 然后对所形成的新信号再次分解, 重复进行该过程直到相应的模式混叠问题不再存在。将最后一次分解所得的噪声 IMF 和背景分量从信号中去除, 对所得的基频分量做希尔伯特变换即可得到条纹图的包裹相位分布。所提方法可有效克服模式混叠问题, 可在有效去除噪声和背景分量的同时尽量保留细节相位信息, 有较好的自适应性及稳健性, 测量精度高。

**关键词** 测量; 相位提取; 模式混叠问题; 经验模态分解

**中图分类号** TP391.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1112006

## Adaptive Phase Extraction Method Based on Hilbert-Huang Transform

Wang Chenxing Da Feipeng

(School of Automation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract** Based on Hilbert-Huang transform, an adaptive phase extraction method is proposed. Signals of fringe pattern are decomposed into a series of intrinsic mode functions (IMF) by empirical mode decomposition. Criteria are presented to determine noise IMF and to identify whether mode-mixing problem exists in the corresponding noise IMF through the analysis of Hilbert spectra for each IMF. If the problem exists, new “noise” is designed adaptively according to the noise IMF and added into the original signals. The new formed signals are decomposed again. Repeat the process iteratively until the mode-mixing problem disappears. Noise IMF and background components determined in the last decomposition are subtracted from the last formed signals to get the fundamental signals, on which is performed Hilbert transform to obtain the wrapped phase. The presented method can overcome the mode-mixing problem effectively and keep detailed phase information while removing the noise and background components. The adaptability and robustness of the method is good.

**Key words** measurement; phase extraction; mode-mixing problem; empirical mode decomposition

**OCIS codes** 70.4340; 100.2650; 100.5070; 110.4280

## 1 引 言

光栅条纹图的相位提取是光栅投影测量技术中一个非常重要的步骤, 对受物体高度调制的变形条纹图进行相位提取后, 利用摄像机和投影仪之间的标定关系可获得被测物体表面的轮廓信息。相移法

精度较高, 但需要投影多幅条纹图, 不利于动态测量。基于变换域的相位提取法只需一幅变形条纹图, 但其中傅里叶变换法仅适用于测量全局平稳的信号<sup>[1]</sup>, 而常用的窗口傅里叶变换<sup>[2]</sup>、小波变换<sup>[3]</sup>和 S 变换<sup>[4]</sup>等则受限于海森堡不确定关系, 难以使条

**收稿日期**: 2012-03-07; **收到修改稿日期**: 2012-06-27

**基金项目**: 国家自然科学基金(51175081, 61107001)、江苏省自然科学基金(BK2010058)和东南大学优秀博士论文基金资助课题。

**作者简介**: 王辰星(1982—), 女, 博士研究生, 主要从事三维测量和图像处理等方面的研究。

E-mail: w.chenxing@gmail.com

**导师简介**: 达飞鹏(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事三维测量和三维人脸识别等方面的研究。

E-mail: dafp@seu.edu.cn

纹图的空间和频率分辨率同时达到最佳,因此不能实现局部相位的精确提取。近些年,经验模态分解(EMD)作为一种新的时频分析方法被广泛用于条纹图的相位提取<sup>[5]</sup>中,若将噪声分量和背景分量准确分解出来并从条纹图中去除,通过剩余的基频分量便可容易求得调制相位,因此,如何精确地去除噪声项<sup>[6]</sup>和背景项极为关键。文献[7]将原始信号分解为一系列本征模函数(IMF),然后从原信号中去除第一个 IMF 来实现去噪,但认为第一个 IMF 就是噪声 IMF 的观点过于主观。Su 等<sup>[8]</sup>提出先将原始信号依次减去不同个数的 IMF,然后分别计算原始信号和所得结果之间的偏差,根据得到的最小偏差确定最终的噪声 IMF 项。这种方法相对客观,但没有解决在应用 EMD 时常出现的模式混叠问题,从而导致误差的出现。针对该问题,Wu 等<sup>[9]</sup>提出聚合经验模态分解(EEMD)法,通过对信号反复添加高斯白噪声并重新分解,最后将每次所得相应阶数的 IMF 求均值得到最终的 IMF。Liu 等<sup>[10]</sup>用 EEMD 法对光学相干断层扫描技术所得的条纹图进行滤波去噪。Zhou 等<sup>[11]</sup>也用 EEMD 法自适应去除光栅条纹图的噪声和背景以精确得到基频分量从而提取调制相位。Zhou 等<sup>[12]</sup>将 EEMD 扩展到二维空间,提出用二维聚合经验模态分解(BEEMD)法来去除数字散斑图的噪声。这些基于 EEMD 的方法虽然效果较好,但需要事先确定 EMD 分解 IMF 的个数,这破坏了 EMD 根据信号自身数据特性进行自适应分解的良好性能。同时,白噪声的幅值及添加次数也要事先确定,若添加次数过少,白噪声的均值并不能如理论分析那样为 0,而若增加白噪声添加次数(至少大于 100 次),处理效率会很低,不适于实际应用。

本文提出了一种新的方法,其本质是精确去除条纹图的噪声分量和背景分量后得到基频分量,然后提取这些基频分量的相位信息。提出了相关准则以确定噪声 IMF 项,并判断其是否含有模式混叠问题,若模式混叠问题存在,给出了设计“新噪声”信号的方法,将“新噪声”添加到原条纹信号后重新分解并再次判断噪声项,该过程重复进行直至模式混叠消失。模式混叠不存在时,去除确定的噪声项和背景项得到基频分量,最后通过基频分量求取相位。添加的“新噪声”基本根据条纹图原本固有的噪声所设计,其保留了原有噪声的特性,故可使原有的不连续噪声变得连续,从而经过 EMD 分解可彻底分离所有噪声。该方法在保持精度的同时,减少了重复

添加设计噪声的次数,处理效率相比 EEMD 得到较大提高。

## 2 基本原理

### 2.1 EMD 的基本原理

EMD<sup>[13]</sup>是一种由数据驱动的自适应分解方法,它通常可将非平稳信号分解为一系列 IMF,每个 IMF 应该满足以下两个条件:1)信号的极值点数与过零点数相等或至多相差为 1;2)任意点处的局部最大值包络和局部最小值包络的均值为 0。EMD 的分解过程可表示为

$$p(x) = s(x) - \frac{s(x)_{\max\_envelope} + s(x)_{\min\_envelope}}{2}, \quad (1)$$

式中  $s(x)$  为原始信号,  $s(x)_{\max\_envelope}$  和  $s(x)_{\min\_envelope}$  分别为信号的最大值包络和最小值包络,这些包络线是通过已有的极大值和极小值分别进行三次样条插值后再进行连接而得到。判断  $p(x)$  是否满足上述的两个条件,如果不满足,则重复(1)式。一旦  $p(x)$  满足了这两个条件,则将  $p(x)$  记为  $c_1(x)$ ,并将其从原信号  $s(x)$  中去除。剩余分量变成一个新的  $s(x)$  并重复进行上述处理。最终,经过 EMD 分解后,原信号可写为

$$s(x) = \sum_{n=1}^N c_n(x) + r(x), \quad (2)$$

式中  $c_n(x)$  为第  $n$  个 IMF,  $r(x)$  为最终的不再包含 IMF 的剩余分量,  $N$  代表 IMF 的总个数。各模式分量按照尺度由小到大依次分解出来,故  $c(x)$  按照频率由高到低依次排列。迭代的终止条件可由

$$D_s = \sum_{x=0}^K \left[ \frac{|p_{j-1}(x) - p_j(x)|^2}{p_{j-1}^2(x)} \right] < \epsilon \quad (3)$$

