

平面刻槽离子阱的热噪声引起的离子加热研究

冀炜邦 成华东 刘 亮

(中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室冷原子物理中心, 上海 201800)

摘要 研究了和平面刻槽离子阱中的电压热涨落噪声引起的离子加热和离子加热的直接计算模型, 给出了离子加热的加热尺度, 并利用有限元分析方法计算了当刻槽宽度和射频电极宽度比例 α 发生变化时加热尺度的变化。同时, 还利用涨落耗散原理计算了控制电极的阻抗热涨落对离子产生的加热效应, 并给出了 x 和 y 方向电场涨落的谱密度表达式, 通过计算给出了较好的 α 值。

关键词 量子光学; 量子信息处理; 离子芯片; 有限元分析方法; 热涨落噪声; 离子加热

中图分类号 O562 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1027002

Ion Heating by Thermal Noise of Planar Grooved Ion Chip

Ji Weibang Cheng Huadong Liu Liang

(Center of Cold Atom Physics, Key Laboratory of Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract The ion heating by voltage fluctuation noise in grooved planar ion trap is investigated. The direct method is used to calculate the ion heating and the length scale is obtained. The variation of length scale with ratio between width of groove and radio frequency electrode varied is calculated by using finite element method. And then the ion heating by resistance thermal fluctuation of control electrodes is also calculated by using fluctuation dissipation theorem. The spectral density of electric field fluctuation in x and y direction and better value of α are obtained.

Key words quantum optics; quantum information and processing; ion chip; finite element analysis method; thermal fluctuation noise; ion heating

OCIS codes 270.5585; 200.3050; 270.2500

1 引 言

离子囚禁^[1]是实现量子计算^[2]的有效途径之一。量子计算相对于经典计算机来说, 有希望提供一种独一无二的、快速而有效的计算。并在大量计算、海量数据搜索、量子相干^[3,4]、量子系统^[5]的模拟以及再生量子密码^[6,7]等领域具有重要的应用。利用离子之间的振动或者运动耦合可以进行双量子比特操控。而这些操控对离子阱中离子运动的随机振动激发态很敏感。因此, 离子被多普勒或者拉曼边带冷却^[8]至最低的振动态, 是进行量子计算最理想的

状态, 而且一般来说要求其周围环境的温度也一直保持“冷”的状态。要保持这种环境温度需要利用液氮或液氢, 耗费极大。如果离子可以被处于室温下的囚禁电极与控制电极“冷却”与“囚禁”是比较简单易行的选择。但在室温环境中, 由电压提供和电极的阻抗引起的热涨落会不可避免地加热离子, 从而引起离子囚禁的不稳定。在实验中, 电极引起的热涨落没有引起实验人员的重视。因为离子距离电极比较远, 其热涨落加热率很低, 远小于实际观察到的由电极表面碎片势的涨落而引起离子加热率。然而, 当离子阱的电

收稿日期: 2012-04-19; 收到修改稿日期: 2012-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(10974212)资助课题。

作者简介: 冀炜邦(1983—), 男, 博士研究生, 主要从事激光冷却离子和离子芯片等方面的研究。

E-mail: jiweibang@siom.ac.cn

导师简介: 刘 亮(1964—), 男, 博士, 研究员, 主要从事冷原子物理和量子频标等方面的研究。

E-mail: liang.liu@siom.ac.cn(通信联系人)

极尺寸降到用于形成可扩展的量子计算的时候,必须考虑热涨落引起的加热效应。

离子的热涨落加热是可以看作由离子阱电极形成的电阻中热电流产生的电压涨落导致。通过研究发现,其与射频(RF)电压引起的热涨落和控制电极(静电压)引起的热涨落有关^[9]。而且,离子阱的对称设计对于确定离子加热率也很重要。本文在设计离子芯片模型的基础上,利用涨落耗散原理^[10]对离子芯片电极的热噪声引起的离子加热作了分析,并且利用有限元分析方法(FEM)计算了设计的离子阱中的热涨落,同时考虑热涨落和势阱深度最优化,优化了较好的平面离子表面电极尺寸。

2 电压涨落引起离子加热的直接计算模型

从加载于电极上的电压涨落谱密度开始计算离子的加热率。电压涨落的谱密度与离子囚禁位置附近的电场涨落谱密度有关,所以这里利用电场涨落的谱密度来计算离子的加热率。这种方法在文献[11,12]中已经有所介绍。

