

一种基于共轭节面的图像畸变分析方法

张春明^{1,2} 解永春^{1,2} 王 立¹ 赵春晖¹ 钟红军¹

(¹ 北京控制工程研究所, 北京 100190
² 空间智能控制技术重点实验室, 北京 100190)

摘要 无像差的光学相机的成像模型可由其共轭节面模型等效表示。针孔模型本身忽略了偏离该等效模型的误差,也无法表示平板玻璃的平移误差、光轴的安装误差以及实际相机光学系统的像差,这四个因素都会引起图像畸变。基于此利用共轭节面的性质建立了一种图像畸变几何模型,并与广泛采用的像差模型进行了对比,从理论上解释了像差模型各个系数的物理意义。对某实际针孔相机进行仿真分析,该几何模型给出的相对径向畸变、角度误差在设计参数的范围以内,并且可以模拟图像的非对称畸变。该几何模型需要辨识包含主面相关参数、光轴倾斜角和平板玻璃的轴向球差在内的 4 个参数,辨识参数较少,理论上可以作为一种新的图像畸变校正方法。

关键词 图像处理;像差模型;共轭节面;图像畸变;色差;轴向球差

中图分类号 TH711 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1108001

A Method of Analyzing Image Distortion Based on Conjugate Nodal Plane

Zhang Chunming^{1,2} Xie Yongchun^{1,2} Wang Li¹ Zhao Chunhui¹ Zhong Hongjun¹

(¹ Beijing Institute of Control and Engineering, Beijing 100190, China
² Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190, China)

Abstract The imaging model of an optical camera without aberration can be equivalently expressed by its conjugate nodal plane model. A pinhole camera model neglects aberration of corresponding equivalent model, and also fails to represent translation error of flat glass, tilt error of optical axis as well as aberration of an actual optical system. All of these four factors give rise to image distortion. Based on this, a geometry model of image distortion is proposed by utilizing the property of conjugate nodal plane. By comparing with commonly used aberration model, this model can theoretically interpret their physical significances. The simulation of an actual optical system indicates that the relative radial distortion and relevant angle error both calculated by this model appears in the range of rational design parameters. Meanwhile, the phenomenon of asymmetric image distortion is seen. In this model, four unknown parameters needed to be recognized are relevant parameters of principal plane, tilt angle of optical axis and axial spherical aberration of flat glass. Theoretically, this geometric model can be used to correct image distortion with less parameters to be identified.

Key words image processing; aberration model; conjugate nodal plane; image distortion; chromatic aberration; axial spherical aberration

OCIS codes 080.1010; 110.2990; 080.2720

1 引 言

在三维立体视觉中,广泛采用针孔模型作为摄像机模型,而实际光学系统由于本身成像像质的不完

善^[1]以及大气湍流带来的气动光学效应引起的图像模糊、抖动和偏移^[2],必然引起图像畸变。图像畸变直接影响了测量精度,因此需要对图像畸变进行校正。

收稿日期: 2012-04-19; **收到修改稿日期**: 2012-06-07

作者简介: 张春明(1984—),男,博士研究生,主要从事交会对接杂散光建模及图像杂光抑制算法等方面的研究。

E-mail: zcm321123@126.com

导师简介: 解永春(1966—),女,研究员,博士生导师,主要从事航天器智能自主控制、空间交会对接等方面的研究。

E-mail: xieyongchun@vip.sina.com

图像畸变校正是计算机视觉领域中的关键技术之一^[3]。文献[4]按照是否基于数学模型将图像畸变校正方法分为两类。前者涉及拟合函数和非线性优化技术^[2~9],优化的方法如遗传算法^[7,8]、最小二乘法^[9]等方法,主要解决分布对称的图像畸变;后者^[10,11]将每一个像素位置对应为一控制区域,各个像素的图像畸变在各自的控制区域内计算得到,可解决偏态分布的图像畸变。这两类方法本质上都采用了数据拟合的思想,对未知拟合系数进行了参数估计,但拟合系数并没有实际的物理意义,即均未将引起图像畸变的因素作为控制参数引入到图像畸变的校正模型之中。

相机的针孔模型本身忽略了偏离其共轭节面等效模型误差,也无法表示平板玻璃的平移误差、光轴的安装误差以及实际相机光学系统的像差。这4类误差可以认为是针孔模型本身的缺陷造成的误差,与相机光机结构的制造精度、热膨胀引入的误差以及噪声误差等共同形成了图像畸变。本文根据这4类引起图像畸变的因素建立了一种几何模型,与广泛采用的像差模型进行了对比,给出了像差模型各系数的物理表达式,最后的仿真能够模拟图像的对称畸变和非对称畸变。

2 针孔相机光学参数计算

通常用一对主面和两个焦点代表一个共轴的理想光学系统^[9]。理想共轴光学系统的基点和基面确定,则系统的成像性质完全确定。图1为一针孔模型的实际光学系统的结构示意图。该系统中L1~L3为物镜组,L4~L6为目镜组,中间的光阑半径 $r=1.421\text{ mm}$ 。忽略玻璃的色散,光学系统的结构参数可用曲率半径 r 、间隔 d_s 、厚度 d_i 、折射率 $n_i(\lambda_1=587.6\text{ nm})$ 及各透镜相对光轴的有效高度 d_h 表示。对应的光学结构参数如表1所示。