确定,即令相邻两个  $s(x)$  序列的标准差小于某个极小的阈值  $\epsilon$ 。

### 2.2 希尔伯特-黄变换

希尔伯特-黄变换<sup>[13]</sup>(HHT)不受海森堡不确定关系的约束,通常包括确定两个步骤:1)用 EMD 法将复杂信号分解为一组 IMF,其中每个 IMF 为单分量;2)对分解结果进行时频谱分析。信号经 EMD 分解后,对分解结果做希尔伯特变换,即  $c(t) =$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(\tau)}{t - \tau} d\tau, \text{ 可得}$$

$$z(t) = c(t) + jc(t) = \lambda(t) \exp[j\varphi(t)], \quad (4)$$

式中  $j$  为虚部分量,  $c(t)$  为任意一个 IMF,  $c(t)$  经希尔伯特变换后为  $\tilde{c}(t)$ ,  $\lambda(t) = \sqrt{c(t)^2 + \tilde{c}(t)^2}$  为解

析信号的瞬时幅度,  $\varphi(t) = \arctan[\hat{c}(t)/c(t)]$  为瞬时相位, 而瞬时频率为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (5)$$

对每个 IMF 进行希尔伯特变换处理后, 原信号可写为

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \lambda_n(t) \exp[j2\pi \int f(t) dt]. \quad (6)$$

由此得到的时间-频率-幅值三维分布为希尔伯特谱, 将某一时刻的希尔伯特谱叠加, 可得边际谱

$$h(f) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f, t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \lambda(t) \exp[j2\pi \int f(t) dt] \right| dt, \quad (7)$$

式中  $h(f)$  为一个 IMF 的边际谱,  $H(f, t)$  为 IMF 的希尔伯特谱。因此, 边际谱代表某一频率出现的概率, 且  $h(f)$  越大则该频率出现的概率越大。

### 3 基于 HHT 的相位提取法

#### 3.1 去除噪声分量

##### 3.1.1 确定噪声 IMF 的准则

由 CCD 采集的变形条纹图为非平稳信号, 其一行条纹信号通常可描述为

$$I(x) = A(x) + B(x) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x)] + n(x), \quad (8)$$

式中  $A(x)$  和  $B(x)$  分别为背景强度和条纹幅度(一般认为是常量),  $f_0$  为正弦条纹基频频率,  $\phi(x)$  为调制相位,  $n(x)$  为随机噪声。经 EMD 分解后, 相似频率的信号通常聚集在同一个 IMF 中, 故一行条纹信号被分解成若干个 IMF, 这些 IMF 按照频率从高到低的顺序依次排列, 分别对应于噪声 IMF 即  $n(x)$ 、基频分量 IMF 即  $B(x) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x)]$  以及背景分量  $A(x)$ 。

基频 IMF 中第一个基频 IMF 的瞬时频率均值通常接近于基频频率  $f_0$ , 而噪声的频率通常远高于基频分量的频率, 故噪声的瞬时频率均值也会远大于基频 IMF 的频率均值。这就是说, 从最后一个噪声 IMF 到第一个基频 IMF, 瞬时频率均值会由高到低急剧下降。根据上述分析, 判断噪声 IMF 项的准则可表示为

$$|f_{\text{mean}}^k - f_0| \geq f_0, \quad (9)$$

式中  $f_{\text{mean}}^k$  为一个 IMF 的瞬时频率均值,  $k$  为 IMF 的序数,  $f_0$  为基频频率。从第一个 IMF 开始, 判断该 IMF 是否满足(9)式, 如果满足, 则该 IMF 为噪声 IMF, 否则停止判断噪声 IMF 项, 且认为当前 IMF 是第一个基频 IMF。该准则能够有效找出噪声 IMF, 即使模式混叠问题出现, 也不影响该准则的有效性。若基频  $f_0$  大小未知时, 根据边际谱能描述某种频率出现的概率这一特性, 可通过检测所有 IMF 中最大的边际谱最大值所对应的频率来近似得到  $f_0$ 。为理解方便, 现结合示例进行说明, 一行仿真的变形条纹信号可表示为

$$x(t) = 0.5 + 0.5 \cos[2\pi \times 0.05t + \phi(t)] + n(t), \quad (0 \leq t \leq 1020) \quad (10)$$

式中基频频率  $f_0$  为  $0.05 \text{ pixel}^{-1}$ , 基频分量的幅度范围为  $0 \sim 1$ , 随机噪声  $n(t)$  的幅值范围为  $0 \sim 0.09$ 。

图 1 为(10)式中条纹信号  $x(t)$ , 图 2(a)是  $x(t)$  的分解结果, 图 2(b)是每个 IMF 相应的瞬时频率。在图 2(b)中,  $f_1$  包含了大量不规则的峰值频率,  $f_2$  虽然出现部分峰值, 但主要频率是在基频  $0.05$  上下波动。表 1 给出根据各 IMF 所求的(9)式左边项  $|f_{\text{mean}}^k - f_0|$ 。由表 1 可知, 只有  $|f_{\text{mean}}^1 - f_0|$  大于  $f_0$ , 其他值均小于  $f_0$ , 故可判断  $c_1$  为唯一的噪声 IMF, 而  $c_2$  为第一个基频 IMF, 这与直观观察相符。

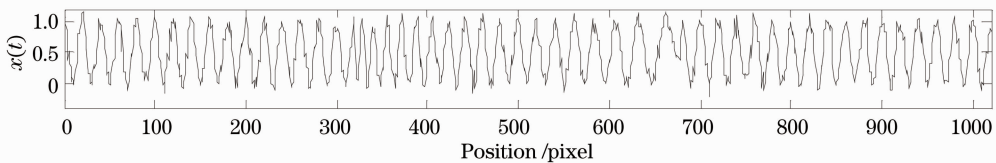


图 1 原始噪声信号

Fig. 1 Original noisy signals

表 1 由图 2(b)中各个 IMF 的瞬时频率计算所得的  $|f_{\text{mean}}^k - f_0| (\omega/2\pi)$

Table 1  $|f_{\text{mean}}^k - f_0| (\omega/2\pi)$  obtained by the instantaneous frequencies from Fig. 2(b) for each IMF

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8
$ f_{\text{mean}}^k - f_0 $	0.2662	0.0207	0.0099	0.0265	0.0377	0.0422	0.0447	0.0426