每个电极电压涨落的谱密度 $S_V(\omega)$ 是由其阻抗

的约翰逊噪声所产生的,可以将其表达为

$$S_V(\omega) = 4k_B TR(\omega), \quad (1)$$

式中 $R(\omega)$ 为电阻。在被囚禁离子附近的电场涨落是由电极上加载的电压涨落引起,其谱密度 $S_E(\omega)$ 可以表示为

$$S_E(\omega) = \frac{S_V(\omega)}{d_i^2}, \quad (2)$$

式中 $d_i (i = x, y, z)$ 是 i 方向上的离子加热尺度,可以通过求解被囚禁离子附近电场强度 $E(x_0, y_0, z_0)$ 在每个方向上的分量得到,其具体表达式为

$$E_i(x_0, y_0, z_0) = \frac{V}{d_i}. \quad (3)$$

那么,离子加热率可由时间微扰理论给出,表达式为

$$\dot{n}_i = \frac{q^2}{4mh\omega_i} S_{E_i}(\omega_i), \quad (4)$$

式中 q 为离子质量, ω_i 为离子在 i 方向上的久期频率。

对于设计的刻槽的平面离子芯片(见图 1^[9],其中 a 代表两个射频电极的宽度, g 代表刻槽的宽度)来说,其离子阱表面上方的电势由 House^[13] 提出的模型表达,在这里将电极表面 $y=0$ 所加的电压写为

$$\phi(x, 0, t) = \begin{cases} 0, & x < -a - g/2 \\ V_{\text{RF}} \cos(\Omega t), & -(a + g/2) < x < -g/2 \\ 0, & -g/2 < x < g/2 \\ V_{\text{RF}} \cos(\Omega t), & g/2 < x < a + g/2 \\ 0. & x > a + g/2 \end{cases} \quad (5)$$

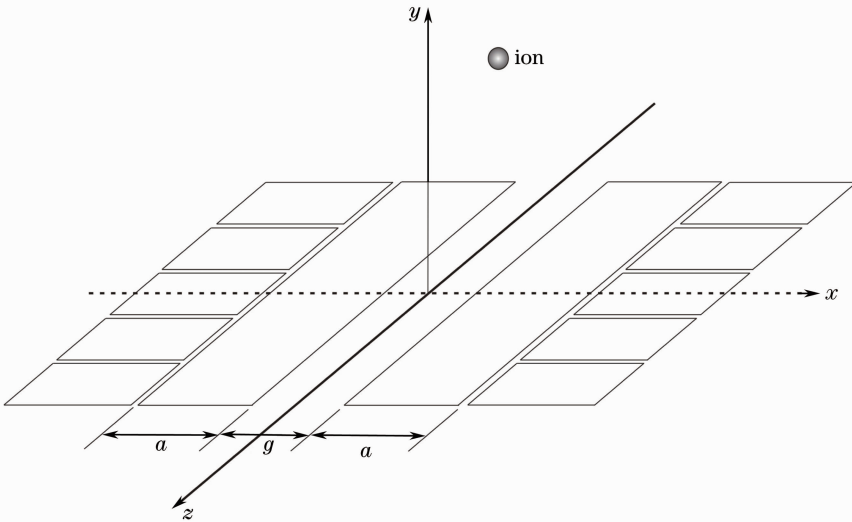


图 1 平面刻槽离子阱的设计示意图

Fig. 1 Structure of grooved planar ion trap

通过求解拉普拉斯方程和边界条件,计算可得其电势表达式为

$$\phi(x, y) = \frac{V}{\pi} \left[\arctan\left(\frac{a + g/2 - x}{y}\right) - \arctan\left(\frac{g/2 - x}{y}\right) - \arctan\left(\frac{g/2 + x}{y}\right) + \arctan\left(\frac{a + g/2 + x}{y}\right) \right], \quad (6)$$

那么在被囚禁离子附近的位置,其电场为

$$\mathbf{E}(0, y, 0) = \frac{V}{\pi} \left[-\frac{g + 2a}{y^2 + (g/2 + a)^2} + \frac{g}{y^2 + g^2/4} \right] \mathbf{i}, \quad (7)$$

式中 a 为两个射频电极的宽度, g 为刻槽的宽度。

最终得到加热尺度的表达式

$$d_x = \pi \frac{\left[y^2 + \left(\frac{1}{2}g + a \right)^2 \right] \left(y^2 + \frac{g^2}{4} \right)}{\frac{1}{2}g^2 a + ga^2 - 2ay^2}. \quad (8)$$

对于其他结构复杂的离子芯片来说,简单的模型就不适用了,必须用有限元的方法对 d_x 进行数值计算。以这里的简单模型来计算,根据(2)式,显然有 $S_E(\omega) \propto h^{-4}$,其中 h 为离子到电极表面的距离。这与其他文献给出的结果^[14,15]相似。