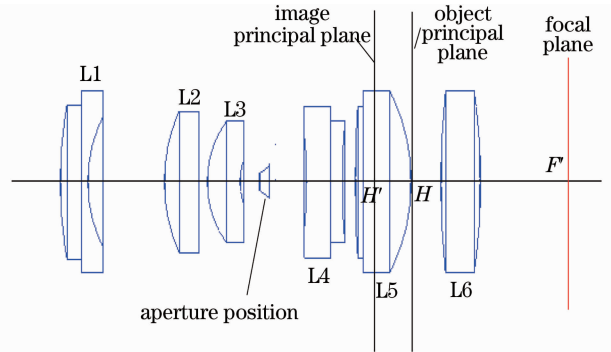


图1 某针孔模型的实际光学系统

Fig. 1 Practical optical system of a pinhole model

表1 某针孔相机模型的光学结构参数

Table 1 Optical structural parameters of a pinhole camera model

Structural parameters	r_1/mm	r_2/mm	$n(\lambda_1=587.6\text{ nm})$	$n(\lambda_2=940\text{ nm})$	d_i/mm	d_s/mm	d_h/mm
L1	34.2	11.749	1.45845	1.45449	3.50	9.74	6.561
L2	14.06	INF	1.69211	1.67951	4.36	1.18	4.791
L3	8.356	4.92	1.67268	1.66538	3.99	8.65	2.187
L4	-35.89	54.08	1.67268	1.66538	4.65	1.26	3.593
L5	86.3	-16.23	1.69211	1.67951	7.10	3.87	6.572
L6	66.09	-47.64	1.69211	1.67951	5.08	—	7.609

利用薄透镜的公式^[9]可计算得到各透镜的主点位置(H_i, H'_i)、像方焦距 f'_i 以及相邻各主面间距 $d_i = \overline{H'_i H_{i+1}}$ 。在此基础上利用理想光学系统共轴多光组复合的正切算法^[9],由正向光路得到像方主点 H' 和焦点 F' ,由反向光路计算得到物方主点 H 和焦点 F 。利用主面公式^[1],可以确定主点(H, H')和焦点 F 的位置。 H, H' 的位置分别由 $\overline{HH_1}, \overline{H'_6 H'}$ 描述, $d_{H_1}, d_{H'_6}$ 分别设为 H_1, H'_6 离开L1、L6透镜左右侧面的距离。设针孔相机经过标定的焦距设为 f'_c ,如图2所示,有 $\overline{HO} + f'_c = \overline{HH'} + \overline{H'F'}$ 。

考虑离焦量 Δ ,实际焦平面与光轴的交点设为 F'_0 ,表1对应的主面参数如表2所示,主面参数之间的关系如图3所示。由于针孔的位置与实际标定的焦距有关,故表2第2行的最后三项未给出。

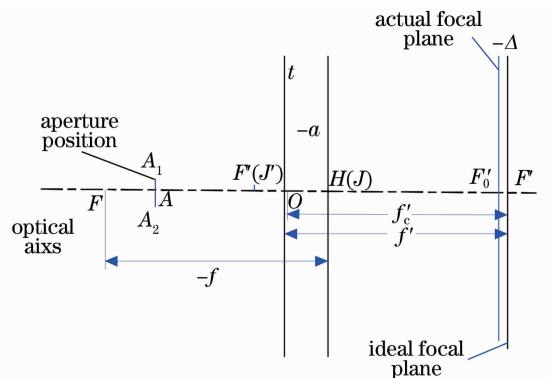


图2 针孔模型的主面简化图

Fig. 2 Simplified draft of principal plane of a pinhole model

利用主面计算公式、节点性质、高斯公式和针孔

相机的光学结构参数,可以判断孔径光阑和视场光阑的位置,利用主光线和边缘光线确定入瞳、出瞳、入射窗和出射窗参数,并计算出入瞳、出瞳、入射窗和出射窗的位置和直径。记入瞳、出瞳的位置和直

径分别为 E_1 、 E_2 和 D_{p_1} 、 D_{p_2} ,入射窗、出射窗的位置和直径分别为 W_1 、 W_2 和 D_{w_1} 、 D_{w_2} ,最后的计算结果如表 3 所示。

表 2 某针孔相机模型的主面相关参数

Table 2 Principal plane relevant parameters of a pinhole camera model

Parameters	dH_1	dH'_6	$\overline{HH_1}$	$\overline{H'_6H'}$	$\overline{HH'}(a)$	$f' = -f$	$\overline{H'O}(t)$	\overline{OA}	Δ
λ_1/mm	3.8440	-1.2810	-40.9282	-12.1031	-4.8062	24.9288	0.0448	-14.4549	-0.120
λ_2/mm	3.8534	-1.2903	-40.5804	-11.4276	-3.80178	25.133	—	—	—