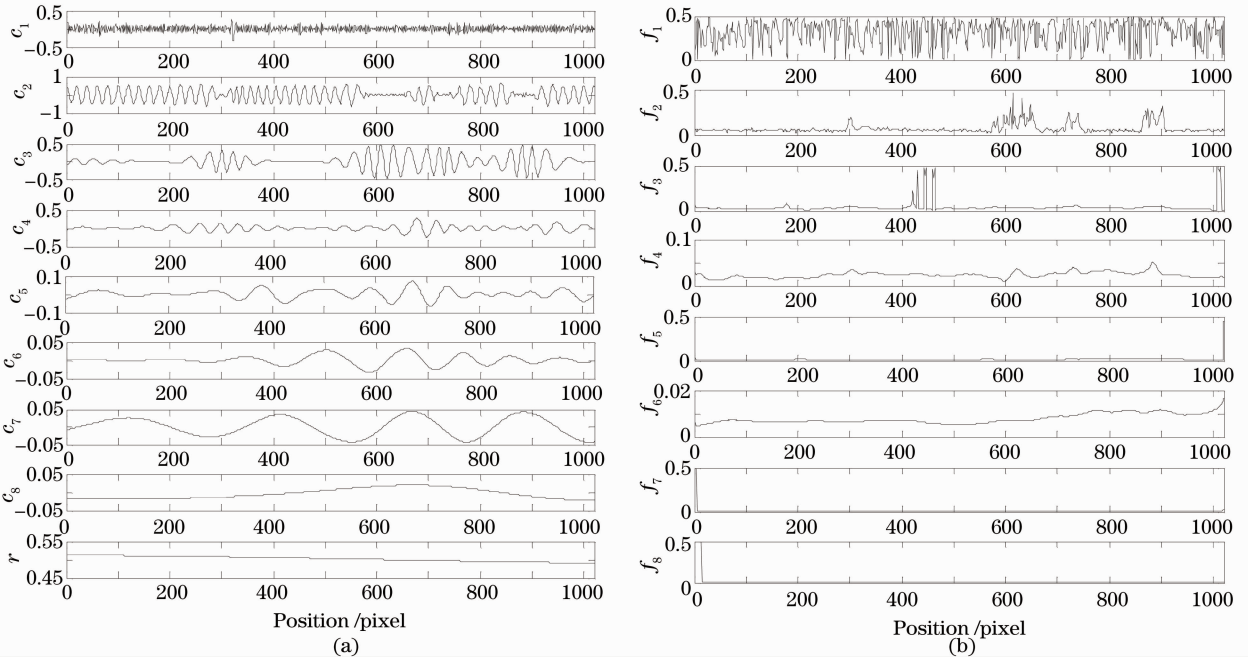


图 2 (a)经 EMD 后分解结果; (b)各个 IMF 的瞬时频率

Fig. 2 (a) Decomposition results after EMD; (b) instantaneous frequencies for each IMF

### 3.1.2 判断模式混叠问题是否存在

当噪声 IMF 确定后,另一个较为重要的问题就是判断噪声 IMF 中是否存在模式混叠。模式混叠问题即一个 IMF 中混合包含尺度相差较大的信号,通常由 EMD 分解过程中极值点不连续引起。若先分解出来的 IMF 出现模式混叠,则接下来分解的 IMF 中或多或少都存在模式混叠问题,且对于噪声 IMF 来说,若模式混叠出现,则通常出现在最后一个噪声 IMF 和第一个基频 IMF 之间。因此,仅需要判断最后一个噪声 IMF 是否存在模式混叠即可。

前述已知边际谱描述了某种频率出现的概率,也就是说一个 IMF 的边际谱最大值代表了该 IMF 中含有最多频率成分的能量,因此,提出判断一个噪声 IMF 中是否出现模式混叠的准则,即

$$f_{\max}^k \geq f_{\text{mean}}^k, \quad (11)$$

式中  $f_{\max}^k$  为任意噪声 IMF 边际谱最大值处的瞬时频率,  $f_{\text{mean}}^k$  为该 IMF 的瞬时频率均值。若一个噪声 IMF 中不存在模式混叠,其相应的最大边际谱幅值应该代表高频噪声分量出现的概率;反之,由于基频分量的能量强度远大于噪声分量,由于基频分量混

叠在噪声 IMF 中,则边际谱的能量最大值会聚集在基频分量上,故此时边际谱最大值转为代表基频成分分量出现的概率。因此,若最后一个噪声 IMF 满足(11)式,可认为该行信号不存在模式混叠问题,可直接进行噪声和背景的去除以提取基频分量;反之,则需要进一步解决模式混叠问题。

图 3 为另一组由(10)式得到的仿真条纹信号,只是噪声幅值范围缩小为 0~0.03。由于噪声幅值范围缩小,噪声的幅值极大值与极小值不再分明,分解过程中易与条纹信号的极大值或极小值混叠在一起,导致模式混叠产生。图 4(a)和 4(b)分别为 EMD 的分解结果和相应的边际谱图,表 2 为各 IMF 边际谱最大值所对应的频率及相应的瞬时频率均值。由(9)式可知  $c_1$  为唯一的噪声 IMF,进一步据(11)式可判断其存在模式混叠,如图 4(a)所示,在  $c_1$  的 300~400 和 850~1020 像素位置处,分别混叠了大量的基频成分。同理,对于图 1 所示信号,根据(11)式,其噪声 IMF 项  $c_1$  的边际谱最大值 0.3194 大于其瞬时频率均值 0.3162,因此,可判断其不存在模式混叠问题。

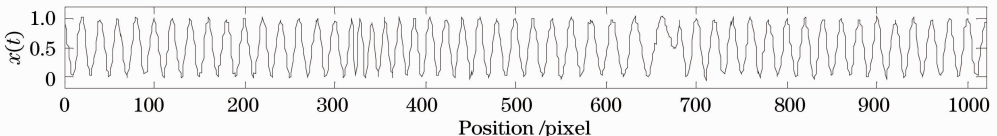


图 3 噪声幅值为 0~0.03 的信号

Fig. 3 Signals with noise amplitudes between 0 and 0.03

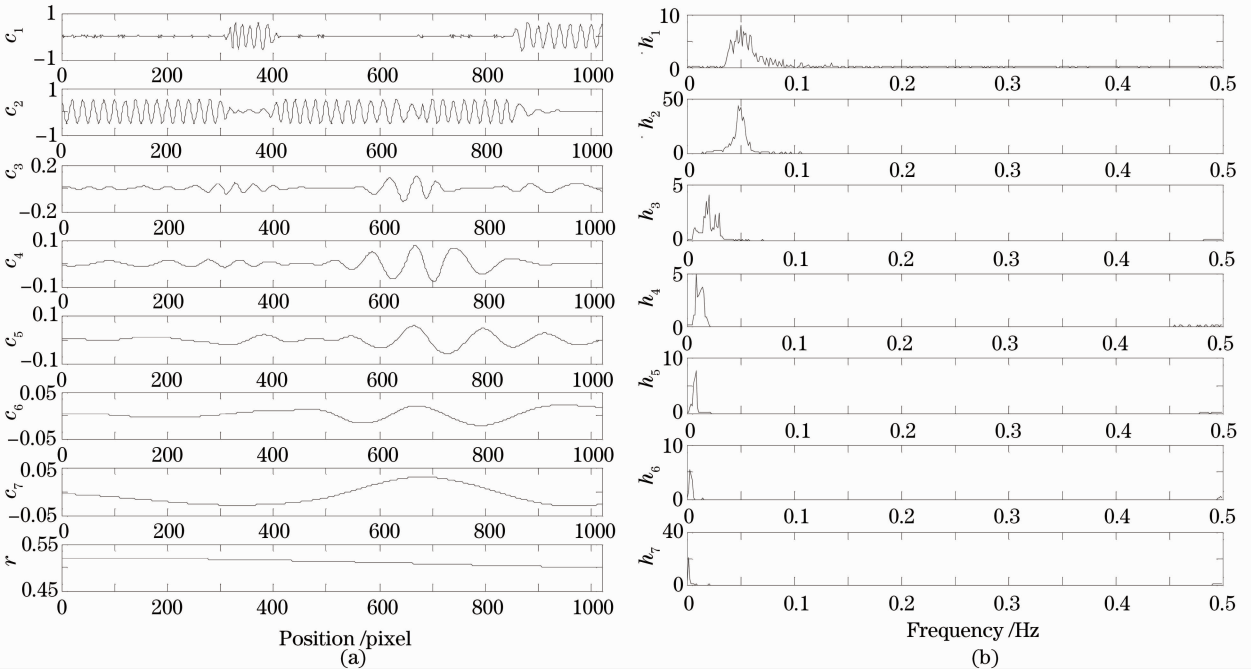


图 4 (a)图 3 中信号的 EMD 分解结果；(b)每个 IMF 的边际谱

Fig. 4 (a) Decomposition result after EMD of the signals in Fig. 3; (b) marginal spectrum for each IMF