对于文中设计的离子阱模型来说, $a = 100 \mu\text{m}$, $y = 36 \mu\text{m}$,电极所加射频电压振幅 $V_{\text{RF}} = 350 \text{ V}$ 。分别利用上述模型和有限元方法对离子芯片的加热尺度进行计算,结果如图2和图3所示。

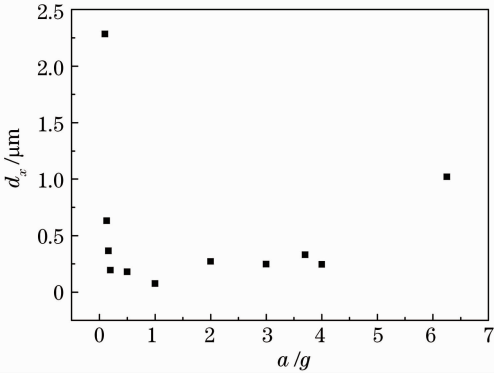


图2 利用直接算法计算平面离子阱的加热尺度 d_x 随 a/g 变化的示意图

Fig. 2 Values of length scale d_x is calculated by direct method with varied values of a/g

从图2中可以看出,加热尺度 d_x 的值随着 a/g 的值先变小,然后变大;图3中的散点是利用有限元方法计算所得出的模拟结果,其变化趋势为随着 a/g 的变大, d_x 值变小,当 $a/g > 2$ 时, d_x 的值缓慢增大,图3中 d_x 的总体变化趋势与解析解相似,侧面证实了所建立的模型的可行性。当然,这里的结果存在一定的误差,解析解和模拟散点并不完全重合。这是由于建立的模型较为粗糙,且由于有限元模拟计算的精度不够所造成的,更为精确的值要靠

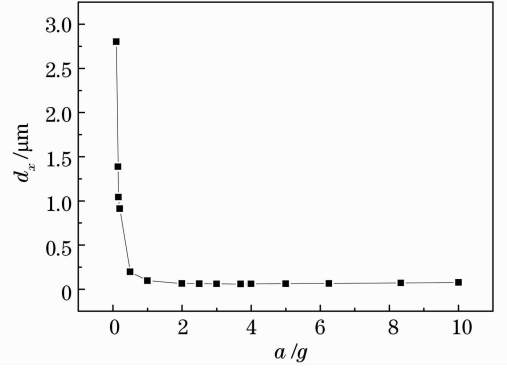


图3 利用有限元方法对离子的加热尺度 d_x 进行计算所得出的结果随 a/g 变化的示意图

Fig. 3 Values of length scale d_x is calculated by FEM with varied values of a/g

大量的数值计算得出。

3 控制电极阻抗的热涨落引起的离子加热的计算

由控制电极阻抗引起的热涨落无法直接计算,所以这里引入一种新的模型,根据涨落耗散定理来计算由阻抗引起的热涨落。在一个离子阱中,离子运动会引起能量的耗散。当离子运动时,耗散的能量会形成电流。这个电流是由电极上的电荷重新分布,流过由电极形成的阻抗而产生的。那么,离子运动就会添加一个阻尼系数。根据涨落耗散定理,这个阻尼系数和离子阱的温度共同决定了被囚禁离子附近的电场涨落。因此,谱密度的计算可以简化为计算阻尼系数,利用简单的经典计算就可以算出。根据文献[16]的计算可知,电场涨落的谱密度可以表示为

$$S_E(\omega) = \frac{4k_B T \mu}{q^2}, \quad (9)$$

式中 k_B 为玻尔兹曼常数, T 为电极的温度, μ 为阻尼系数,可由功率损耗决定。假设离子被囚禁于 $[x_m \sin(\omega_x t), y_0, z_0]$, 则其运动所产生的功率损耗可表示为

$$P = \mu \langle \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \rangle = \frac{\mu x_m \omega_x^2}{2}, \quad (10)$$

式中 P 为功率损耗, ω_x 为 x 方向上的久期频率。对于刻槽的平面离子阱来说, 考虑两个半平面之间的阻抗引起的耗散。平面离子阱的控制电极引起的热涨落可以由此耗散模型计算。由图 1 离子阱的模型可以看出, 假设离子被囚禁于 $[x_m \sin(\omega_x t), y_0, z_0]$, 控制电极分别在 $x = \pm(g/2 + a)$ 处被无穷小的间隙分隔, 其间的电阻为 R 。当 $x = g/2 + a$ 处时, 电极的