表 3 某针孔相机模型的光阑相关参数

Table 3 Diaphragm relevant parameters of a pinhole camera model

Parameters	$\overline{AE_1}$	D_{p_1}	$\overline{AE_2}$	D_{p_2}	$\overline{E_1W_1}$	D_{w_1}	$\overline{E_2W_2}$	D_{w_2}
λ_1/mm	-4.2182	1.6814	-376.5132	13.1068	-40.3363	23.7114	403.0263	15.218

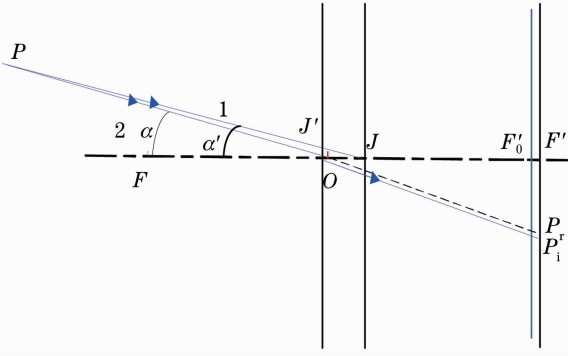


图 3 针孔模型等效误差示意图

Fig. 3 Sketch map of equivalent error of pinhole model

3 图像畸变几何模型

3.1 针孔模型等效误差

如图 3 所示,物点 P 经过理想光学系统和针孔 O 在理想焦平面上成像于 P_r 、 P_i ,辅助光线分别对应为光线 1 和光线 2。 $\overline{F'P_r}$ 和 $\overline{F'P_i}$ 的径向方向相同。

以节点 (J, J') 为原点,物像空间的物距设为 l 、 l' , \overline{PO} 与光轴的夹角设为 α ,实际计算未进行畸变校正的角度设为 $\alpha_c = \arctan(\overline{F'P_r}/f')$, $\overline{F'P_r} = f' \tan \alpha'$, $\overline{F'P_i} = f'_c \tan \alpha$,根据物像之间的共轭关系,等效模型引起的相对径向误差可表示为

$$d_{\text{err}_1} = (\overline{F'P_i} - \overline{F'P_r}) / \overline{F'P_r} = [f'(a+t) - lt] / [f'(l-a-t)]. \quad (1)$$

(1)式说明,针孔模型等效误差由主面参数和物距决定。理想针孔模型对应为节点 (J, J') 与针孔位置 O 重合。 $t < 0$ 时, $d_{\text{err}_1} > 0$,产生正畸变; $t > 0$ 时,产生负畸变。主面间距 a 作为微调量,基本不影响 d_{err_1} 。针孔相机偏离其等效模型而引起的角度误差为

$$\Delta_{\alpha_c} = \arctan[(1 + d_{\text{err}_1}) \tan \alpha_c] - \alpha_c. \quad (2)$$

3.2 平板玻璃平移误差

如图 4 所示,设平板玻璃厚度为 d_g ,距离主面 H 为 $-l_g$, $n_g = 1.45845$,物点 P 经过 O 点在焦平面的中心投影为 P_i , P 点出发的光线以 α 入射角过平板玻璃后,投射高度下降 Δ_h 。 P 点出发的光线以 α' 入射角经光线 2 到达 J 点,经光线 3 到达焦平面的 P_r , P 点对应的像点 P' 在光线 3 上。

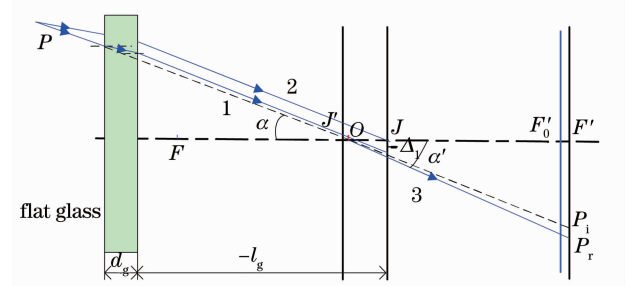


图 4 平板玻璃平移误差示意图

Fig. 4 Sketch map of shift error of flat glass

由菲涅耳公式及图中所示的几何关系,有

$$\begin{cases} \Delta_h(\alpha) = \frac{d_g \sin \alpha}{\sqrt{n_g^2 - \sin^2 \alpha}} \\ \tan \alpha' = \left(1 + \frac{d_g + a + t}{-l - d_g}\right) \tan \alpha - \frac{\Delta_h(\alpha')}{-l - d_g} \end{cases}. \quad (3)$$

由平板玻璃引起的相对径向误差可表示为

$$d_{\text{err}_2} = \frac{f'(d_g + a + t) - (l + d_g)t}{f'(l - a - t)} - \frac{\Delta_h(\alpha_c)}{(l - a - t) \tan \alpha_c}. \quad (4)$$

则由平板玻璃引起的计算角度误差可表示为

$$\Delta_{\alpha_g} = \arctan[(1 + d_{\text{err}_2}) \tan \alpha_c] - \alpha_c. \quad (5)$$