表 2 每个 IMF 的瞬时频率均值  $f_{\text{mean}}(\omega/2\pi)$  及边际谱最大值对应的频率  $f_{\text{max}}(\omega/2\pi)$

Table 2 Mean of instantaneous frequencies and the frequency at the biggest marginal spectrum for each IMF

$k$	1	2	3	4	5	6	7
$f_{\text{max}}^k$	0.0506	0.0481	0.0206	0.0094	0.0094	0.0031	0.0019
$f_{\text{mean}}^k$	0.2572	0.0459	0.0302	0.0220	0.0216	0.0264	0.0460

### 3.1.3 解决模式混叠问题

模式混叠问题通常由信号中的不连续噪声引起,在 EMD 分解过程中,不连续噪声的极大值(或极小值)与基频分量的极大值(或极小值)混合在一起,因此形成的最大值包络线(或最小值包络线)既不是基频信号的包络也不是噪声的包络,导致 EMD 迭代过程中包络线的均值也产生变形,最终造成模式混叠<sup>[9]</sup>。由于模式混叠问题常由不连续噪声引起,因此可以适当添加合适的噪声使原本不连续的噪声变得均匀连续。根据前述分析,当确定了最后一个噪声 IMF 出现模式混叠时,可得该 IMF 的幅度均值和频率均值,因此可设计连续的新“噪声”

$$n_n(t) = A_{\text{mean}}(1 + n\xi)\cos[2\pi f_{\text{mean}}(1 + n\xi)t],$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

式中  $A_{\text{mean}} = |\bar{c}|_{\text{noise}}$  为最后一个噪声 IMF 的幅度均值绝对值,  $f_{\text{mean}} = \bar{f}_{\text{nois}}$  为该 IMF 的瞬时频率均值,  $\xi = \frac{A_{\text{mean}}}{\bar{s}_s}$  为  $A_{\text{mean}}$  与原信号  $s_s$  的均值的比值。新“噪

声”根据原信号固有的噪声设计,故其特征都与原始噪声相似。将新设计的“噪声”加入原信号,形成的新信号可写为

$$s_n(t) = s_o(t) + n_n(t). \quad (13)$$

此时新信号中的噪声变得较为连续,用 EMD 对新信号  $s_n(t)$  进行重新分解,重新判断噪声 IMF 项并判断最后一个噪声 IMF 是否仍然存在模式混叠,(12)式中的  $n$  将一直增加直到模式混叠消失。

针对图 3 所示信号,所设计“噪声”的参数依次为:  $A_{\text{mean}} = 0.0960, f_{\text{mean}} = 0.2572, \xi = 0.1905$ 。根据(12)式,当取  $n = 0$  时,新信号及其经 EMD 分解后的结果如图 5(a)和 5(b)所示,图 5(c)和 5(d)分别为相应的瞬时频率和边际谱。根据所提准则可判断出噪声 IMF 项仍然只有  $c_1$ ,其最大边际谱值处的频率为 0.2756,该值大于其瞬时频率均值 0.2578,因此判断  $c_1$  已经不存在模式混叠问题,这与图 5(b)所示的结果一致。

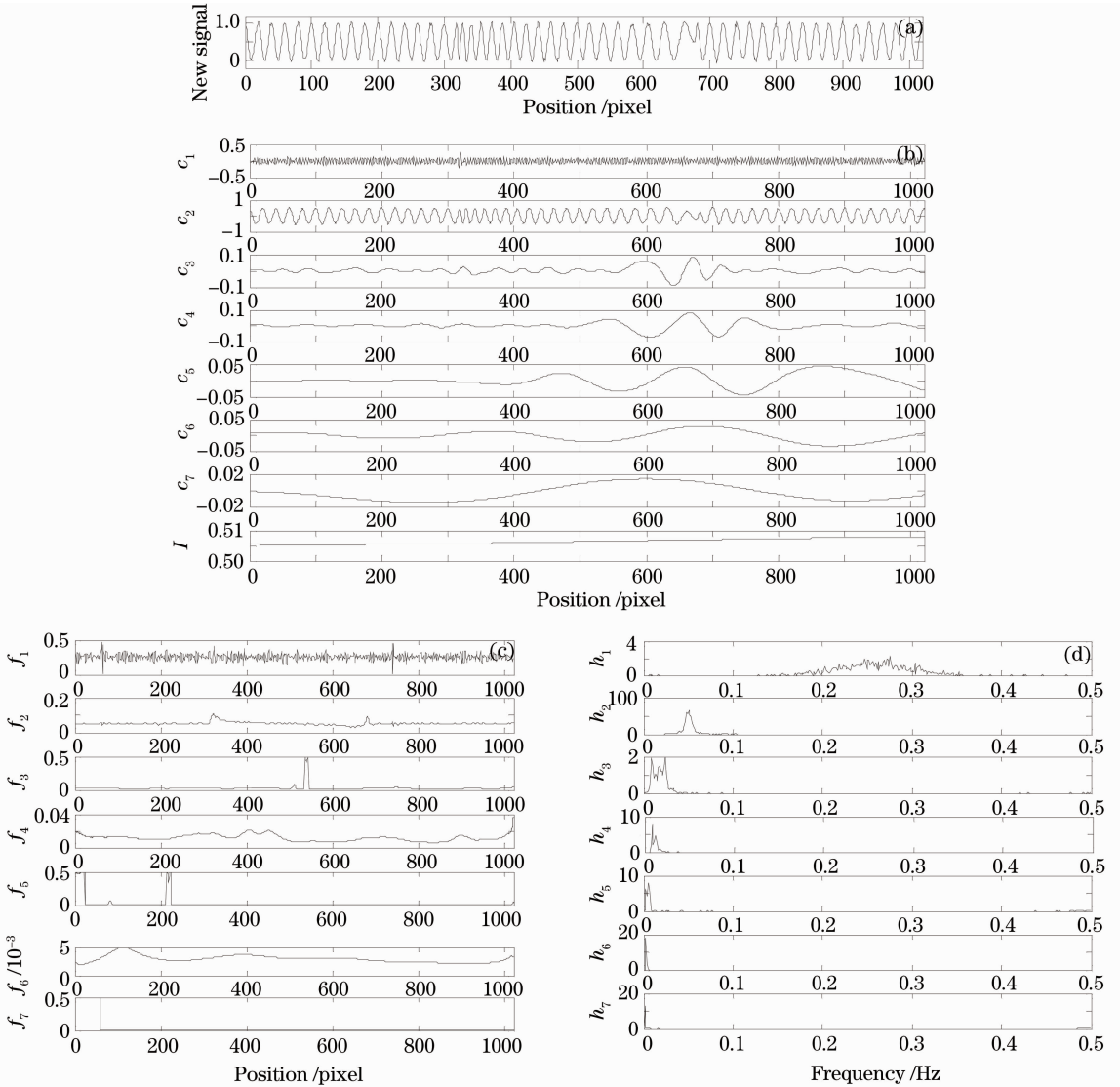


图 5 (a) 添加所设计“噪声”(n=0)后的信号;(b) 经 EMD 后的分解结果;  
(c) 每个 IMF 的瞬时频率;(d) 每个 IMF 的边缘谱

Fig. 5 (a) Signals added with the designed noise ( $n=0$ ); (b) decomposed results after EMD; (c) instantaneous frequencies for each IMF; (d) marginal spectra for each IMF