电荷为

$$Q = \int_{g/2}^{g/2+a} dx \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_s(x, z), \quad (11)$$

式中 $\rho_s(x, z) = -\frac{q y_0}{2\pi \{ [x - x_m \sin(\omega_x t)]^2 + y_0^2 + z^2 \}^{3/2}}$ 为表面电荷密度。两个电极之间的电荷流动引起的功率损耗 P 为

$$P = \frac{Rq^2 x_m^2 \omega_x^2}{\pi^2 y_0^2} \left\{ \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{g/2 + a}{y_0} \right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{g/2}{y_0} \right)^2} \right]^2 + o \left(\frac{x_m}{y_0} \right)^2 \right\}, \quad (12)$$

因为 x_m 的数量级为离子的基态波函数, 因此 x_m/y_0 非常小, 可忽略 x_m 的项。而且电极处于 $x = -g/2 - a$ 时得到的 P 值与 (12) 式所得到的相等, 最后得到电场波动的谱密度为

$$S_{E_x}(\omega) = \frac{4k_B TR}{\pi^2 y_0^2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{g/2 + a}{y_0} \right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{g/2}{y_0} \right)^2} \right]^2, \quad (13)$$

用同样的模型, 可以算出 y 方向上的电场波动的谱密度

$$S_{E_y}(\omega) = \frac{4k_B TR}{\pi^2 y_0^2} \left[\frac{\left(\frac{g/2 + a}{y_0} \right)}{1 + \left(\frac{g/2 + a}{y_0} \right)^2} - \frac{\left(\frac{g/2}{y_0} \right)}{1 + \left(\frac{g/2}{y_0} \right)^2} \right]^2. \quad (14)$$

对于这种离子芯片的模型, z 方向上没有电场涨落。

将上述模型运用到将要计算的离子阱中, 离子阱的参数根据文献[17]中的最优化平面离子阱模型计算得出, 根据文献查得典型阻抗值一般为 $100 \sim 1 \times 10^5 \Omega$, 这里选择较小的阻值。表 1 给出平面离子阱的一些特征参数。

表 1 平面刻槽离子芯片的主要参数

Table 1 Main parameters of grooved surface ion chip

Parameter	Value
RF electrode separation, $g / \mu\text{m}$	100
RF electrode width, $a / \mu\text{m}$	100
Control electrode resistance, R / Ω	100
Ion location $(x_0, y_0, z_0) / \mu\text{m}$	(0, 39, 0)
Temperature of electrodes, T / K	300
RF drive frequency, Ω / MHz	$2\pi \times 32$
Radial secular frequency, $\omega_x, \omega_y / \text{MHz}$	$2\pi \times 4.2,$ $2\pi \times 5.6$
Axial secular frequency, ω_z / MHz	$2\pi \times 1.5$

根据平面离子阱的参数和电场的谱密度, 计算出了离子阱各方向上控制电极的阻抗热涨落加热率, 如表 2 所示。

表 2 离子阱 (x, y, z) 方向上的阻抗热涨落加热率

Table 2 Resistive thermal fluctuation heating rate in x, y, z direction of ion trap

Resistive thermal fluctuation heating rate in x, y, z	$S_{E_i}(\omega_i) / [(\text{V/m})^2 \cdot \text{Hz}^{-1}]$
Resistive thermal fluctuation heating rate in x	1.09×10^{-11}
Resistive thermal fluctuation heating rate in y	6.43×10^{-12}
Resistive thermal fluctuation heating rate in z	0

当把 $\alpha = a/g$ 记为平面离子阱的射频电极和刻槽宽度的比值, 通过计算 x 和 y 方向上由控制电极阻抗引起的电场加热涨落的谱密度 $S_{E_x}(\omega)$ 和 $S_{E_y}(\omega)$, 得到的结果如图 3 所示, 可以发现当 $\alpha \approx$

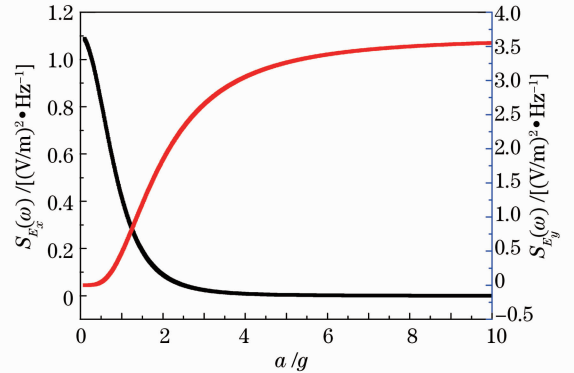


图 4 由控制电极阻抗引起的离子加热谱密度随 a/g 变化的示意图

Fig. 4 Spectral density of thermal fluctuation heating by resistance of control electrodes x and y direction varied with a/g