3.3 光轴安装误差

假设实际光轴与实际的焦平面 π 并不垂直,如图 5 所示。实际光轴 axis 1 与理想光轴 axis 的夹角

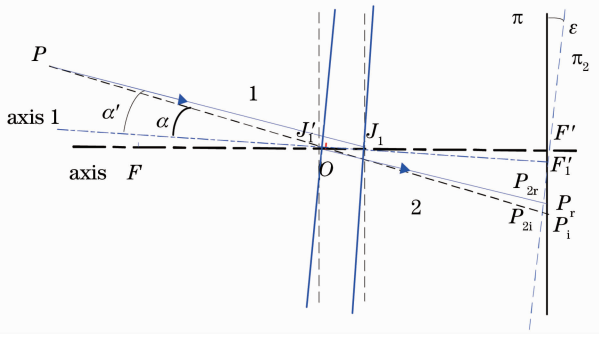


图 5 光轴安装误差示意图

Fig. 5 Sketch map of error caused by tilted optical axis 为 ϵ , 与焦平面相交于 F'_1 , 物点 P 经过中心 O 投影到 π, π_2 于 P_i, P_{2i} , 离轴角为 α , 物点 P 经光线 1 入射至 J_1 , 经光线 2 与 π, π_2 相交于 P_r, P_{2r} . 在 $\triangle J_1 P_i F'_1$ 和 $\triangle J_1 P_r F'_1$ (s 为 i 或 r) 中分别利用正弦定理, 可计算出光轴安装误差引起的 $\overline{F'F'_1}$ 方向的相对径向误差

$$d_{err_3} = (d_{err_2} + 1) \frac{\cos \alpha \cos(\alpha' + \epsilon)}{\cos \alpha' \cos(\alpha + \epsilon)} - 1 \approx d_{err_2}. \quad (6)$$

(6)式是在 P, F'_1, F' 三点共面的情况下得到的, 与焦平面的选取无关. 下面讨论更一般的情况. 在图 6 中, 焦平面的原点设为 F' , 沿理想光轴建立坐标系 $xy z_0$. 沿 $\overline{F'F'_1}$ 建立 x_1 轴, $x_1 y_1 z_1$ 形成右手坐标系, z 轴与 z_1 轴方向相同. 坐标系 $x_1 y_1 z_1$ 绕 y_1 轴旋转 ϵ 得到坐标系 $x_2 y_2 z_2$, 此时 x_2 轴、 y_2 轴形成理想焦平面 π_2 . 在坐标平面 xy 中, 设 $F' = (0, 0), F'_1 = (x_0, y_0), P_i = (x, y)$, 则有

$$\begin{aligned} \overline{F'_1 P_i} &= \left(\frac{x - x_0}{2 \cos \theta} + \frac{y - y_0}{2 \sin \theta} \right) i_1 + \\ &\left(\frac{y - y_0}{2 \sin \theta} - \frac{x - x_0}{2 \cos \theta} \right) j_1 = x_1 i_1 + y_1 j_1. \end{aligned} \quad (7)$$

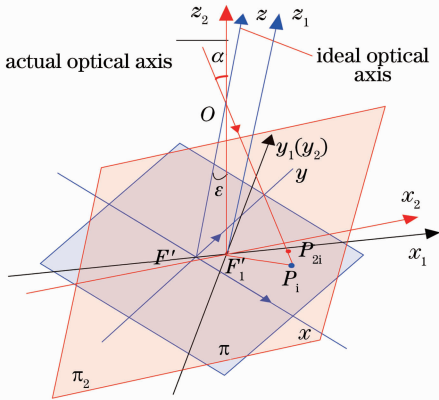


图 6 光轴倾斜时中心投影示意图

Fig. 6 Sketch map of central projection when optical axis tilts

(7)式为 $\overline{F'_1 P_i}$ 在坐标平面 $x_1 y_1$ 中的表达式. 其中 $\theta = \arctan(y_0/x_0)$. 在坐标系 $x_2 y_2 z_2$ 中, $O = (0, 0, f'_c), F'_1 = (0, 0, 0)$, 则在坐标系 $x_1 y_1 z_1$ 下 O 可表示为 $O_1 = (-f'_c \sin \epsilon, 0, f'_c \cos \epsilon), P_i = (x_1, y_1, 0)$. 由矢量几何关系, $\overline{F'_1 P_{2i}} = \overline{F'_1 O_1} + k \overline{O_1 P_i}, \overline{F'_1 P_{2i}} \perp \overline{F'_1 O_1}$, 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{2i}^1 &= \left[(1 - k) f'_c \frac{\cos \epsilon}{\tan \epsilon}, k y_1, (1 - k) f'_c \cos \epsilon \right]^T, \\ k &= f'_c / (f'_c + x_1 \sin \epsilon). \end{aligned} \quad (8)$$

从而, P_{2i} 在坐标系 $x_2 y_2 z_2$ 中可表示为

$$\mathbf{P}_{2i}^2 = C_2(\epsilon) \mathbf{P}_{2i}^1 = k [\cos(\epsilon x_1), y_1, 0]^T,$$