图 6(a)为图 3 所示信号的局部放大(像素位置 400~600),图中“\*”标志出极大值点,由于噪声不连续,导致极大值点中信号极大值(含单个“\*”波

峰处)和噪声极大值(含两个以上“\*”波峰处及含“\*”波谷处)混合在一起,几乎各占一半。这会造成极大值包络线既代表信号包络也不代表噪声包络,

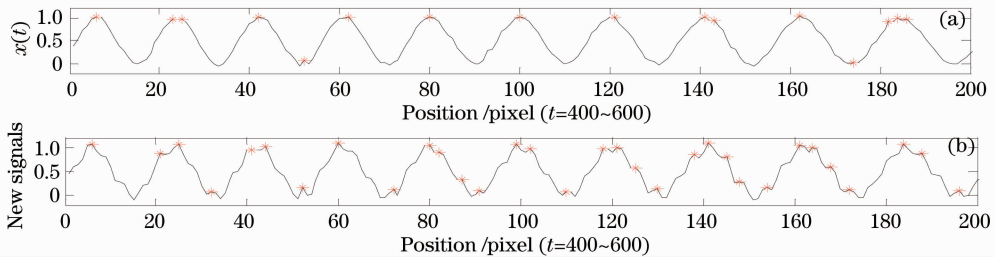


图 6 (a) 图 3 所示信号的局部(即像素位置 400~600 处); (b) 相应的添加噪声后不再存在模式混叠问题的信号  
Fig. 6 (a) Local signals in Fig. 3 (at 400~600 pixels); (b) corresponding signals with added noise when the mode-mixing problem disappears

因此,在 EMD 的插值和迭代过程中就逐渐导致模式混叠出此案。图 6(b)为添加了所设计“噪声”后的新信号,信号中的噪声变得连续。这时,图中“\*”几乎全部为噪声极大值,故可将所有的噪声(原始噪声及添加的噪声)全部分解出来,而模式混叠问题也不再存在。

### 3.2 条纹图的相位提取

当模式混叠问题得以解决,对新信号的 EMD 分解结果重新判断,将由(9)式判断得到的噪声 IMF 项全部进行叠加即为该行条纹信号的噪声分

量。由于新分解出来的噪声 IMF 不再存在模式混叠,则后续分解的 IMF 也都不存在模式混叠,依次具有不同的物理意义,故认为分解结果的最后一项即剩余分量  $r$  就是背景分量<sup>[14]</sup>。去除噪声分量和背景分量从新信号中减去,即可将新添加的噪声和原信号固有的噪声一起全部去除,同时去除了背景分量,得到基频分量。获取一行条纹信号基频分量的全部流程如图 7 所示。对基频分量做希尔伯特变换形成解析信号,求解析信号的相位即可实现该行条纹信号的相位提取。

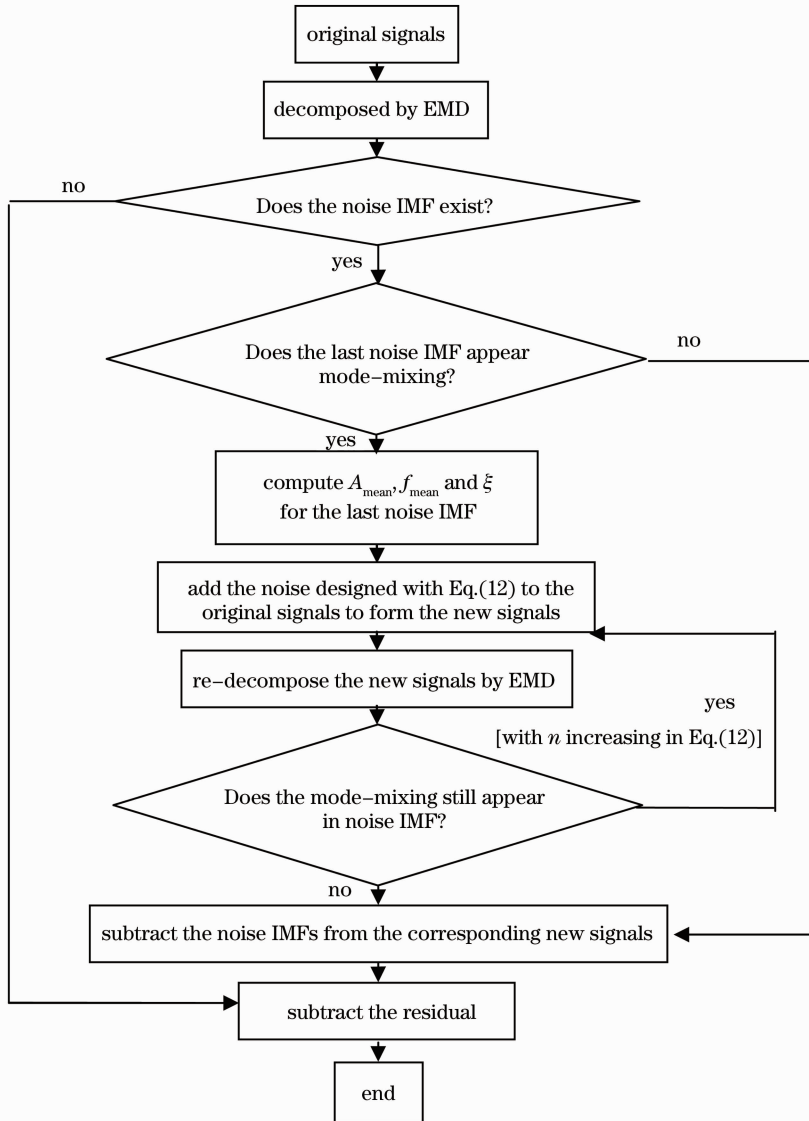


图 7 得到基频分量的流程图

Fig. 7 Flow chart of the method to get the fundamental-frequency components

图 3 示例信号经过上述过程后,模式混叠问题得以改善(如图 5 所示),噪声分量为  $c_1$ ,背景分量为  $r$ ,将  $c_1$  和  $r$  分别从图 5(a)所示信号去除,可得最后

的基频分量,如图 8 所示。对基频分量求解析信号后,可得最终的包裹相位从而实现相位提取,如图 9 所示,该相位包裹在  $(-\pi, \pi)$ 。

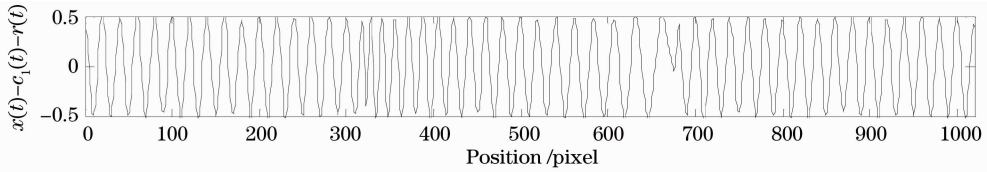


图 8 图 5(a)所示新信号去除噪声和背景分量后得到的基频分量

Fig. 8 Fundamental-frequency components obtained by subtracting the noise and the background from the signals in Fig. 5(a)