1.25 时, 离子芯片的电极尺寸可以看作最佳。

4 结 论

利用直接计算模型研究了电极上电压涨落引起的离子加热, 给出了离子加热的加热尺度, 并利用有限元方法计算了当刻槽宽度和射频电极宽度比例 α 发生变化时, 加热尺度的变化。同时, 还利用涨落耗散原理计算了控制电极的阻抗热涨落对离子产生的加热效应, 并给出了 x 和 y 方向的谱密度表达式, 通过计算给出了较好的 α 值。说明平面离子芯片是可以通过设计而使阻抗热涨落产生的离子加热最小。最后计算了当处于最优化条件下的离子阱参数时, 离子阱 x, y, z 方向上的阻抗热涨落加热率。

参 考 文 献

- 1 W. Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1990, **62**(3): 531~540
- 2 D. Kielpinski, C. Monroe, D. J. Wineland. Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer [J]. *Nature*, 2002, **417**(6890): 709~711
- 3 Liu Xiaodong, Meng Dongdong, Zhang Senglin *et al.*. Multiformity of subtypes of cascade-type four-level optical quantum coherence systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3336~3341
刘晓东, 孟冬冬, 张森林等. 级联四能级光学量子相干系统子类型的结构多样性[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3336~3341
- 4 Zeng Zhiqiang, Hou Bangpin. Effects of vacuum-induced coherence on the single and two-photon transparency in a four-level ladder atomic system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 251~256
曾志强, 侯邦品. 真空场诱导相干对梯形四能级原子系统中单光子和双光子透明的影响[J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 251~256
- 5 Xu Xiaojun, Yang Zining, Wang Hongyan *et al.*. Concept and prospect of quantum system based fiber laser beam combination with super high brightness [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(8):

- 0801001
许晓军, 杨子宁, 王红岩等. 基于量子系统的超高亮度光纤激光合成体系概念与构想[J]. *中国激光*, 2011, **38**(8): 0801001
- 6 Han Baobin, Pei Changxing, Liu Dan. Analysis of influence of magneto-optical effect on quantum key distribution system with phase coding[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3328~3331
韩宝彬, 裴昌幸, 刘丹. 磁光效应对量子相位编码系统的影响分析[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3328~3331
- 7 Chen Shuai, Wang Jindong, Zhong Pingping *et al.*. Influence of time jitter on quantum bit error rate of phase-coding quantum key distribution system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0727001
陈帅, 王金东, 钟平平等. 时间抖动对相位编码量子密钥分发系统量子误码率的影响[J]. *光学学报*, 2011, **31**(7): 0727001
- 8 I. Marzoli, J. I. Cirac, R. Blatt *et al.*. Laser cooling of trapped three-level ions: designing two-level systems for sideband cooling [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **49**(4): 2771~2779
- 9 C. Henkel, S. Pötting, M. Wilkens. Loss and heating of particles in small and noisy traps [J]. *Appl. Phys. B*, 1999, **69**(5-6): 379~387
- 10 Weber, J. Fluctuation dissipation theorem [J]. *Phys. Rev.*, 1956, **101**(6): 1620~1626
- 11 Herbert B. Callen, Theodore A. Welton. Irreversibility and generalized noise [J]. *Phys. Rev.*, 1951, **83**(1): 34~40
- 12 J. Chiaverini, R. B. Blakestad, D. J. Wineland *et al.*. Surface-electrode architecture for ion-trap quantum information processing [J]. *Quantum Inf. Comput.*, 2005, **5**(6): 419~439
- 13 M. G. House. Analytic model for electrostatic fields in surface-electrode ion traps [J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **78**(3): 033402
- 14 Q. A. Turchette, D. Kielpinski, D. J. Wineland *et al.*. Heating of trapped ions from the quantum ground state [J]. *Phys. Rev. A*, 2000, **61**(6): 063418
- 15 L. Deslauriers, S. Olmschenk, C. Monroe *et al.*. Scaling and suppression of anomalous heating in ion traps [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **97**(10): 103007
- 16 D. Leibbrandt, B. Yurke, R. Slusher. Modeling ion trap thermal noise decoherence [J]. *Quantum Inf. Comput.*, 2007, **7**(1): 52~72
- 17 Ji Weibang, Wan Jinyin, Liu Liang *et al.*. A grooved planar ion trap design for scalable quantum information processing [J]. *Chin. Phys. B*, 2012, **21**(6): 063701

栏目编辑: 李文喆