结合(4)、(7)、(8)式, 对同一矢量 $\overline{F'_1 P_{2r}}$ 而言, 满足

$$\begin{aligned} \overline{F'_1 P_{2r}}^2 &= \overline{F'_1 P_{2i}}^2 / (1 + d_{err_2}), \\ \overline{F'_1 P_{2r}}^1 &= \overline{F'_1 P_{2i}}^1 / (1 + d_{err_2}). \end{aligned}$$

注意到这里的 d_{err_2} 在坐标系 $x_2 y_2 z_2$ 中定义, 与(4)式不同. 由 $\overline{F'_1 P_r} = \overline{F'_1 H'} + k_1 \overline{H' P_{2r}}$, 可得

$$\mathbf{P}_r = \frac{k_1}{1 + d_{err_2}} \left[\frac{(1 - k) f'_c}{\sin \epsilon}, k y_1, 0 \right]^T,$$

$$k_1 = \frac{1 + d_{err_2}}{(k + d_{err_2}) + (1 - k)t/f'}, \quad (9)$$

因而, 对坐标系 $x_1 y_1 z_1$ 下的任一点 $\mathbf{P}_r = [x_r, y_r, 0]^T$, 光轴安装误差引起的沿两坐标轴方向的相对误差和理想的像点位置可表示为

$$d_{err_3} = [d_{err_2} + (1 - k)t/f'] (i_1 + i_2) / k,$$

$$\mathbf{P}_i = (1 + d_{err_3}) [x_r, y_r, 0]^T. \quad (10)$$

设真实角度为 α . 由于光轴倾斜 ϵ 角度, 经过上式修正后, 利用 $\overline{F'_1 P_i} / f'_c$ 表示 $\tan \alpha$ 依然存在误差, 其真实角度 α 可表示为 $\tan \alpha = \overline{F'_1 P_{2i}} / f'_c = \overline{F'_1 P_{2i}} \tan \alpha_c / \overline{F'_1 P_r}$. 因而, 在光轴倾斜 ϵ 角度的条件下, 坐标系 $x_1 y_1 z_1$ 下的离轴角的修正模型可由表示为

$$\begin{aligned} \Delta_{\alpha} &= \\ &\arctan \left[\frac{k(1 + d_{err_3}) \sqrt{(x_r \cos \epsilon)^2 + y_r^2}}{\sqrt{x_r^2 + y_r^2}} \tan \alpha_c \right] - \alpha_c. \end{aligned} \quad (11)$$

3.4 其他因素分析及像差模型对比

图像畸变本质上反映了物点和像点的相似性差异^[1]. (10), (11)式分别描述了沿坐标轴方向的相对径向畸变和对应的角度误差. 但是, 该数学模型忽略了各类像差对图像畸变几何模型的传递误差, 也忽略了衍射效应误差. 下面分别就色差、球差引起的畸变进行分析.

3.4.1 色差传递误差分析

表 2 利用了 Schott 色散公式, 对主面公式中的

折射率进行了调整,计算得到 $\lambda_2=940\text{ nm}$ 条件下的主面相关参数。此时,焦平面的位置相对平移了 0.8702 mm ,远大于离焦量 $\Delta=0.120\text{ mm}$ 。因而,上面的图像畸变几何模型只适合于带有滤光片并且进行了色差校正的针孔相机。

3.4.2 球差传递误差分析

设物距为 $l=-3023\text{ mm}$ 的轴上物点 A 过入瞳边缘 P_A ,该边缘光线经系统出射到达轴上像点 A' ,并记对应的离轴角为 $-U,U'$ 。由于入瞳的直径 $D_{p_1}=1.6814\text{ mm}$,该边缘光线的离轴角分别为 $-U=\arctan(0.8407/3000)\times 60=0.966'<1',U'=\arctan(\tan U+0.8407/24.9288)\times 60=2.004'$,说明该边缘光线为近轴光线。因而,表4描述的针孔相机的初级球差接近实际球差。薄透镜系统的初级轴向球差的表达式^[1]为 $\delta L'=-h^4A/(2n'u')$,其中 n' 为各透镜的折射率, u' 为 U' 的弧度值, h 表示边缘光线的投射高度, A 是单个透镜结构参数的函数。由于

表4 某针孔相机模型的初级球差

Table 4 Primary spherical aberration of a pinhole camera model

Object distance /m	3	6	9	12	15	18	21	24
$\overline{A_0A'}/\text{mm}$	0.0038	0.0040	0.0041	0.0041	0.0042	0.0042	0.0042	0.0042

平行平板玻璃恒产生正球差,由于初级球差在近轴光路中传递,其初级轴向球差可表示为^[1]

$$\delta L'_g = \frac{(n^2-1)du^2}{(-2n^3)}, \quad u < \arctan\left(\frac{D_{w_1}}{2E_1W_1}\right). \quad (13)$$