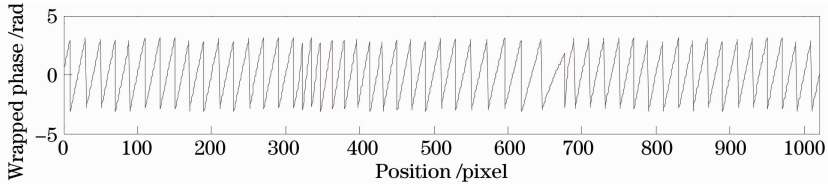


图 9 图 3 所示信号最终得到的包裹相位

Fig. 9 Obtained wrapped phase for the signals in Fig. 3

## 4 仿真和实物实验

### 4.1 仿真实验

图 10 为被半圆体调制的仿真变形条纹图 (1020 pixel × 1020 pixel),

$$I(x, y) = 0.5 + 0.5 \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)] + n(x, y), \quad (14)$$

其中

$$\phi(x, y) = 25 \sqrt{1 - \frac{(x - 500)^2 + (y - 500)^2}{350^2}},$$

$f_0 = 0.05$ ,  $n(x, y)$  为幅度范围为  $0 \sim 0.03$  的随机噪声。实际上, (10) 式中的  $x(t)$  即是 (14) 式中令  $y = 200$  的示例, 如图 10 中横线所示。

图 11 显示了对第 200 行信号用 EMD、EEMD (白噪声增加次数为 100, 所增加的白噪声与原信号的标准差为 0.3) 和本文方法进行去噪处理后的误差检测, 该误差将由去噪后的信号和无噪声干扰的仿真信号相减得到。图 11(a) 误差最大, 这是由于在去除的噪声 IMF 中存在模式混叠问题, 而 EEMD

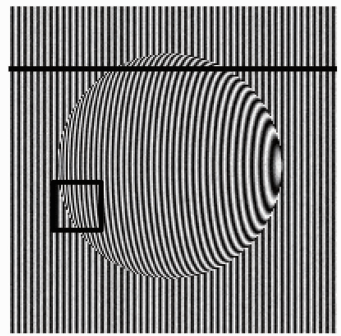


图 10 仿真条纹图

Fig. 10 Fringe pattern of simulation

法和本文方法的结果相对较好, 两种方法得到的均值误差依次为  $-0.0080$  和  $-0.0066$ , 标准差依次为  $0.0213$  和  $0.0240$ 。进一步, 对整幅条纹图逐行进行处理后, 可得到全场的去噪误差, EEMD 法和本文方法的全场误差均值依次为  $0.0130$  和  $-4.57 \times 10^{-4}$ , 标准差依次为  $0.0378$  和  $0.0319$ , 由此可见本文方法去噪精度较好。

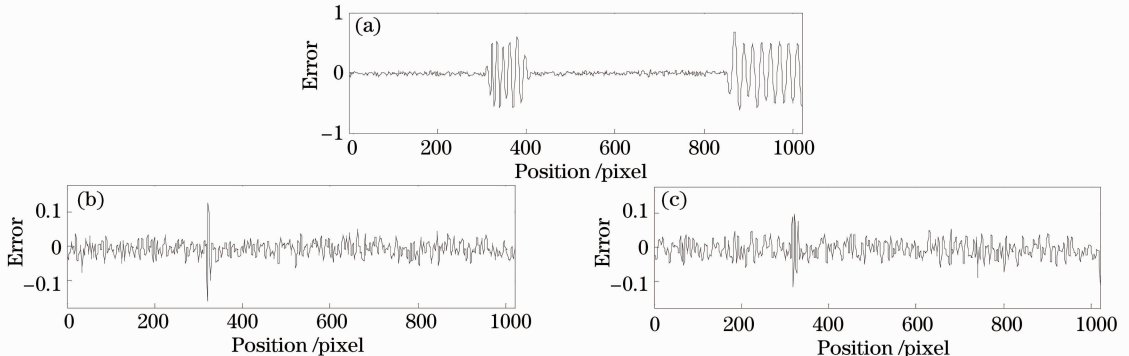


图 11 不同方法去噪误差。(a) EMD; (b) EEMD; (c) 本文方法

Fig. 11 Errors of noise reduced by different methods. (a) EMD; (b) EEMD; (c) method proposed in this paper



分别用傅里叶变换(FT)法、小波变换(WT)法(采用复 Morlet 小波,中心频率和带宽分别为 1~0.8)、EEMD 法(添加噪声 100 次,噪声与原信号的标准差比为 0.3)和本文方法求得图 10 中条纹图的

包裹相位。图 12 为图 10 中方块所示局部区域的包裹相位放大显示。在圆形边缘的相位跳变位置处,图 12(a)边缘轮廓模糊,图 12(b)也出现部分残缺,图 12(c)和图 12(d)轮廓最为清晰。

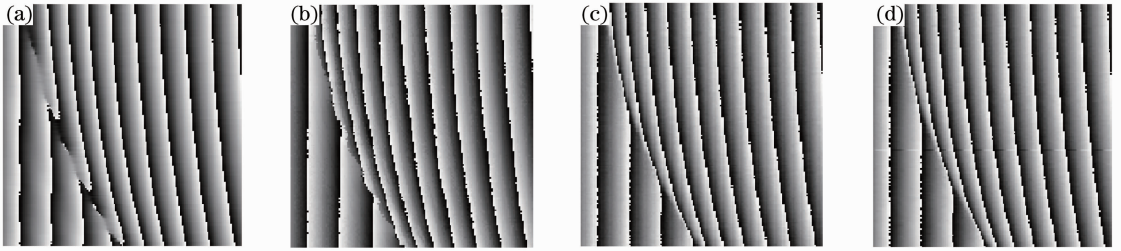


图 12 不同方法求得的局部区域的包裹相位。(a) FT; (b) WT; (c) EEMD; (d)本文方法  
Fig.12 Wrapped phase of a local area got by different methods (a) FT; (b) WT; (c) EEMD; (d) method proposed in this paper