该部分正球差相当于对(5)式进行调整,即有 $\tan \alpha' = \tan \alpha'(1+\delta L'_g/L_g)$,设经过球差校正的平板玻璃引起的相对径向误差为 d'_{err_2} ,则有

$$1+d'_{\text{err}_2} = (1+d_{\text{err}_2})/(1+\delta L'_g/L_g). \quad (14)$$

将(10)、(11)式中的 d_{err_2} 用 d'_{err_2} 代替,得到经过带有实际球差的图像畸变几何模型。上式表明, $d'_{\text{err}_2}<d_{\text{err}_2}$,且当平行平板玻璃正球差增大时, d'_{err_2} 将逐步减少,这使得 $d'_{\text{err}_2}<0$ 的可能性存在。因而,

边缘光线的离轴角 $-U<1'$,初级球差在近轴光路中传递,需要对高斯公式中的像距按照 $l'=l'+\delta L'$ 进行调整。将轴向球差在透镜系统中的传递误差引入主面公式,可分析理想轴上像点和进行球差校正的实际轴上像点之间的位置差。主面公式改写为

$$\begin{cases} \tan U'_i = \tan U_i + \frac{h_i}{f'_i} - \frac{\delta L'_i}{h_i} \left(\tan U_i + \frac{h_i}{f'_i} \right)^2 \\ h_{i+1} = h_i - d_i \tan U'_i \\ U'_i = U_{i+1} \end{cases}. \quad (12)$$

设轴上物点 A 理想成像于 A'_0 ,经上式球差校正成像于 A' ,两者的差异如表4所示。根据垂轴球差与轴向球差的关系, $\delta T' = \delta L' \tan U'$,不考虑像散和场曲的影响,轴向球差引起的图像畸变量最大值为 $0.0042 \times \tan 15 = 0.0011\text{ mm}$,远小于一个像素的宽度。因而,针孔相机透镜系统(不包括平板玻璃)的垂轴球差可以忽略不计。

除了焦点位置之外,在远离焦点的某些位置,也可能存在畸变量为0的情况。

上面的数学模型综合考虑了两类像差对畸变几何模型的影响,没有考虑像散、场曲以及渐晕对质心位置误差的影响。理论上,孔径光阑、视场光阑、入瞳和出瞳的位置和大小只影响成像光点的能量,不影响成像光点的大小和位置。这些光阑的微小位置和形状变化并不影响主面和焦距参数,但会影响到像差和质心位置误差在焦平面的分布情况。

3.4.3 像差模型对比

文献[12]描述的广泛采用的像差模型综合考虑了径向像差和切向像差,像差模型为

$$\begin{cases} \delta x = x - \tilde{x} = [(k_0 dx + k_1)(dx^2 + dy^2) + k_3 dx^2 + k_4 dx dy] F_x \\ \delta y = y - \tilde{y} = [(k_0 dy + k_2)(dx^2 + dy^2) + k_4 dx dy + k_3 dy^2] F_y \end{cases}, \quad (15)$$

式中 (x,y) 为考虑像差的实际像点, (\tilde{x},\tilde{y}) 为中心透视投影得到的理想像点, $k_0 \sim k_4$ 为像差系数。当像元横、纵向尺寸相等时,实际的横、纵等效焦距可表示为 $F_x = F_y = f'$ 。本文中的几何模型与该像差模型非常接近,推导过程如下。

结合(7)式和(10)式,得

$$\begin{cases} x_r = \frac{\tilde{x} - x_0}{2 \cos \theta}, & y_r = \frac{\tilde{y} - y_0}{2 \sin \theta}, \\ x_i = \frac{x - x_0}{2 \cos \theta}, & y_i = \frac{y - y_0}{2 \sin \theta}. \end{cases} \quad (16)$$

代入(10)式,得

$$\delta x = d_{\text{err}_3}(\tilde{x} - x_0), \quad \delta y = d_{\text{err}_3}(\tilde{y} - y_0). \quad (17)$$

将 d_{err_3} 中的 d_{err_2} 用 d'_{err_2} 代替,展开(17)式,并对含无穷小量的表达式做二阶近似,且设

$$\begin{cases} k_u = (n^2 - 1)/(2l_g n^3) \\ du^2 = dx^2 + dy^2 \\ dx = \frac{\tilde{x} - x_0}{F_x}, \quad dy = \frac{\tilde{y} - y_0}{F_y} \end{cases} \quad (18)$$

则可以得到几何模型对应的像差模型,表示为

$$\begin{cases} \delta x = \{(k_0 dx)(dx^2 + dy^2) + [k_1 - k_u^2(dx^2 + dy^2)^2]dx + k_3 dx^2 + k_4 dx dy\}F_x \\ \delta y = \{(k_0 dy)(dx^2 + dy^2) + [k_2 - k_u^2(dx^2 + dy^2)^2]dy + k_4 dx dy + k_3 dy^2\}F_y \end{cases} \quad (19)$$

对应的系数为

$$\begin{cases} k_0 = k_u(1 - d_{\text{err}_2}), \quad k_1 = k_2 = d_{\text{err}_2} \\ k_3 = \frac{t \sin \epsilon}{2f'_c \cos \theta}, \quad k_4 = \frac{t \sin \epsilon}{2f'_c \sin \theta} \end{cases} \quad (20)$$

(4)式中的 d_{err_2} 并非常量。设 $d_{\text{err}_2} = k_{\text{err}_2} + \Delta_{\text{err}_2}$, 以 $l = -3023 \text{ mm}$ 参与计算,前后两者比值大于 10^7 ,因而近似主常量。 k_{err_2} 的表达式比较复杂,这里未给出。

由(20)式可知, k_0 是包含主面相关参数的平板玻璃平移误差和正球差的函数, k_1, k_2 是平板玻璃平移误差的函数, k_3, k_4 与光轴倾斜角 ϵ 和经过标定的焦距 f'_c 有关。两个像差模型的不同处在 k_1, k_2 项,

(15) 式的 k_1, k_2 项为径向畸变的线性分量,而模型(20)式的 k_1, k_2 项为沿各自轴的非线性轴向畸变,且与文献[8]引用的像差模型中包含的4次方项保持一致。

4 仿真分析

仿真参数条件为:表2中 $\lambda_1 = 587.6 \text{ nm}$ 一行的主面参数;平板玻璃参数 $(d_g, l_g) = (8, -46.65) \text{ mm}$, $n_g = 1.45845$;物距 $l = -5000 \text{ mm}$;真实的焦点 F'_1 偏离理想焦点 F' (4,6)个像素。仿真结果如图7和图8所示,彩图请见网络电子版。

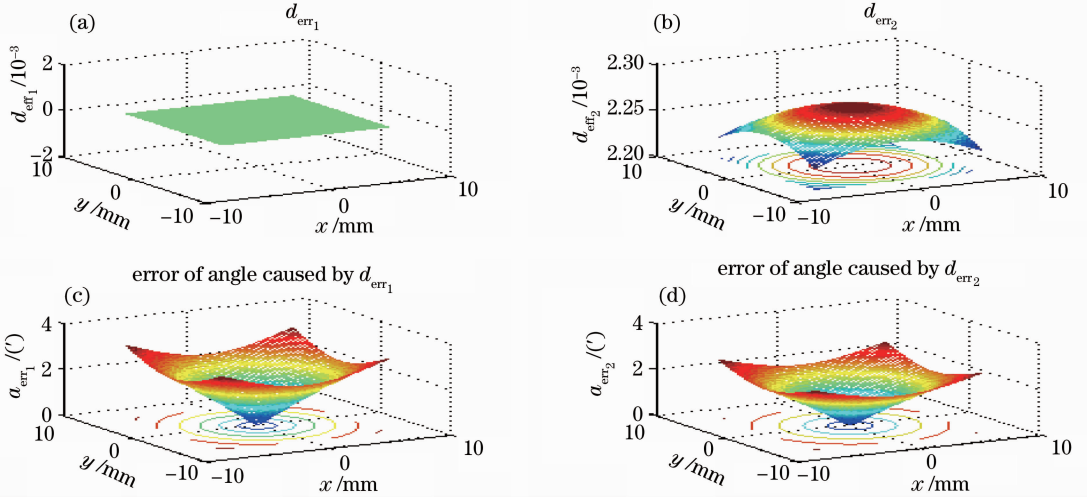


图7 图像畸变中的(a),(b)对称畸变和(c),(d)相应的角度误差

Fig.7 (a), (b) Symmetrical distortion and (c), (d) relevant angle error in image distortion

图7和图8的相对径向畸变和角度误差均取绝对值,绝对畸变量取正负值。图8显示,当相机结构参数和物距固定时,相对径向畸变 $d_{\text{err}_1}, d_{\text{err}_2}$ 和对应的角度误差均呈对称分布。 $d_{\text{err}_1}, d_{\text{err}_2}$ 对应的最大值分别为 $0.27\%, 0.23\%$, 对应的角度误差分别为 $3.17', 2.54'$ 。

图8显示了带有平板玻璃球差和光轴倾斜 ϵ 条件下的综合畸变情况,分别为沿坐标轴方向的相对

径向畸变、绝对畸变量和对应的角度误差分布曲面。其中 d_{err_3} 在远离焦点的位置有零值存在; Δ_{e_c} 沿 $\overline{F'F'_1}$ 方向的两侧局部区域近似对称,说明角度误差的分布受真实焦点位置的影响;绝对畸变量的分布非对称,但曲面形状在坐标系 x_1, y_1, z_1 下关于 F'_1 共轭对称。 d_{err_3} 的最大值 0.26% , 对应的角度误差 $4.84'$, 沿 x 轴和 y 轴方向的最大畸变分别为 0.036 mm 和 0.052 mm 。