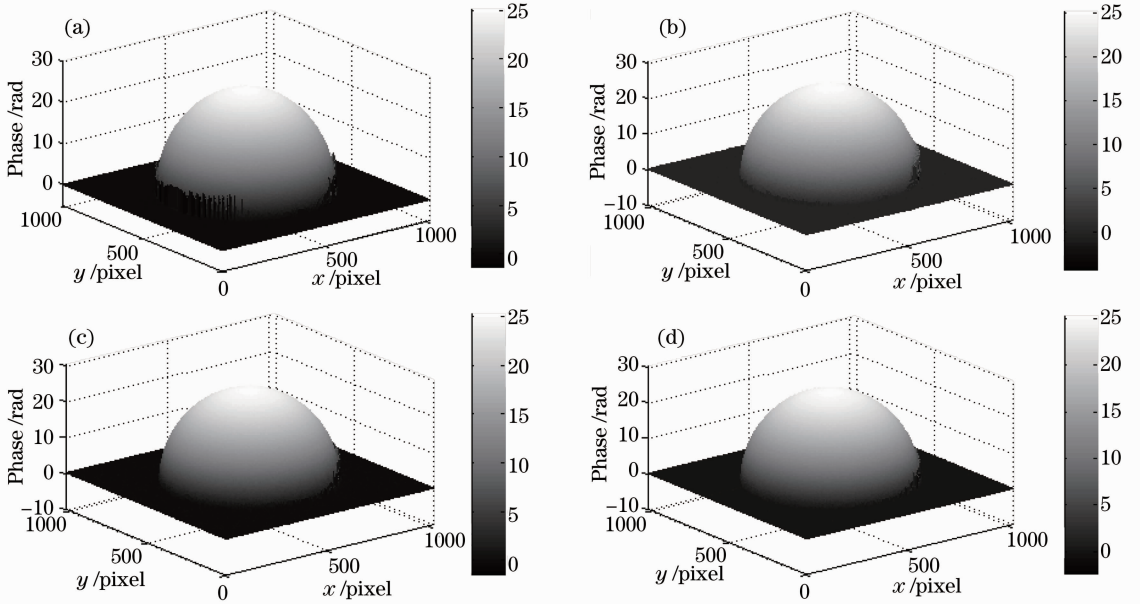


图 13 不同方法获得的调制相位。(a) FT; (b) WT; (c) EEMD; (d) 本文方法  
Fig.13 Retrieved phase got by different methods. (a) FT and our method; (b) WT; (c) EEMD; (d) method proposed in this paper

分别用质量图法<sup>[15]</sup>将 4 种方法的全场包裹相位(大小 1020 pixel×1020 pixel)展开,并将得到的展开相位与相应同样方法得到的参考平面(没有被测物体的条纹图)展开相位相减,最终得到调制相位。如图 13 所示,FT 法得到的调制相位在半圆体的边缘位置显示出较多的误差和毛刺,WT 法在半圆体边缘的毛刺分布也较为广泛,EEMD 法和本文方法边缘处毛刺较少。进一步进行量化对比,表 3 给出了图 13 中调制相位与标准的仿真调制相位值相减得到的误差统计数据,其中  $\mu_{err}$  为均值误差,  $\sigma_{err}$  为误差的标准差。FT 法和 WT 法误差均值相对较大,而 EEMD 法和本文方法的误差均值小了一个数

量级,但本文方法无论是误差均值还是标准差都是最小的,这证明了本文方法求取相位的精度较好。另外,在 CPU 主频为 2.33 GHz 内存为 2 GB 的 Matlab 软件仿真环境下,EEMD 法处理该图耗时 5.18 h,效率非常低,而本文方法仅用了 0.15 h。

表 3 4 种方法的统计误差

Table 3 Statistical errors of the four methods

Method	FT	WT	EEMD	Our method
$\mu_{err}$	0.0115	-0.0168	0.0054	0.0017
$\sigma_{err}$	0.2038	0.1539	0.1821	0.1513

#### 4.2 实物实验

采用 Optoma EP737 投影仪,将正弦条纹投影到摩托车发动机的护板模型上,由 UNIQ UP1800

灰度 CCD(分辨率为  $1030 \text{ pixel} \times 1380 \text{ pixel}$ ) 摄像机采集变形条纹图, 截取后图像大小为  $730 \text{ pixel} \times 1000 \text{ pixel}$ , 如图 14 所示。由于光照和物体表面反射率不均匀, 图像会产生一些不均匀噪声。

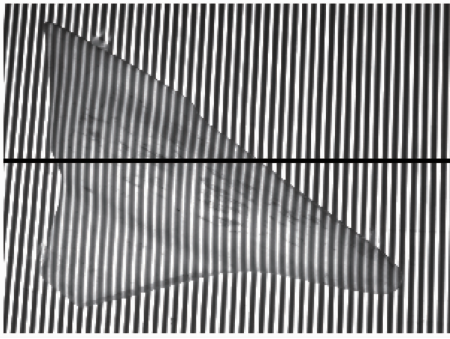


图 14 变形条纹图

Fig. 14 Deformed fringe pattern

仍然分别用 FT、WT、EEMD 和本文方法得到包裹相位, 统一用质量图法展开后得到最终恢复的 3D 相位分布图。由于相移法<sup>[16]</sup>是目前解相位方法中稳健性和精度都最好的方法, 故此处采用 4 步相移得到包裹相位, 同样用质量图法展开后, 用相同的步骤得到 4 步相移法的调制相位作为参照来评估精度。由于投射的光栅条纹没有经过 Gamma 校正<sup>[17]</sup>, 故解调相位都呈现一定的不平滑。任取第 350 行, 5 种方法恢复的相位曲线如图 15 所示, FT 法得到的相位无论在物体边缘相位跳变区域还是在物体本身的平滑区域, 相比相移法得到的相位(深蓝色曲线, 彩图请见网络电子版)都出现较明显的偏差。WT 法在平滑区域得到的调制相位较好, 但在左侧边缘跳变剧烈处产生了较大的误差, 且在用质