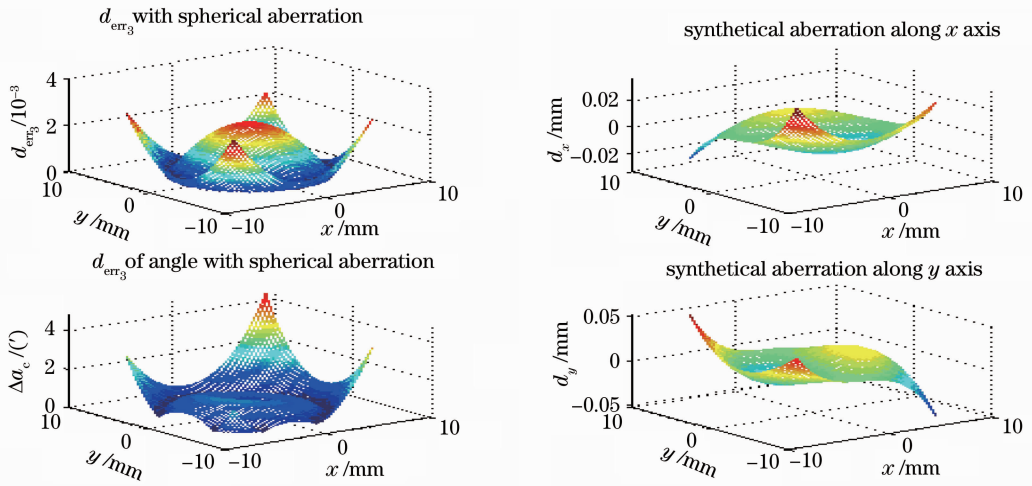


图8 包含球差的相对畸变、绝对畸变及相应的角度误差

Fig. 8 Relative and absolute distortion and angle error with spherical aberration

5 结 论

分析了引起图像畸变的4类因素,利用共轭节面的性质建立了一种图像畸变几何模型,并与广泛采用的像差模型进行了对比,给出了像差模型系数的表达式,从理论上解释了该像差模型的适用性。该几何畸变模型综合了4类引起图像畸变的误差,可以模拟图像的对称畸变和非对称畸变,适合于色差校正后的针孔相机。对某实际近场相机进行仿真分析,模型计算出的相对径向畸变和角度误差在设计参数的范围之内。该几何模型需要辨识主面相关参数、光轴倾斜角和平板玻璃的轴向球差4个参数,理论上可以作为一种新的图像畸变校正方法。

参 考 文 献

- Li Xiaotong, Cen Zhaofeng. Geometrical Optics, Aberration, Optics Design[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2011. 95~104
李晓彤,岑兆丰. 几何光学. 像差. 光学设计[M]. 杭州:浙江大学出版社,2011. 95~104
- Lu Xiaofen, Zhang Tianxu, Hong Hanyu. Image correction method with pixel deviation caused by aero-optics effects[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, **36**(5): 758~761
卢晓芬,张天序,洪汉玉. 气动光学效应像素偏移图像校正方法研究[J]. 红外与激光工程, 2007, **36**(5): 758~761
- Yu Shuchun, Zang Xizhe, Gao Yongsheng *et al.*. An explicit-implicit correction method for image distortion[J]. *J. Harbin Institute Technology*, 2008, **40**(9): 1387~1390
于舒春,臧希喆,高永生等. 一种图像畸变的显-隐式校正方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, **40**(9): 1387~1390
- Wan-Young Lee, Tae-Hyoung Pack. Correction method for geometric image distortion with application to printed circuit board inspection systems[C]. ICROS-SICE International Joint Conference, 2009. 4001~4006

- A. C. Bovik, A. K. Moorthy. Statistics of natural image distortions [C]. IEEE International Conference on ICASSP, 2010. 962~965
- Alvaro Hernandez, Alfredo Gardel, Laura Perez *et al.*. Real-time image distortion correction using FPGA-based system[C]. 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, 2006. nil7~nil11
- Xiao Xiao, Yang Guoguang, Bai Jian. Panoramic-annular-lens distortion correction based on spherical perspective projection constraint[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 675~680
肖潇,杨国光,白剑. 基于球面透视投影约束的全景环形透镜畸变校正[J]. 光学学报, 2008, **28**(4): 675~680
- Zhang Jing, Zhu Dayong, Zhang Zhiyong. Nonmetric calibration of camera lens distortion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1552~1557
张靖,朱大勇,张志勇. 摄像机镜头畸变的一种非量测校正方法[J]. 光学学报, 2008, **28**(8): 1552~1557
- Yu Jun, Lin Jiaming, Yang Jianyu *et al.*. Distortion measurement and calibration technology for CCD camera system based on new target board[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1440~1443
余俊,林家明,杨建宇等. 基于新型靶的CCD摄像系统畸变测量与校正[J]. 光学学报, 2007, **27**(8): 1440~1443
- Liu Jingen. A rectification algorithm for photoelectric image with distortion based on method of onsite ascertained standard [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(6): 732~735
刘金根. 一种基于现场定标的光电图像畸变校正算法[J]. 光子学报, 2004, **33**(6): 732~735
- Su Chengzhi, Wang Enguo, Hao Jiangtao *et al.*. Distortion correction for images in planar metrology [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, **19**(1): 161~166
苏成志,王恩国,郝江涛等. 平面几何测量中的图像畸变校正[J]. 光学精密工程, 2011, **19**(1): 161~166
- J. Weng, P. Cohen, M. Hernion. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(10): 965~980

栏目编辑: 韩峰