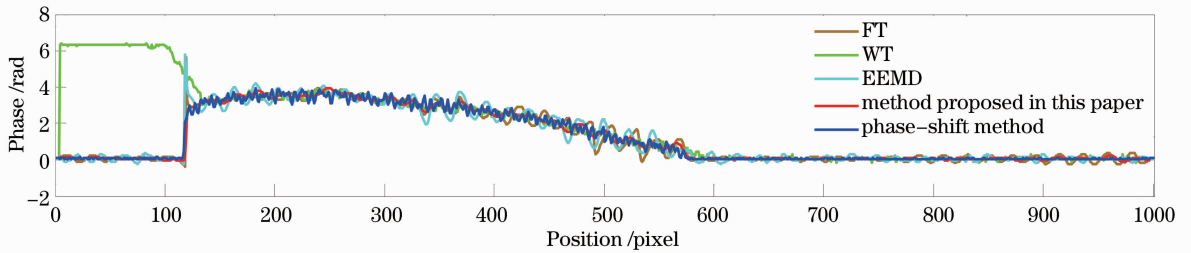


图 15 第 350 行调制相位的对比

Fig. 15 Comparison of the 350<sup>th</sup> retrieved phase

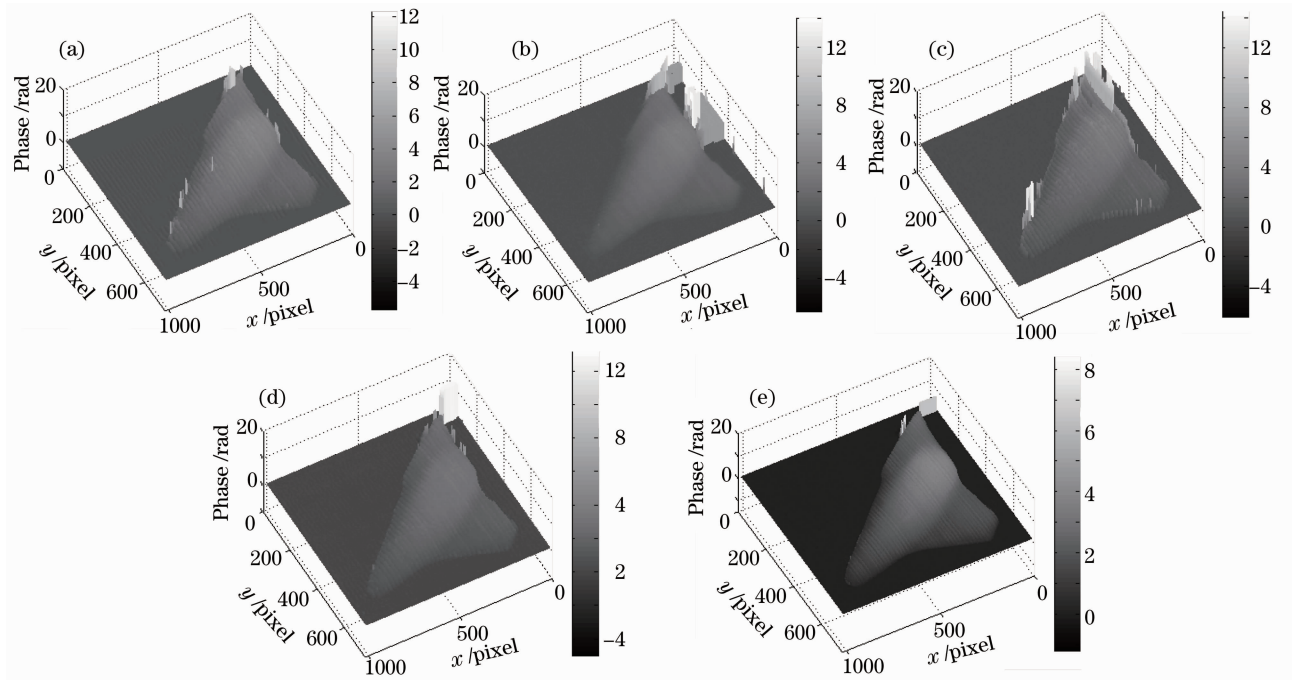


图 16 不同方法获得的 3D 相位分布。(a) FT; (b) WT; (c) EEMD; (d) 本文方法; (e) 相移法

Fig. 16 Retrieved 3D phase maps got by different methods. (a) FT; (b) WT; (c) EEMD; (d) method proposed in this paper; (e) phase-shift method

量图法展开相位时,产生了误差传递。EEMD 法同样存在不小的偏差,并且尽可能用最小迭代次数,EEMD 仍然花费了近 4 h 处理该图。本文方法所得相位都与相移法趋于一致,尤其在边缘剧烈跳变区域,偏差较小,耗时为 6.7 min。图 16 给出了所恢复的全场相位图,由图 16(e)可知,尽管本文方法仍然存在一些边缘毛刺误差,但效果是 4 种对比方法中相对较好的。

## 5 结 论

提出了一种基于希尔伯特-黄的自适应相位提取法,解决了在使用 EMD 时常出现的模式混叠问题,有效地去除了条纹图的噪声和背景分量,实现了精确提取基频分量,正确恢复出了物体的三维相位分布。提出了确定噪声 IMF 的准则,若噪声 IMF 不存在,可认为所处理的条纹图几乎不受噪声影响,接下来的步骤则可省略。其中,若大部分噪声的频率不大于基频频率的两倍<sup>[18]</sup>,由于 EMD 的固有缺陷噪声将无法被分解出来,这种情况有待于进一步研究。通常情况下噪声的频率都远高于基频频率,用本文所提的准则基本都能有效判断出噪声 IMF,且判断精度不会受模式混叠问题影响。然后,给出了判断模式混叠问题是否存在的方法,如果不存在,直接从原信号中去除噪声 IMF 及背景分量;否则,利用提出的方法设计“噪声”并将其添加进原信号,然后对新信号重新分解,反复进行该步骤直到模式混叠问题消失。最后,将不存在模式混叠时的分解结果中噪声 IMF 及背景分量去除,得到完整的基频分量进而实现相位提取。提出的方法不需要任何基函数,自适应性较强。由于添加的噪声根据原信号的固有噪声设计,因此添加噪声次数会大幅减少(实验中每行处理添加噪声一般不超过 3 次),而 EEMD 的添加噪声次数最好不低于 100 次,本文方法大大减少了运行时间。实验部分中相位提取误差的对比证明了本文方法提取相位的精度和稳健性。

## 参 考 文 献

- 1 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 2 S. Fernandez, M. A. Gdeisat, J. Salvi. Young. Automatic window size selection in windowed Fourier transform for 3D reconstruction using adapted mother wavelets [J]. *Opt. Commun.*, 2011, **284**(12): 2797~2807
- 3 Zhou Xiang, Zhao Hong. Three-dimensional profilometry based on Mexican Hat wavelet transform [J]. *Acta Optica Sinica*,

- 2009, **29**(1): 197~202
- 周翔,赵宏.基于 Mexican Hat 小波变换的三维轮廓术[J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 197~202
- 4 Jiang Mohua, Chen Wenjing, Zheng Zhiping. Research of phase demodulation technique based on S-transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412001
- 蒋模华,陈文静,郑志平.基于 S 变换的解相技术研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0412001
- 5 Zou Haihua, Zhao Hong, Zhou Xiang. Triple-frequency color-encoded fringe projection profilometry based on empirical mode decomposition [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(8): 0812009
- 邹海华,赵宏,周翔.基于经验模式分解的三频彩色条纹投影轮廓术[J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 0812009
- 6 He Junfeng, Liu Wenqing, Zhang Yujun *et al.*. A denoising method for backscatter signal of laser ceilometer based on Hilbert-Huang transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(2): 0201001
- 何俊峰,刘文清,张玉钧等.基于希尔伯特-黄变换的激光云高仪后向散射信号去噪方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(2): 0201001
- 7 M. B. Bernini, G. E. Galizzi, A. Federico *et al.*. Evaluation of the 1D empirical mode decomposition method to smooth digital speckle pattern interferometry fringes [J]. *Opt. Lasers. Engng.*, 2007, **45**: 723~729
- 8 W. H. Su, C. K. Lee, C. W. Lee. Noise-reduction in fringe patterns based on the empirical mode decomposition [C]. *SPIE*, 2010, **7613**: 76130V1
- 9 Z. H. Wu, N. E. Huang. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method [J]. *Advance in Adaptive Data Analysis*, 2009, **1**(1): 1~41
- 10 G. J. Liu, J. Zhang, L. F. Yu *et al.*. Adaptive filtering of optical coherent tomography fringe data with ensemble empirical mode decomposition [C]. *SPIE*, 2010, **7554**: 75542U1
- 11 X. Zhou, H. Zhao, T. Jiang. Adaptive analysis of optical fringe patterns using ensemble empirical mode decomposition algorithm [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(13): 2033~2035
- 12 Y. Zhou, H. Li. Adaptive noise reduction method for DSPI fringes based on bi-dimensional ensemble empirical mode decomposition [J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(19): 18207~18215
- 13 N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [C]. *J. Proc. Lond. A. Great Britain*, 1998, 454: 903~995
- 14 Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu *et al.*. Empirical mode-decomposition method for eliminating extension of zero component in Fourier transform profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 664~669
- 李思坤,陈文静,苏显渝等.傅里叶变换轮廓术中基于经验模式分解抑制零频的方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 664~669
- 15 S. Zhang, X. L. Li, S. T. Yau. Multilevel quality-guided phase unwrapping algorithm for real-time three-dimensional shape reconstruction [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(1): 50~57
- 16 Gai Shaoyan, Da Feipeng. A new fast phase unwrapping method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 259~267
- 盖绍彦,达飞鹏.一种新的快速解相位方法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 259~267
- 17 Zhang Xu, Zhu Liming. Phase error model from Gamma distortion and Gamma calibration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(4): 0412006
- 张旭,朱利民. Gamma 畸变的相位误差模型与 Gamma 标定技术[J]. *光学学报*, 2012, **32**(4): 0412006
- 18 Z. H. Wu, N. E. Huang. A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method [J]. *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 2004, **460**(2046): 1597~1611